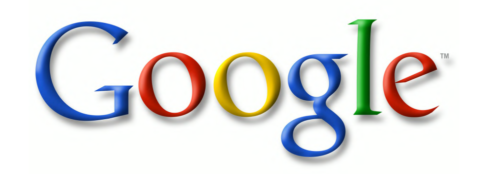
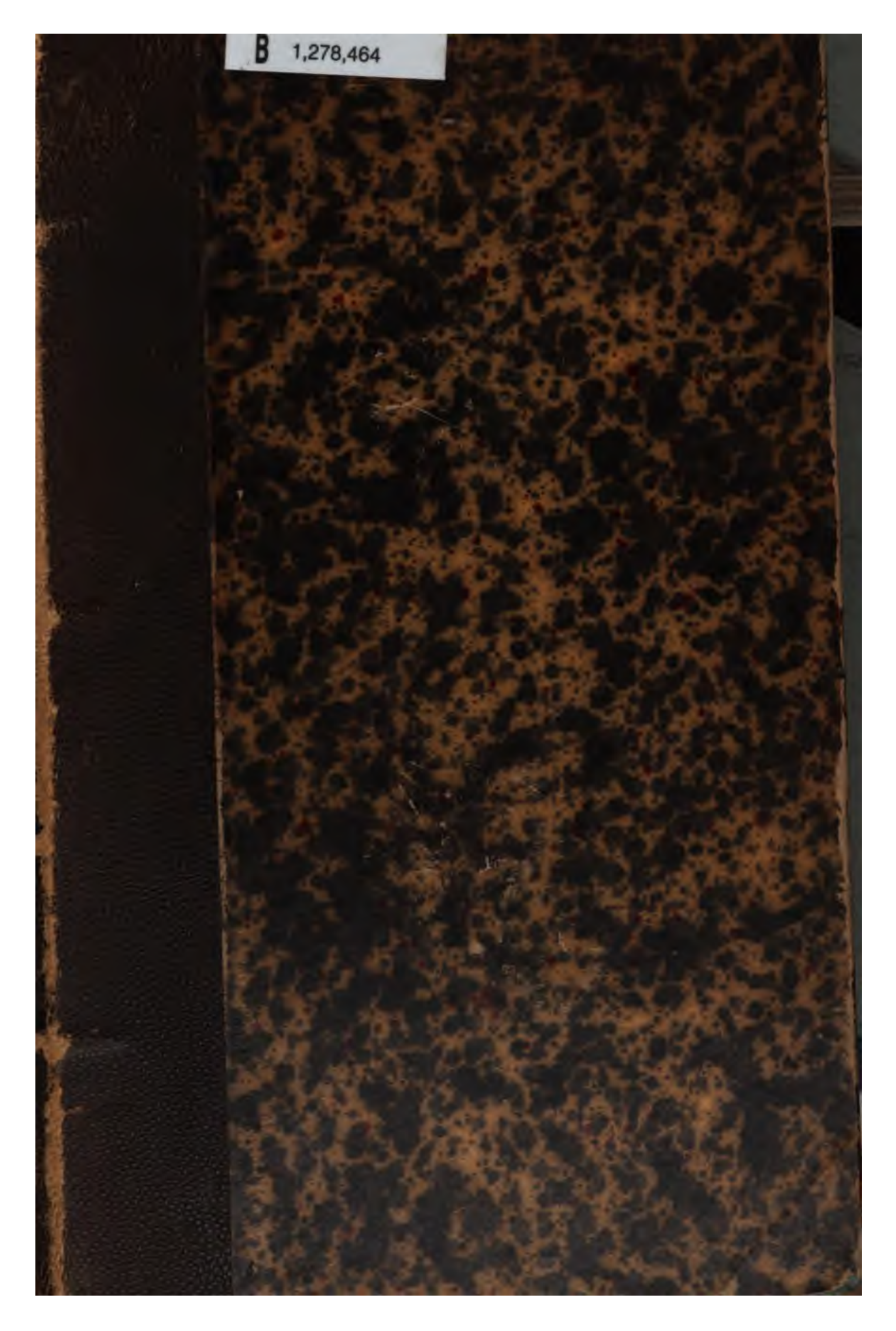
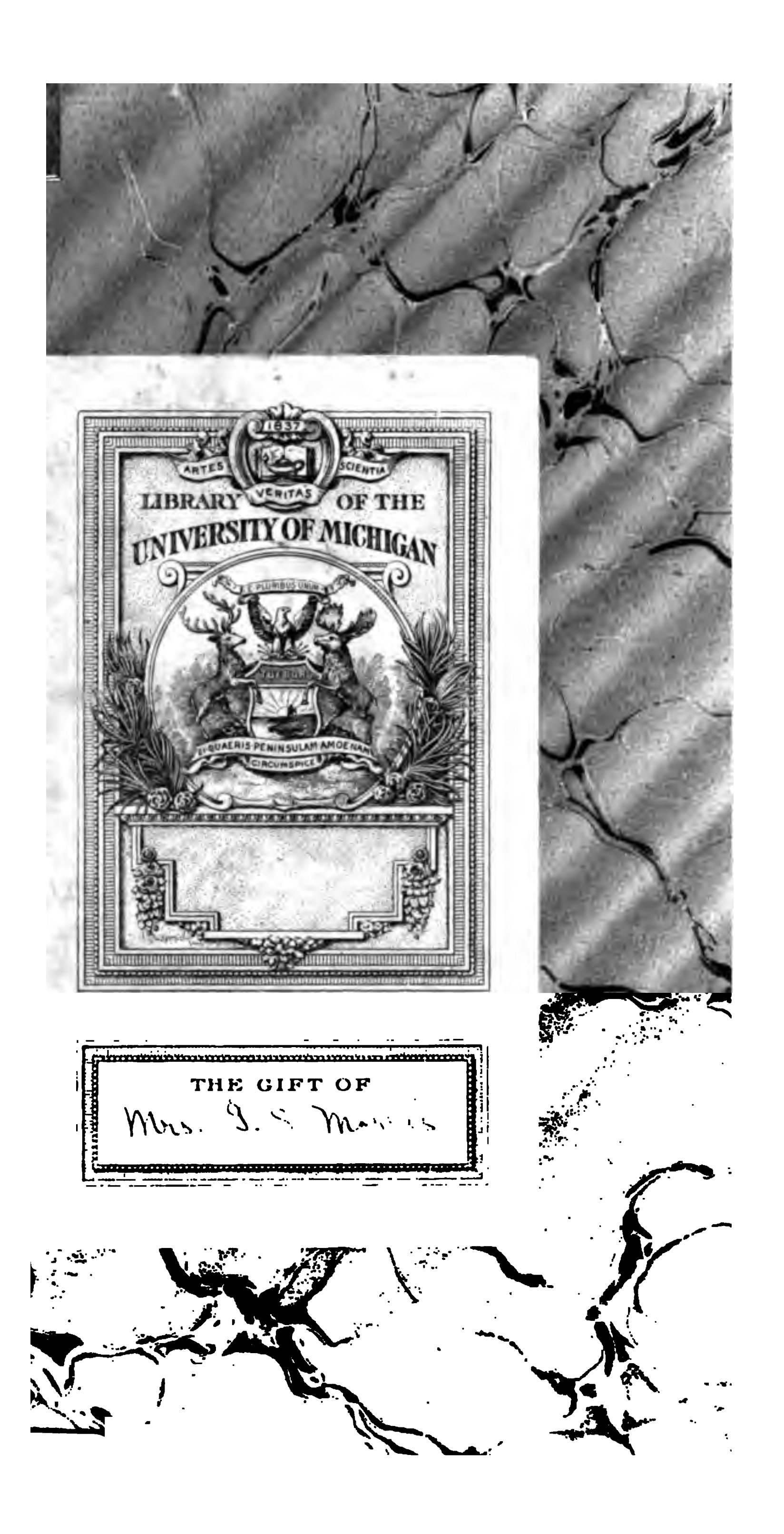
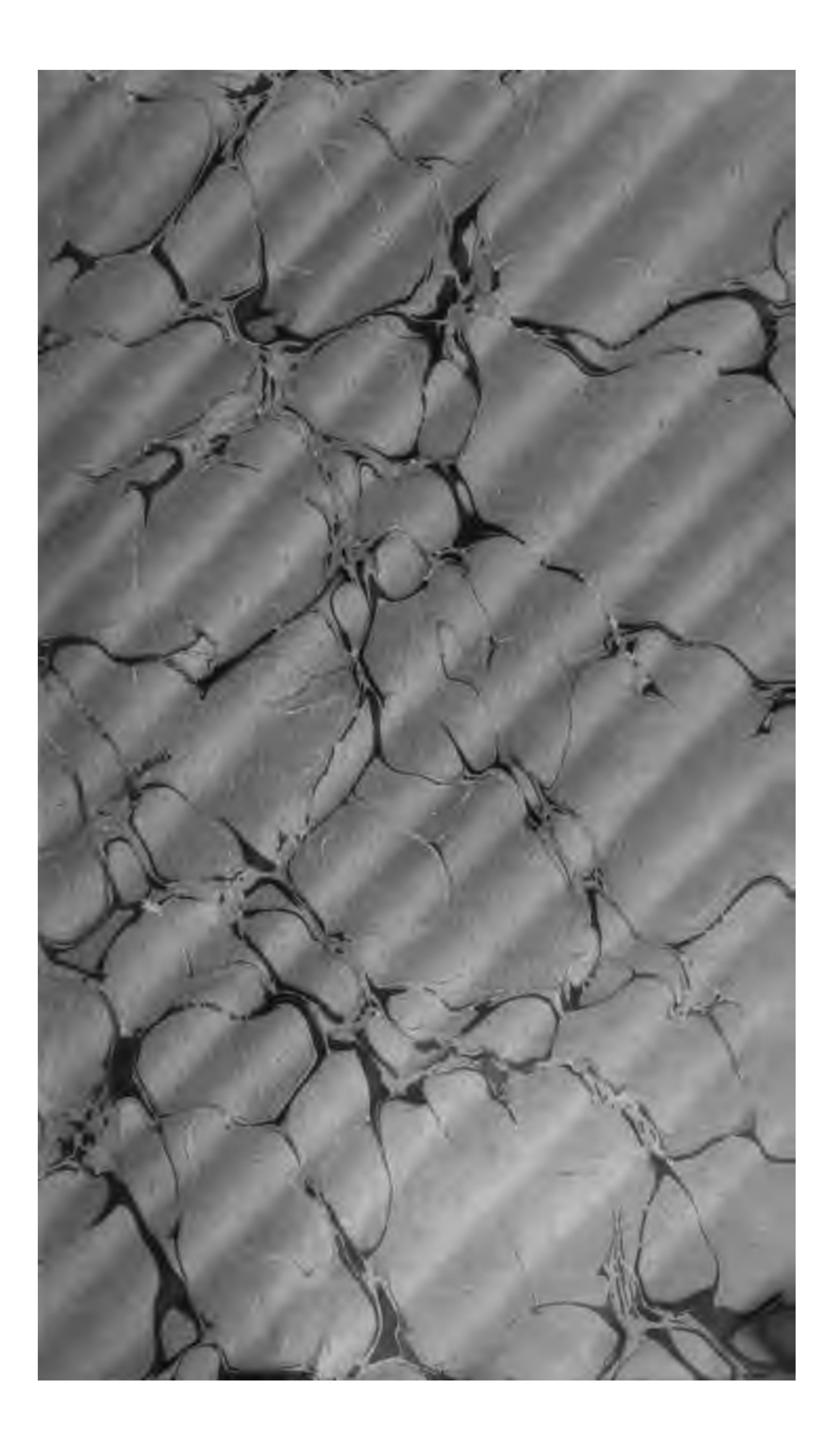



B 1,278,464


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE
THE GIFT OF



BIBLIOTHÈQUE
DE PHILOSOPHIE CONTEMPORAINE

LA PHILOSOPHIE DE NEWTON

PAR

LÉON BLOCH

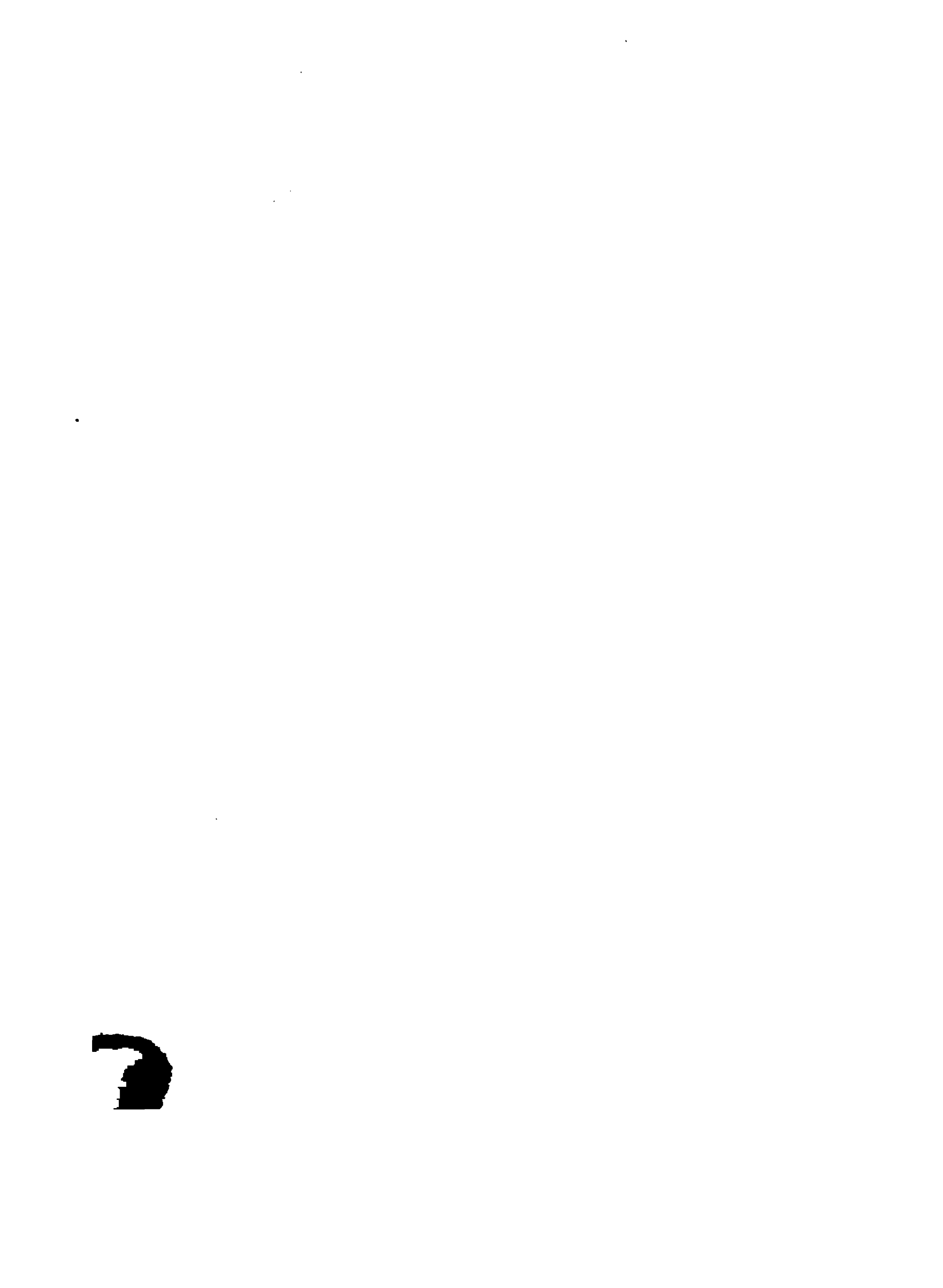
Docteur ès lettres. Agrégé de philosophie.

PARIS
FÉLIX ALCAN, ÉDITEUR
LIBRAIRIES FELIX ALCAN ET GUILLAUMIN RÉUNIES
108, BOULEVARD SAINT-GERMAIN, 108

1908

LA

PHILOSOPHIE DE NEWTON



LA

PHILOSOPHIE DE NEWTON

CHAPITRE PREMIER

L'ARITHMÉTIQUE ET L'ALGÈBRE

Descartes avait cru fermement à la nécessité *d'une méthode unique*. Pour lui c'était une marque suffisante de la faiblesse des sciences de son temps, que la diversité de leurs procédés.

La logique pure, l'analyse des anciens, l'algèbre des modernes, sont trois branches de la science véritable, mais aucune d'elles isolément ne peut la suppléer. La logique nous frappe par sa rigueur, l'algèbre par son étendue, l'analyse par sa fécondité. Réunissons en un faisceau unique les ressources dont disposent ces trois sciences. Alors seulement nous parviendrons à l'Algèbre parfaite, qui est aussi la vraie logique. Mais si l'unité de méthode n'est pas acquise avant l'emploi du calcul, il n'est géométrie qui ne soit trompeuse ni déduction qui ne devienne illusoire. C'est précisément parce que Descartes voit dans la *géométrie analytique* le seul type de science parvenue à l'unité, qu'il prétend y trouver le modèle de toute pensée déductive.

Entre la mort de Descartes et le moment où Newton publie son *Arithmétique universelle*, les mathématiques ont progressé dans des voies multiples. L'algèbre n'est plus cultivée seule. L'étude des nombres a été reprise par Newton, telle à peu près que Fermat l'avait laissée, pendant que Leibniz fait voir, par ses travaux sur les séries infinies, que les développements numériques peuvent seuls mener à l'analyse des courbes. De la sorte l'idée cartésienne que l'algèbre appliquée à la géométrie, où, comme nous disons depuis, la géométrie analytique, est la méthode unique de démonstration, reçoit un démenti. L'arith-

métique, que Descartes avait reléguée au rang d'application particulière, est de nouveau rendue indépendante de l'algèbre, et, à certains égards, plus utile qu'elle.

Il est des notions, comme celle du nombre entier, que l'algèbre n'arrive ni à discuter, ni même à exprimer. Bien plus, il est vraisemblable que les progrès de l'arithmétique, particulièrement en ce qui concerne la théorie des nombres premiers, loin de nous mener uniformément à l'algèbre, nous conduiront de plus en plus à faire un départ entre nos notions, les unes proprement algébriques, se ramenant aux symboles des opérations, les autres de nature vraiment arithmétique, et nécessitant un mode de raisonnement distinct du mécanisme littéral. Newton a pressenti cette distinction, et on sait comme les récents progrès de la théorie des nombres ont confirmé sur ce point les vues de Newton [1].

Aussi bien ce que nous venons de dire de l'Arithmétique peut s'appliquer avec autant d'exactitude à toutes les branches des mathématiques. Là où Descartes, épris d'unité, et séduit par l'attrait de ses propres découvertes, voulait tout réduire à l'algèbre, Newton, plus prudent, et plus instruit peut-être de l'évolution rapide des méthodes, se contente de voir des procédés connexes et qui convergent indépendamment. Il ne lui déplaît pas d'avoir à sa disposition, dans les cas difficiles, plus d'un moyen, et si l'algèbre, par la docilité de son mécanisme, est généralement celui qui s'indique davantage, l'arithmétique, surtout pour le raisonnement concret, est souvent plus profonde et parfois seule utile. Dans bien des cas où l'algèbre mène péniblement au but, l'homme d'intuition verra d'un coup d'œil la solution arithmétique [2]. Et comme souvent l'algèbre elle aussi a besoin d'intuition, on peut dire que « l'Arithmétique est indispensable à l'Algèbre, et que leur réunion seule forme la science complète du calcul ».

1. Voy. par exemple les *Leçons sur la Théorie des Ensembles* de M. Émile Borel. On doit rattacher également à l'Arithmetique pure la plupart des travaux sur les notions de puissance et de nombre transfini.

2. « Parmi ces problemes il en est quelques-uns que j'ai resolus sans le secours de l'algebre : et j'ai voulu faire comprendre par la que cette question qui paraît difficile au premier coup d'œil, n'a pourtant pas toujours besoin d'algebre pour être resolue. » — *Arith. Univ.*, p. 251. — Les citations sont faites d'après la traduction Noël Beaudeux. Paris, 1802.



Quelle est donc la différence essentielle qui sépare l'Algèbre de l'Arithmétique, et nous autorise à faire de cette dernière une science originale ?

Si tous les problèmes étaient susceptibles de mise en équation, c'est-à-dire si, désignant l'inconnue par une lettre analogue à celles qui marquent les quantités connues, il nous était toujours loisible de la faire entrer dans nos formules à seule fin de l'en dégager ensuite, l'Algèbre, par sa généralité, aurait place partout. Mais les choses se passent autrement. Comme Newton l'observe, il est tout un ordre de questions, et ce sont les questions arithmétiques, où il n'y a qu'une marche possible, celle qui va du connu à l'inconnu. En vain nous supposerions connu le nombre à découvrir ; nous pourrons bien poser les identités auxquelles il doit satisfaire, mais la discussion de ces identités n'avancera pas le problème. Je suppose qu'on me demande de déterminer, s'il est possible, un entier x tel que ax soit congru à b suivant le module n ; je pourrai bien poser la relation qui exprime l'ensemble des données

$$ax - b \equiv o \qquad (\text{mod. } n.)$$

Mais tandis que l'équation algébrique

$$ax - b = o.$$

fournit tout de suite la formule de résolution

$$x = \frac{b}{a}$$

ici le cas est différent ; l'existence d'une solution est incertaine, et, s'il en existe une[1], il n'y a pas de formule qui la détermine : c'est seulement par voie synthétique que le nombre x peut se trouver, et encore sa recherche complète nécessite-t-elle une série d'essais.

Ainsi le signe distinctif des questions d'Algèbre, c'est qu'elles peuvent toujours, sinon se résoudre, du moins se mettre en équation, tandis que l'Arithmétique, réduite à l'emploi de la seule synthèse, est quelquefois parfaitement topique, mais parfois aussi pleinement impuissante. Il est donc juste de dire,

1. Il suffit que a soit premier avec n. On sait qu'il y a alors une infinité de solutions.

comme le pensait Descartes, que l'application de l'algèbre est plus vaste que celle de l'arithmétique, mais en même temps il faut reconnaître que l'algèbre laisse en dehors d'elle toutes les questions, cependant fort nombreuses, qui sont rebelles à la mise en équation.

L'illusion de Descartes en faveur de l'algèbre s'explique aisément. A vrai dire, sa grande invention, l'artifice qui lui a permis d'étendre à l'infini le domaine du calcul, c'est l'emploi général qu'il fait de la méthode des *coefficients indéterminés*. Descartes le premier a bien vu qu'il suffit de donner un nom aux quantités encore inconnues (indéterminées) et d'exprimer algébriquement les relations qui les unissent aux données, pour obtenir, par l'identification des termes semblables, toutes les équations qui résument le problème. Comme les équations obtenues sont généralement simples, Descartes avait pu croire qu'une algèbre rigoureuse pourrait toujours en tirer la solution. Nous verrons plus tard comment Newton, revenant à ces équations *composées* que Descartes avait abordées à peine, fit voir que bien souvent leur résolution pratique est impossible, et inventa pour y remédier les méthodes d'approximation qui portent son nom. On pouvait dire dès lors qu'il n'y a pas de question algébrique qui ne soit résoluble, au moins d'une façon aussi approchée qu'on le désire ; en arithmétique au contraire nous ne pouvons approcher de la solution sans l'obtenir tout entière. Souvent nous manquons de ressources, et là où l'algèbre fournit pour le moins des équations exactes, il arrive que l'arithmétique ne puisse absolument rien donner. C'est là le secret des difficultés que l'arithmétique, même de nos jours, a rencontrées dans l'étude des nombres premiers ; c'est aussi l'explication des rapides progrès de l'algèbre dans les matières qui y semblaient les plus rebelles. C'est sans contredit à Descartes et à sa méthode des coefficients indéterminés qu'il faut rapporter le mérite de ces progrès. « Que ne doit pas la Géométrie à son ingénieux artifice des indéterminées ? » dit le mathématicien Beaudeux dans son discours préliminaire à l'Arithmétique de Newton. On comprend que, séduit par la puissance de cette méthode, grâce à laquelle « on résout des problèmes très difficiles, dont on eût vainement cherché la solution par l'arithmétique seule », Descartes ait songé à y ramener

toutes les mathématiques. Nous venons de voir que Newton, moins ébloui des cas où l'algèbre réussit que soucieux de ceux où elle échoue, s'occupe d'abord de lui adjoindre l'arithmétique proprement dite. Il nous faut montrer comment, de ces deux sciences connexes, il fait son *Arithmétique universelle*.

La première chose qui frappe à la lecture de l'ouvrage de Newton, est l'absence voulue d'esprit systématique. Nous entendons par là que nulle part Newton n'a le souci de tout ramener à une « longue chaîne de raisons » permettant de déduire sans lacune de quelques théorèmes primitifs la suite des propositions secondaires. On sait le prix qu'attachait Descartes à cet enchaînement synthétique de toutes les vérités. Dans les Règles pour la direction de l'Esprit, comme plus tard dans les Méditations, il insiste sur ce point qu'une proposition n'est acquise que du moment où nous en voyons le lien avec toutes celles qui la précèdent. Un théorème, même important, n'a nulle valeur, s'il demeure isolé. Sa force réside en ce qu'il repose sur tous ceux qui viennent avant lui ; c'est pourquoi la nouveauté qu'il apporte ne peut apparaître en pleine lumière si on ne la voit pas au jour des déductions déjà assurées.

Une telle conception était naturelle chez un métaphysicien doctrinaire, qui voyait d'emblée la science dans toute son unité, et attachait peut-être plus de prix à la place qu'occupe une notion dans le système de nos connaissances qu'à la notion elle-même. A coup sûr, pour la stricte raison, il n'y a pas de science là où manque la cohésion, c'est-à-dire là où l'esprit ne peut passer d'un terme à l'autre sans secours extérieur.

Le souci de la déduction linéaire n'est pas poussé à ce point chez Newton. Ce n'est pas à dire que lui aussi ne tienne à construire des ensembles corrects, et à rattacher toutes les propositions les unes aux autres. Mais, débarrassé d'arrière-pensées métaphysiques, préoccupé bien davantage d'aboutir à des règles pratiques, il s'efforce de justifier ses formules par l'exemple plutôt que par la logique, d'habituer l'esprit à l'exercice d'artifices multiples, plutôt que de lui faire voir au fond de toutes les méthodes un seul et même procédé. S'il n'y avait là qu'une négligence, un moyen commode d'abréger les choses, on pourrait se permettre de voir chez Newton un certain défaut de rigueur. Mais c'est volontairement que Newton omet un

fixer la direction. Au lieu de cela, disons avec Newton que les notions mathématiques nous sont suggérées d'âge en âge par les besoins de la pratique, qu'elles sont seulement une précision de plus introduite dans le langage vulgaire, et qu'il en doit surgir de nouvelles le jour où se posent des problèmes nouveaux; nous ferons des mathématiques une science appliquée, mais en même temps nous en assurerons l'évolution et le progrès. Il convenait à l'esprit concret de Newton de ne pas opposer le calcul du savant aux connaissances de l'homme ordinaire. Entre les abstractions de l'algèbre et les impressions de la vie quotidienne, il n'y a pas cet abîme profond qui séparait pour Descartes l'idée innée de l'idée empirique. Les unes et les autres se tiennent, et la science, même abstraite, n'est comme le diront plus tard les positivistes qu'un « simple prolongement de la raison publique ».

L'idéal de l'Algèbre et de l'Arithmétique n'est plus alors de partir d'emblée du minimum de définitions nécessaires, et de les développer sans lacune comme sans défaillance ; il ne faut point construire laborieusement un édifice qui n'abrite rien de réel. Il convient bien plutôt, et c'est ce que fait Newton, de partir des données du bon sens et de faire ressortir l'aspect par où elles donnent prise en calcul. Le jour où d'autres données surgiront, le centre de gravité des mathématiques se déplacera. Pour le moment l'astronomie, la physique, la mécanique, ou encore l'économie politique, peuvent fournir des exemples aussi précis que la géométrie. La notion du mouvement, celle de la vitesse, comme aussi celle de la valeur, sont des idées empiriques à coup sûr et pourtant mathématiques par quelque côté. Newton, qui les examine toutes, leur emprunte à toutes des exemples, qu'il s'efforce de varier autant que possible. Son but est avant tout d'apprendre au lecteur à préciser l'expérience par le langage, et c'est là une définition toute nouvelle de l'algèbre comme de l'arithmétique.

Il est aisé de comprendre à présent comment vont s'introduire dans l'arithmétique les quelques notions qui servent de base au calcul. C'est par opposition aux doctrines cartésiennes, mais c'est surtout par contraste avec une grande partie des mathématiques modernes, qu'il est facile d'apprécier l'originalité du point de vue de Newton. Pour un esprit comme celui

de Descartes, il était nécessaire que les concepts de nombre, depuis le nombre entier jusqu'au nombre « sourd » ou irrationnel, faisant tous partie de cette « lumière naturelle » que Dieu a mise primitivement en nos âmes, apparussent comme des données abstraites, justifiées par leur seule évidence. L'idée du nombre cardinal ou de la quantité, l'idée du nombre ordinal ou de la succession, se trouvent de toutes pièces dans notre entendement, et si elles ne suffisent pas dans toutes les recherches, ce sont d'autres abstractions, l'idée du nombre « rompu » ou fractionnaire, celle du nombre « sourd » ou incommensurable, qui viendront répondre aux besoins de l'esprit. De la sorte les notions arithmétiques se présentent comme des conventions logiques, des définitions nécessaires, que nous avons le droit de poser parce qu'elles sont claires, et qui doivent réussir parce qu'elles sont distinctes. C'est déjà la tendance spinoziste, qui place au début de toute science quelques définitions absolues, d'apparence verbale, mais dont la nécessité éclate aux yeux de la pure raison.

Chez bon nombre de mathématiciens modernes une tendance analogue se fait jour, et bien qu'on n'y puisse retrouver la même confiance métaphysique, on y distingue un égal souci de définir les mathématiques indépendamment de la réalité. En algèbre comme en géométrie, un effort considérable a été fait pour séparer l'ensemble des applications possibles et celui des axiomes nécessaires ; partout où une notion irréductible se rencontre, qu'il s'agisse par exemple de nombres imaginaires, de variables complexes, ou encore de transcendantes nouvelles, on a voulu tourner la difficulté à l'aide d'une convention. Le nombre imaginaire n'est pas un objet à concevoir ; c'est le résultat d'une pure convention, en vertu de laquelle j'associe deux nombres réels, en m'astreignant à observer entre eux un certain ordre. Les étendues à n dimensions ne sont pas une notion nouvelle par rapport à l'espace ordinaire ; elles aussi dérivent d'une simple convention, par laquelle j'étends aux systèmes de n variables indépendantes les propriétés qui me sont familières dans le cas de trois variables seulement. Quant aux transcendantes que l'analyse nous découvre, il nous est d'autant plus facile d'y voir un effet de nos conventions qu'à côté d'expressions régulières, aisément

applicables aux cas réels, il nous est possible de construire des fonctions spéciales, jouissant de propriétés arbitraires, et vraisemblablement incompatibles avec tous les exemples que la pratique peut fournir. De la sorte toutes les notions mathématiques deviennent des définitions conventionnelles. Par là nous évitons le reproche de leur donner une origine innée, bien qu'en réalité nous conservions l'avantage, si cher aux Cartésiens, de leur laisser une certitude antérieure à toute expérience. Les mathématiques n'ont pas à rechercher l'origine des notions sur lesquelles elles travaillent. Il leur suffit que les notions puissent se poser sans contradictions et s'adapter aux vérités admises. Ainsi elles se mettront à l'abri du scepticisme le plus hardi, car si rien n'est plus facile à révoquer en doute qu'une idée innée, rien aussi n'est moins arbitraire qu'une convention consciente.

Une pareille façon de présenter les choses aurait été admise par Newton dans un ouvrage d'enseignement. Là sans doute, à condition qu'on veuille sacrifier tout à la rigueur didactique, il est permis de présenter les êtres mathématiques comme des créatures tout abstraites, issues de leur définition. Mais si nous voulons tirer de l'algèbre la réalité qu'elle contient, nous ne devons pas, dès le début, enlever aux notions les plus simples tout caractère empirique. Au contraire, l'étude rationnelle des nombres doit avoir pour but de nous apprendre à lire, sous un langage plus clair, le sens concret que les choses elles-mêmes nous fournissent confusément. Voilà pourquoi Newton tire successivement, non de conventions abstraites, mais de l'expérience sensible, d'abord l'idée du nombre entier, puis celle du nombre négatif, du nombre incommensurable, du nombre imaginaire comme plus tard il y rattachera celle du nombre infiniment petit.

Le nombre entier ne nous est pas donné par la numération d'objets discontinus. L'idée de collection, sur laquelle on fonde généralement aujourd'hui celle du nombre entier [1], ne semble à Newton qu'un cas particulier. En vérité, en partant de cette idée, les Cartésiens avaient beau jeu pour faire du nombre le type des natures simples ou innées. Mais à mesure qu'ils le

1. Voy. J. Tannery, *Arithmétique*.

rendaient plus clair, plus distinct, tranchant davantage sur le reste de nos idées, ils rendaient plus difficile le problème des rapports de ce nombre entier aux autres nombres, nombres fractionnaires et nombres irrationnels, visiblement suggérés par l'expérience.

On respecte bien davantage l'homogénéité de notre esprit en reconnaissant, comme le fait Newton, qu'il y a partout un lien étroit entre l'idée de *nombre* et l'idée de *mesure*[1]. « On entend par nombre moins une collection de plusieurs unités qu'un rapport abstrait d'une quantité quelconque à une autre de même espèce, qu'on regarde comme l'unité ». C'est donc le besoin de la mesure qui a créé le nombre. Si le nombre entier nous semble et est en effet le plus simple de tous, c'est qu'il est le plus commode pour donner une première idée de la grandeur des choses. Lorsqu'il s'agit de dénombrer les têtes d'un troupeau ou les habitants d'une ville, il suffit pleinement à donner une mesure exacte ; s'il nous faut estimer la longueur d'une route, la profondeur d'un fleuve, il nous donnera encore une approximation première. Dans l'un et l'autre cas il fonctionne de même, non comme un instrument conventionnel, mais comme un simple procédé de comparaison entre les choses.

Cependant, dira-t-on, n'y a-t-il pas une large part d'arbitraire dans les opérations fondamentales ? Les propriétés de l'addition, de la multiplication, donnent au nombre sa véritable valeur, et sans cette génération des nombres les uns par les autres il serait impossible d'arriver à un système d'évaluations correctes. Or dans l'addition, dans la multiplication, n'est-ce pas la convention qui fait tout ? La nature ne nous présente ni somme, ni produit. Ce sont là des définitions abstraites dont l'origine ne peut être empirique. Il faut les expliquer *a priori*.

Personne plus que Newton n'attache d'importance aux opérations arithmétiques. Il compte comme une des quatre parties du travail algébrique le fait de se familiariser avec les opérations fondamentales[2]. Il est donc loin de méconnaître la fécondité des définitions premières, qui servent de base à ces opé-

1. *Arith. Univ.*, p. 2
2. *Ibid.*

luble. « Il faut bien que dans les équations il y ait des racines impossibles, sans quoi, dans les problèmes, certains cas impossibles se trouveraient possibles[1] ».

Pourquoi Newton n'a-t-il pas, comme on devait le faire plus tard, cherché à créer une nouvelle classe de nombres, les nombres *complexes*, pour rendre réalisables des opérations impossibles autrement? Il lui suffisait d'un symbole nouveau appliqué aux racines « fausses », et permettant l'extension naturelle des règles ordinaires du calcul, pour aboutir au nombre imaginaire, comme il avait rencontré déjà le nombre fractionnaire et le nombre irrationnel. Une telle généralisation nous semble aujourd'hui aisée. De simples considérations de symétrie nous persuadent qu'une équation donnée doit avoir, dans tous les cas, le même nombre de racines. Mais c'est là une vue synthétique que ne pouvait avoir l'algèbre à ses débuts. Chez Newton particulièrement, pour qui l'algèbre marche de pair avec la géométrie, toute généralisation du calcul doit avoir son fondement dans une mesure concrète. On comprend aisément qu'il faille des nombres nouveaux pour mesurer des longueurs qui ne sont pas commensurables avec l'unité parce que de pareilles longueurs se présentent effectivement dans la nature. Mais rien dans la nature ne répond à une grandeur imaginaire. Il est donc vrai de dire avec Newton que si le calcul nous amène à des racines qui ne sont pas réelles, c'est un signe que le problème étudié ne peut avoir d'interprétation concrète. Il ne faudrait pas conclure de là que l'emploi si fécond des imaginaires ne puisse, par une voie détournée, amener à des solutions positives. Il est seulement fort naturel que ces voies détournées n'aient été utilisées qu'assez tard, après les progrès de l'analyse à la fin du XVIII[e] siècle. Newton, à l'exemple de ses contemporains, envisage les racines imaginaires comme un simple moyen de reconnaître, lorsque la géométrie ne nous apprend rien, si un problème est possible ou impossible, car « une figure a des limites qu'une équation ne reconnaît pas. »

Quelle que soit la nature des nombres dont nous nous servons, nous devons, en dernière analyse les faire entrer dans nos

1. Voy. *Arith. Univ.*, II, 6.

équations et discuter ces équations. « Les équations sont ou les dernières conclusions auxquelles on arrive dans la résolution des problèmes, ou les moyens par lesquels on parvient aux équations finales. » Quel est le sens de ces équations, quelle est leur véritable portée ? On pourrait être tenté tout d'abord de croire que l'algèbre constitue un mode de raisonnement spécial qu'elle est, dans le sens où le croyait Descartes, une « méthode ». Alors les équations qui se suivent marqueraient les progrès successifs de la pensée et le terme où elles nous conduisent serait l'intuition proprement dite. Aux yeux de Newton, il n'en est rien. L'algèbre est une « notation » bien plutôt qu'une méthode. C'est un « discours analytique » par lequel nous exprimons le sens des questions de la même manière que nous peignons nos pensées par le moyen de l'alphabet. Il s'en suit déjà qu'il n'y a entre l'algèbre et le raisonnement ordinaire qu'une différence d'expression. A plus forte raison l'algèbre n'apporte-t-elle point à la géométrie de ressources vraiment nouvelles. C'est une des erreurs du Cartésianisme d'avoir pris pour une méthode véritable le mécanisme purement formel de l'algèbre. Son unique supériorité est dans la facilité de son emploi, comme il est plus aisé de se servir d'une langue souple et bien faite que de signes fortuits.

Ainsi les lettres dont nous nous servons dans nos formules sont toujours destinées à une interprétation particulière ; l'algèbre consiste précisément à faire abstraction de cette interprétation pour traiter les lettres comme de purs symboles indifférents au sens qu'ils renferment. Cela n'empêche que la suite des transformations effectuées sur nos équations générales corresponde rigoureusement à la suite des raisonnements que l'esprit devrait faire sur les objets réels. L'analyste peut faire marcher de front son calcul et sa figure, et lire dans son analyse toute sa construction géométrique[1]. Un esprit hautement doué du sens géométrique pourrait se servir de la géométrie comme d'autres se servent de l'algèbre ; et souvent il arrive à Newton qui possède précisément le don de vision géométrique, de

1. Voy. *Arith. Univ.*, p. 115 : « La résolution des questions géometriques s'achève toujours par les mêmes moyens analytiques qui servent à résoudre les questions purement numériques : la seule différence c'est que les lettres qui, dans les questions algébriques, désignent des quantités abstraites, *représentent* ici des lignes connues ou inconnues. »

préférer le langage de l'étendue à celui de l'algèbre. Mais d'une manière générale c'est un fait d'expérience que le symbolisme littéral est l'instrument le plus apte à préciser nos pensées. Seulement, de ce qu'il les précise et les condense, il ne faut pas conclure qu'il les remplace. La réduction du composé au simple dont Descartes faisait le mérite principal de l'algèbre, ne s'opère pas mécaniquement. Nous verrons bientôt au contraire que cette réduction est toujours et partout l'œuvre de l'esprit *physique*. Mais une telle réduction serait difficile sans les symboles auxiliaires que fournit l'algèbre. Elle ne réussit pas tout d'abord dans toutes les questions. Précisément parce que l'algèbe ne peut envisager des choses que l'aspect quantitatif lequel leur est commun à toutes, il faut, dans un cas donné, un travail particulier de l'esprit pour dégager cet aspect algébrique, pour rendre applicable à des ensembles concrets la notation littérale. Avant la discussion des équations, vient forcément la mise en équations, qui elle est une véritable méthode ; la première ne demande à l'esprit que de se familiariser avec des notations commodes, l'autre exige que sous ces notations il s'introduise un sens réel.

La mise en équation d'un problème est le point délicat de la science. Descartes l'avait compris, et avait cru pouvoir résoudre la difficulté, d'une façon régulière, à l'aide d'une classification des idées. Puisque toutes nos idées se classent par leurs degrés de simplicité ou de composition, il ne reste, en face d'une question donnée, qu'à dégager l'idée la plus simple, et à y rattacher successivement les autres idées, jusqu'à ce que nous ayons exprimé toutes les conditions du problème. Ces conditions, traduites en langage algébrique, fourniront autant d'équations, qu'il faudra résoudre dans l'ordre même où elles ont été obtenues. Ainsi, du fait que Descartes admettait une liaison absolue entre nos idées, il admettait aussi que les équations d'un problème doivent se trouver déductivement et d'une seule manière.

Il est aisé de concevoir que Newton, plus voisin du nominalisme anglais que de la métaphysique cartésienne, ait refusé de partager cette manière de voir. D'abord la simplicité des idées n'est pas susceptible d'être traduite algébriquement. Lorsque j'écris une équation, toutes les lettres qui y figurent sont éga-

lement simples, sans qu'on puisse établir de différence entre celles qui représentent les quantités cherchées et celles qui représentent des inconnues auxiliaires. Bien plus, toutes les équations qui correspondent à des problèmes physiques, sont nécessairement *homogènes* par rapport à l'ensemble des quantités qu'elles renferment. Il s'en suit qu'un même système d'équations, qui sert à déterminer les quantités x, y, z lorsque les paramètres a, b, c sont supposés connus, pourra aussi bien servir à déterminer les inconnues a, b, c au cas où x, y, z seraient considérés comme donnés. Il n'y a donc entre les inconnues d'une part, les quantités connues de l'autre, aucune différence intrinsèque. L'équation nous renseigne seulement sur les rapports de toutes les quantités. « De là vient la maxime des géomètres, qu'il ne faut mettre aucune différence entre les connues et les inconnues. Maxime très vraie, puisque, si, dans une même question, on regardait successivement chacune des quantités comme l'inconnue, on arriverait toujours à la même équation[1] ».

Il ne faut donc pas considérer les inconnues comme pouvant se classer absolument par ordre de complexité croissante. Nous ne pouvons juger que de leurs rapports, et la mise en équation consistera seulement à énumérer l'ensemble de ces rapports. Il y a là, chez Newton, une idée qui ressemble à l'*énumération* cartésienne; mais au lieu de porter sur les idées, cette énumération devra porter sur les noms. Nommer avec précision les différents termes du problème, c'est le résoudre plus qu'à moitié[2]; un heureux choix des notations fait le secret des solutions les plus difficiles. Et ceci se comprend, si l'on accepte la comparaison que Newton fait sans cesse entre l'algèbre et le langage. L'algèbre n'est qu'un système de signes destiné à faciliter, mais non à guider la pensée. Souvent, en géométrie par exemple, la nature des objets qu'on étudie s'exprime presque sans effort au moyen du calcul. En Physique, en Mécanique, dans les autres sciences exactes, il n'en est plus de même. « Le discours par lequel l'état d'une

1. *Arith Univ.*, p. 117.

2. *Ibid.* « Un problème quelconque ne consiste que dans l'art de classer ses quantités en connues et inconnues, de manière à arriver le plus facilement possible à l'équation. »

question est exprimé ne paraît pas pouvoir être traduit en langage algébrique ; mais on l'y disposera facilement en opérant quelques changements, et surtout en s'attachant plus au sens des paroles qu'aux paroles elles-mêmes[1] ». C'est-à-dire que la traduction des faits dans cet idiome spécial qu'on nomme algèbre nécessite toujours un certain déchet : ils ne peuvent pas tous se rendre fidèlement, parce qu'ils ne sont pas toujours exclusivement mesurables. Mais il suffit qu'ils soient susceptibles de dénomination, c'est-à-dire qu'en gardant leur individualité ils puissent se désigner par des symboles, pour qu'on puisse essayer de leur appliquer la langue du calcul. Cette langue ne modifiera pas l'idée que nous en avons ; elle pourra seulement nous aider, d'abord à les retenir, ensuite à voir leurs relations avec ce qui les entoure. Fondée sur un nominalisme parfait, l'algèbre va nous permettre de poser des relations exactes, que le sens commun reprendra pour les interpréter.

On voit que l'emploi de l'Algèbre ne repose pas seulement sur quelques préceptes. Les règles formelles du calcul peuvent bien nous aider à éviter l'erreur, mais l'essentiel de la science, la mise en équation, ne peut se faire mécaniquement : c'est un sentiment de nature spéciale qui nous fait pressentir le vrai, le calcul n'a d'autre rôle que de vérifier ce pressentiment. Prenons l'exemple d'un problème géométrique. Un tel problème se ramène toujours à la construction d'une ou de plusieurs lignes d'où l'on déduira celle de la ligne cherchée. Algébriquement le fait se traduira par la détermination d'une ou de plusieurs quantités auxiliaires d'où l'inconnue pourra se tirer au moyen d'équations résolubles. En d'autres termes, dans tout problème où l'on n'aperçoit pas de rapport direct entre les données et les inconnues, il existe des variables intermédiaires dont les unes et les autres sont fonctions : connaissant les relations qui les lient à ces variables intermédiaires, on en déduira aisément leurs rapports réciproques. Il faut donc admettre, pour la mise en équation, que les nombres assujettis aux conditions de l'énoncé sont fonctions implicites de quantités auxiliaires, qu'il s'agit de déterminer. La difficulté con-

1. *Arith. Univ.* p. 91.

siste à faire cette détermination de façon que la relation fonctionnelle soit la plus simple possible, et par suite la mieux adaptée aux calculs d'élimination.

C'est donc le choix des variables auxiliaires qui est la grande tâche de l'analyste. Ce choix ne peut se faire tout d'abord d'une façon rationnelle, car si l'issue en était méthodiquement prévue, le problème serait résolu d'avance. Il est inévitable qu'il s'inspire d'une part de sentiment, ou qu'il y entre, si l'on préfère, une part d'hypothèse. C'est un sentiment, nécessairement très général, de la continuité, c'est une habitude, le plus souvent instinctive, de l'allure des fonctions, qui doit nous guider. Les quantités qu'il est indiqué de prendre comme variables auxiliaires sont celles qui présenteront la route la plus facile pour arriver à la connaissance des autres, la route inverse étant en même temps la plus difficile[1]. Ce sont elles qu'il convient d'adjoindre au domaine des données primitives, jusqu'à ce que l'inconnue elle-même s'exprime rationnellement dans le nouveau domaine. Cette adjonction est chose d'estime. Il n'est pas nécessaire de connaître du premier coup d'œil par quelle marche le calcul algébrique nous conduira d'une quantité à l'autre ; il suffit de sentir en général que l'une peut être déduite de l'autre par un moyen quelconque.

S'il entre ainsi une part de divination et presque un élément d'art dans la science du calcul, que devient cette « longue chaîne de raisons » par laquelle Descartes espérait nous mener des vérités simples jusqu'aux plus composées ? Pourrons-nous dire que les vérités simples ne se trouvent qu'au début de la science, et qu'on peut apprécier la complexité d'un théorème en jugeant de son éloignement dans la série ? Il faudrait dire alors que tous les théorèmes sont de même importance, puisque l'omission d'un seul rend caducs tous ceux qui le suivent. Il faudrait dire aussi qu'il existe une seule voie pour les démontrer tous, celle qui va des propositions initiales, à travers

1. *Arith. Univ.*, p. 118 : « C'est toujours par ces lignes que le calcul doit commencer, quoique dans le cours de l'opération on puisse en introduire d'autres. Le moyen le plus court d'arriver au but, est de mettre pour un moment de côté la question qu'on veut résoudre, et de s'imaginer qu'il ne s'agit uniquement que de *choisir*, parmi toutes les quantités qui doivent entrer dans le problème, celles qui, étant connues, mèneront plus facilement à la connaissance des autres. »

ment dans l'étude de la mécanique concrète (cycloïde, chaînette, etc.).

La distinction que nous venons de faire était déjà connue des anciens. Pour eux aussi tous les problèmes étaient ou géométriques ou mécaniques. Mais ils n'admettaient dans la géométrie que les problèmes relevant de la ligne droite ou du cercle, rejetant au rang des questions mécaniques toutes celles qui impliquent le tracé d'une courbe de degré supérieur (à l'exception peut-être des coniques, qui finirent par être reçues dans la géométrie proprement dite). Une telle façon de voir s'explique en un temps où l'algèbre n'existait pas, et où la notion de degré, très confusément entrevue, ne permettait pas encore un classement général des courbes. Il faut laisser à Fermat et surtout à Descartes, le mérite d'avoir compris le parallélisme fondamental entre les équations de degré successif et les courbes de plus en plus complexes. Descartes explique très clairement que la construction d'une courbe d'ordre n et la résolution d'une équation de même ordre sont deux problèmes équivalents, et, avec une assurance que les progrès de l'Algèbre ont partiellement démentie, il ajoute que les unes et les autres peuvent se construire par des combinaisons d'ordre inférieur à n. En tous cas, il classait les problèmes comme il classait les courbes par ordre de complexité croissante en même temps que le degré. Pour lui une équation d'ordre n est par définition moins simple qu'une équation d'ordre $n - 1$, le degré algébrique étant l'exacte mesure de la difficulté logique. Enfin Descartes, bien qu'il ne le dise pas expressément, laisse entendre que les problèmes algébriques, même les plus compliqués, sont plus simples que ceux dont le degré est infini : ce sont ces derniers qu'il appelle mécaniques et que nous nommons transcendants[1].

1. Cf. Le début de l'ouvrage de Newton, *Enumeratio linearum Tertii Ordinis*, Londres, 1706.

La distinction des courbes et des nombres algébriques et transcendants se trouve aussi faite avec une grande netteté dans les *Principes mathématiques de la Philosophie naturelle*, L. I. S. 6, lemme, XXVIII, p. 116. Ce lemme a pour objet de démontrer que « les parties quelconques de toute figure ovale, déterminées par les coordonnées ou par d'autres droites tirées à volonté, ne peuvent jamais être trouvées par aucune équation d'un nombre fini de termes et de dimensions. »

Cette classification si élégante et si conforme à l'idée cartésienne de la simplicité semble à Newton théoriquement parfaite. Mais en pratique elle fait trop souvent sacrifier à une simplicité apparente, exprimable par le degré, la simplicité réelle qui ne l'est pas.

Si le seul fait de posséder l'équation d'un problème suffisait à satisfaire notre curiosité, il est clair que nous pourrions juger de la simplicité de ce problème par le degré de l'équation à laquelle il conduit. Mais, nous le savons, le but de l'algèbre est différent : elle doit nous permettre de lire dans l'équation les propriétés concrètes de l'objet. L'équation, prise en elle-même, n'est qu'une formule plus précise de ce que nous sentions à l'avance. Pour nous apprendre une vérité nouvelle, il faut qu'elle présente à notre intuition un ensemble de rapports que l'imperfection du langage ordinaire n'aurait pu exprimer. Donc on ne peut la séparer de la figure qui lui correspond, celle-ci « n'est point une équation, c'est une peinture soit « géométrique, soit mécanique par laquelle on exprime des « idées pour les rendre faciles à concevoir. »[1]. Il suit de là immédiatement qu'une équation, pour être simple, doit représenter une figure simple. A cet égard il est juste de dire qu'une équation de degré supérieur sera généralement parlant moins simple qu'une autre de degré plus petit. Mais cette règle n'a rien d'absolu. Le degré, qui est assurément la mesure exacte de la complexité algébrique, n'a par contre rien de commun avec la complexité géométrique. Une fonction comme le sinus, qui est d'une complication inextricable pour l'algèbre, représente une courbe, la sinusoïde, qui est une des plus simples de la géométrie. On peut même, en suivant Newton, faire un pas de plus. Si la simplicité algébrique était le critérium unique, on ne sait pas pourquoi on se limiterait à classer les équations d'après le degré. A l'intérieur même de chaque degré, il faudrait classer les équations d'après la simplicité de leur forme extérieure. C'est un des problèmes difficiles de l'analyse que la réduction de l'équation générale d'ordre n à un certain nombre de types canoniques. En ce qui concerne le 3[e] degré, Newton a complètement résolu le problème dans son *Enume-*

1. *Arith. Univ. Construction linéaire des équations.*

ratio Linearum Tertii Ordinis. Mais limitons-nous aux sections coniques. Elles rentrent toutes, sauf les cas de dégénérescence, dans l'un ou l'autre des types suivants :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \text{(Ellipse).}$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \text{(Hyperbole).}$$

$$x^2 + y^2 = R^2 \qquad \text{(Cercle).}$$

$$y^2 = 2px \qquad \text{(Parabole).}$$

S'il nous fallait choisir la plus simple en nous fondant seulement sur la forme algébrique, c'est à coup sûr la parabole qui devrait être préférée, car son équation ne renferme qu'un seul terme carré. Puis viendrait le cercle, qui dépend d'un paramètre, enfin l'hyperbole et l'ellipse, où figurent deux grandeurs arbitraires. Pourtant il n'est pas un géomètre qui ne préfère le cercle à la parabole. C'est donc que l'expression formelle n'est pas seule à entrer en compte. Le cercle est une courbe limitée, symétrique, facile à décrire. Il est évidemment plus facile à construire que la parabole avec ses branches infinies et sa courbure inégale. Mais en vertu des mêmes idées, l'ellipse doit être préférée à la parabole, malgré l'apparente complexité de sa formule. C'est de toutes les sections coniques la plus connue, celle qui a le plus d'affinité avec le cercle, enfin celle qui peut être le plus facilement décrite sur un plan[1]. Il est donc clair qu'il ne faut pas classer les courbes par les seuls caractères que l'Algèbre révèle dans leurs équations. « La simplicité des équations n'est qu'une simplicité analytique, qui n'a rien de commun avec la composition. Les lois de celle-ci sont entièrement indépendantes de l'analyse. Cette dernière nous mène comme par la main à la composition ; mais il n'y a de vraie composition qu'à l'instant où l'analyse a entièrement disparu. »[2] La vraie mesure de toute difficulté doit être une mesure pratique, et nous devons distinguer la simplicité *ana-*

1. *Arith. Univ.*, p. 88. « Les constructions que l'on fait par la parabole sont les plus simples de toutes, en ne considérant que la simplicité analytique ; viennent ensuite celles que l'on fait par l'hyperbole, et en dernier lieu les constructions par l'ellipse. Mais si vous n'avez égard qu'à la simplicité pratique, renversez cet ordre. »

2. *Arith. Univ., Construction linéaire des équations.*

lytique, laquelle consiste à exprimer une question par l'équation la plus simple, de la simplicité *géométrique*, qui consiste à résoudre une question en menant les lignes les plus simples.

Les anciens, malgré l'imperfection de leur algèbre, avaient compris cette distinction, et sur ce point Newton n'hésite pas à se déclarer leur disciple. Malheureusement, pour les anciens la ligne droite et le cercle étaient les seules figures assez entrées dans la pratique pour qu'on pût les appeler vraiment simples. La règle et le compas étaient les instruments uniques admis pour la construction des problèmes. Après avoir épuisé la plupart des problèmes que soulèvent les combinaisons de la droite et du cercle, les géomètres de l'antiquité se heurtèrent de bonne heure aux problèmes généraux du second degré. Dès l'époque d'Aristote, il semble que l'étude des coniques fût l'objet dernier de l'enseignement mathématique, et, par une marche bien naturelle en un temps où la géométrie devançait l'algèbre, c'est par la géométrie qu'on les attaqua tout d'abord. La sphère, le cône et le plan avaient pu s'étudier sans difficulté à l'aide de la droite et du cercle, et c'est par l'analyse de leurs intersections qu'on découvrit ces figures nouvelles, planes comme le cercle qui en fait partie, et pourtant impossibles à décrire dans le plan avec la règle et le compas.

De là une distinction, qui devait subsister jusqu'à l'époque de Newton[1], entre les problèmes *plans* et les problèmes *solides*. Les problèmes plans sont ceux qui peuvent se construire à l'aide du cercle et de la ligne droite, les problèmes solides sont ceux qui, tout en impliquant des figures planes, ne peuvent se construire rigoureusement qu'en faisant appel à des figures auxiliaires empruntées à la géométrie de l'espace. Plus tard on s'aperçut que dans les problèmes solides il fallait encore faire des divisions, car tous les problèmes ne se résolvent pas à l'aide des sections coniques. Descartes appelait *sursolides* ou *plus que solides* les problèmes du troisième degré et de degré supérieur, entendant par là que même en recourant à la géométrie « solide » il était impossible de les résoudre complètement par des constructions du second degré. Les anciens, obligés de limiter leurs recherches aux problèmes solides pro-

1. Cf. *Enum. Lin. Tert. Ordinis*, § VI, p. 265.

prement dits, avaient commencé par les résoudre au moyen des coniques, par des constructions dans l'espace dont l'élégance n'a pas été dépassée. Les travaux d'Apollonius et d'Hipparque demeurent à cet égard des modèles. Ils obtenaient ainsi l'avantage d'une construction théoriquement rigoureuse pouvant s'effectuer par des intersections planes. Mais ces solutions, qui ne laissaient rien à désirer comme précision, ne tardèrent pas à se montrer insuffisantes en pratique. Il est évident qu'une construction, même facile, effectuée dans l'espace est inférieure au point de vue pratique à une autre plus compliquée mais réalisable dans le plan. Aussi les anciens, après avoir déterminé par composition les lieux des problèmes solides, ont-ils bientôt senti que de telles constructions resteraient inutiles à cause de la difficulté de décrire les sections coniques. En vain essayèrent-ils d'abord de construire ces sections par points, ce qui peut se faire, comme on sait, de façon élémentaire. Un tel artifice ne réussit pas, car il ne saurait s'employer dans la recherche des lieux qui s'obtiennent par des intersections. Ils se résolurent alors à introduire dans la géométrie des courbes dont la nature théorique est bien plus complexe que celle des coniques, mais dont la description pratique peut se faire par des moyens simples. Sacrifiant le goût de l'élégance au souci de la commodité, ils admirent qu'on résolût des problèmes du second ordre à l'aide de courbes d'ordre plus élevé, voire même de courbes transcendantes, si celles-ci étaient d'un maniement plus aisé que les sections coniques. C'est l'époque où, sous l'influence d'Archimède, de Dioclès, de Nicomède, la spirale, les conchoïdes, et les autres courbes mécaniques pouvant se décrire plus ou moins facilement servirent à résoudre dans le plan les problèmes qu'on construisait auparavant dans l'espace. Pappus, qui nous a laissé une histoire de cette révolution scientifique, en rapporte le premier mérite aux travaux d'Archimède. Négligeant la méthode trouvée par les géomètres ses prédécesseurs, d'opérer la trisection de l'angle par les sections coniques, Archimède enseigna dans ses *Lemmes* un nouveau moyen d'exécuter ce problème. Il s'y servait de courbes mécaniques, obtenues en tendant des fils, et sa solution à la fois rigoureuse et pratique est le modèle que va suivre Newton.

Si les anciens, tout en regardant certaines courbes comme mécaniques, les ont cependant préférées pour la résolution des problèmes, il semble à Newton qu'il y a encore bien plus de raisons de les préférer pour cet usage « aujourd'hui que la plupart des géomètres les regardent comme tout aussi géométriques que les sections coniques elles-mêmes [1]. » C'est en effet imposer à l'analyse une restriction singulière que de l'appliquer seulement aux courbes algébriques. La géométrie analytique est plus générale que ne le pensait Descartes. La langue précise du calcul peut tout aussi bien servir à traduire des relations transcendantes que des relations algébriques. C'est là une simple question de terminologie.

Si je conviens par exemple de représenter par $a(x)$ la fonction qui est égale au sinus de x, l'équation parfaitement simple

$$y = a(x)$$

sera celle de la sinusoïde, et si le symbole $a(x)$ se montre commode, il n'y aura nulle raison pour exclure la sinusoïde de l'ensemble des courbes simples admises dans la résolution des problèmes.

Ainsi en développant l'idée des anciens, Newton arrive à cette conclusion que les courbes les plus simples ne sont pas nécessairement celles dont le symbole algébrique est le plus voisin d'une formule du premier degré. Ce sont celles bien plutôt qui sont le plus faciles à décrire. Or, excepté le cercle, il n'est aucune courbe plus facile à décrire que la conchoïde. Il faut donc la préférer à toutes les coniques, même si ces coniques menaient, elles aussi, à une solution rigoureuse. Je suppose qu'on demande de partager un angle dans un rapport donné. La trochoïde nous donne la solution; c'est elle qu'ont employée *Archimède* dans ses *Lemmes* et *Pappus* dans ses *Collections*. Si l'on demandait de partager l'angle en 1 0001 parties égales, est-il un partisan des courbes algébriques qui ose préférer l'emploi d'une courbe de ce genre, dont l'équation dépasse le 100e degré, à la trochoïde, ligne très connue, et si facile à décrire par le mouvement d'une roue ou d'un cercle ? On voit que Newton ne quitte pas un instant le point de vue de

1. *Arith. Univ.*, p. 85.

la construction graphique. C'est elle en dernière analyse qui doit nous fournir le point cherché, et il ne nous sert de rien de connaître le degré des lignes qui donnent une intersection, si le tracé de ces lignes est trop difficile pour que l'intersection soit déterminable [1]. Voilà pourquoi les anciens, sans souci du degré, ont eu raison de mettre sur le même rang la droite et le cercle, comme étant également faciles à décrire. Voilà pourquoi Newton, s'occupant avant toutes choses de la « simplicité de description » emploie des courbes simples, quoique transcendantes, pour résoudre les problèmes du troisième degré. Est-ce à dire que ces problèmes ne pourraient s'aborder systématiquement au moyen des courbes du second ordre ? Descartes pensait que si, et théoriquement il avait raison [2]. Mais l'esprit de Newton ne peut se satisfaire d'une construction qui n'est que rigoureuse. La seule rigueur n'éclaire pas l'esprit, lorsqu'elle nous éloigne de la pratique, et de la vraie simplicité.

C'est à cause de ce double goût de la pratique et de la simplicité que Newton a donné à son traité d'algèbre le titre d'*Arithmétique universelle*. Par là il voulait d'abord faire voir que la méthode mathématique est proche du « bon sens », que l'Arithmétique et la Géométrie doivent aller de pair avec l'Algèbre. Au systématisme cartésien, qui prétendait appliquer partout la seule analyse, il essaye de substituer un ensemble de procédés variés, mais concourants. Ensuite il prétendait montrer que le sentiment de ce qu'est une fonction, plus peut-être que le maniement des formules, est essentiel à la géométrie analytique. Un mécanisme purement abstrait ne peut donner aucune solution utile, s'il ne s'inspire du besoin de la

1. Curvarum usus in geometria est ut per earum intersectiones problemata solvantur. » — *Enum Lin. Test. Ordinis*, § VII, éd. Castillon, p. 267.

2. Le mathématicien Beaudeux, dans une note ajoutée à l'Arithmétique de Newton, essaye de répondre aux objections de ce dernier, et de résoudre les problèmes du 3e et du 4e degré au moyen d'une parabole *donnée* et d'un cercle. Tout en reconnaissant que la parabole, même limitée à une petite région du plan, est d'un tracé plus difficile que la conchoïde de Nicomède, il prétend pouvoir pourtant en faire usage, car « puisque la même parabole peut servir à la construction de toutes les équations du 3e et du 4e degré, il est clair qu'alors on peut bien prendre la peine de la traiter avec exactitude. » (*Arith. Univ.*, p. 173, en note).

Cette méthode, qui se trouve déjà dans Descartes, est également indiquée par Newton, dans son *Arith. Univ.*, p. 100.

mesure et des notions que suggère l'expérience. Enfin, dans l'Algèbre elle-même, la simplicité à laquelle on aspire ne doit pas se concevoir indépendamment de la pratique. Si une solution est utilisable, fût-elle irrationnelle ou transcendante, elle est simple dans le vrai sens du mot. Sur ce point Newton s'oppose à l'école mathématique cartésienne, bien qu'à d'autres égards il en soit l'héritier direct. Ses goûts d'observateur et de physicien le rapprochent davantage de Huyghens, qu'il cite toujours comme un modèle de finesse et de lucidité. Les anciens mêmes, malgré l'imperfection de leur analyse, avaient eu mieux que Descartes, le sentiment de l'usage vrai du calcul. « Si nous possédions tout ce qu'ils ont écrit, dit Newton quelque part, sans doute qu'il ne resterait aux modernes rien d'utile à découvrir ». Cela tient à ce qu'ils ont toujours su proportionner leurs méthodes à la nature des problèmes qui se posaient à eux. Après avoir longtemps sacrifié l'utilité à la seule élégance, ils se sont décidément tournés vers le côté pratique, cherchant, dans des constructions aisées, la solution des problèmes difficiles. C'est aussi la tendance de Newton. L'Arithmétique et l'Algèbre ne sont que l'expression précise du bon sens. Nous allons voir que l'Analyse proprement dite et le calcul infinitésimal s'acquittent, dans un autre domaine, d'une fonction analogue.

CHAPITRE II

L'ORIGINE DU CALCUL DES FLUXIONS

C'est un fait général dans l'histoire des idées que l'influence exercée par les sciences exactes sur les progrès de la philosophie. Une telle influence n'a pu être douteuse que dans les siècles de mysticisme ou aux époques de bouleversement moral qui ont signalé les crises de l'histoire. Il est clair que le moyen âge, aveuglé par la foi, les contemporains d'Épicure ou de Zénon, désireux surtout de sérénité morale, les poètes-philosophes d'Alexandrie, attendant d'un amour divin toute paix intellectuelle, devaient ailleurs que dans la science chercher d'obscures inspirations. Et encore ne faudrait-il ici affirmer qu'avec réserve. Le labeur scientifique du moyen âge a été plus grand qu'on ne dit généralement[1], et son influence sur la philosophie scolastique s'est montrée directe et profonde. Epicure ou Lucrèce, tout en méprisant la science, s'en servent à chaque instant, et l'on peut dire que leur morale même est remplie de physique et de mathématiques. En tous cas, de Platon jusqu'à Kant, chaque système rationnel de philosophie s'est vu accompagné d'un système scientifique nouveau, comme aussi chaque progrès dans les sciences a entraîné une modification dans la vue d'ensemble qu'on se faisait de l'univers.

Il est une remarque qu'il faut ajouter. Si les sciences ont dû quelque chose aux progrès de l'esprit philosophique, c'est presque toujours dans leur partie concrète ou appliquée. Les idées toutes formelles d'Aristote sur la matière et l'être ont marqué d'une profonde empreinte[2] les premières recherches sur la

1. Cf. par exemple Cantor, *Gesch. d. Mathem.* t. II.
2. Voy. Lange, *Hist. du Matérialisme*, V. I.

physique. Démocrite, par sa théorie du monde autant que par ses essais d'expériences, a été, comme l'a fait voir M. Berthelot, le véritable initiateur de la chimie. L'école néo-académicienne et l'école sceptique ont introduit l'esprit critique en médecine. Les préceptes logiques de Bacon ont servi de règle aux sciences expérimentales.

Au contraire, si nous nous demandons quelles sciences ont aidé le plus au développement des idées philosophiques, nous verrons que, toujours et partout, ce furent les sciences mathématiques. L'arithmétique de Pythagore a donné aux anciens la première notion de l'harmonie naturelle. La géométrie était pour Platon le passage nécessaire de l'erreur à la sagesse. Les progrès de l'algèbre ont amené Descartes à la recherche d'une méthode philosophique possédant à la fois la clarté et la rigueur. Spinoza, Leibniz, Kant ont tiré de leurs idées sur l'étendue les véritables prémisses de leurs systèmes. Il semble qu'il y ait là une loi générale, d'après laquelle les idées de rapports sont les plus propres à servir de base aux autres. La manière dont nous concevons la grandeur, la continuité, les relations de figure, la réalité que nous donnons à nos expressions et à nos formules, déterminent le fond même de nos idées. Le sens des conceptions les plus simples varie selon le cadre où nous les plaçons, et le système qui semblait évident au disciple d'Aristote parce qu'il croyait vivre au centre d'une sphère finie, semblera impossible au philosophe moderne, par cela seul que la géométrie l'a rendu familier avec la notion d'étendue sans limites.

L'invention du Calcul Infinitésimal, qui a rendu possible la théorie des fonctions, est une de ces découvertes mathématiques dont le contre-coup était inévitable sur la marche des idées. Si l'on considère la philosophie de Descartes, dont l'auteur croyait à coup sûr qu'elle répondrait pendant longtemps à toutes les exigences de l'esprit moderne, et si l'on se demande pourquoi, trente ans après la mort de Descartes. son système n'avait plus d'adhérents que parmi les obstinés ou les retardataires, on est obligé d'admettre l'explication que fournit l'histoire : la méthode de Descartes, entièrement inspirée de ses découvertes mathématiques, avait été un instrument utile tant que ces découvertes ne furent pas dépassées. Sa géométrie, et surtout son

algèbre, sa manière de discuter les équations, de classer les courbes, de construire graphiquement les problèmes, étaient autant d'innovations dont on ne saurait nier l'importance et qui, avec les travaux de Fermat, ont fait progresser les mathématiques plus que des siècles n'avaient fait. Descartes avait donc eu raison lorsqu'il s'en était inspiré pour trouver une méthode universelle. Sa philosophie, ayant la même certitude que celle dont la géométrie se pique, et profitant à sa façon du progrès immense accompli par cette science, était naturellement faite pour donner confiance. Il était difficile de croire qu'après une réforme si importante ne vînt pas une période d'évolution paisible, où la philosophie d'une part, les mathématiques de l'autre, se développeraient spontanément dans le sens marqué par Descartes.

C'est cependant le contraire qui eut lieu. Les mathématiques, orientées par Fermat et Descartes, venaient de recevoir une impulsion qui devait aller en s'accélérant. Comme Descartes avait cru trouver dans l'algèbre l'instrument tout-puissant de la raison, les précurseurs de Newton et de Leibniz, tentérent de chercher dans un symbolisme nouveau le moyen d'aborder des problèmes imprévus. C'est par la physique que commencèrent à se faire jour les lacunes de la théorie cartésienne ; ce sont aussi les hypothèses physiques de Descartes qui amenèrent d'abord la refonte de sa géométrie. Le but essentiel du cartésianisme avait été de rendre les mathématiques immédiatement applicables à la réalité, telle du moins que le concevait l'esprit constructif du maître. On peut dire que le même but est celui de Newton, puis de son école. Mais l'esprit d'observation propre à celle-ci l'oblige à voir la réalité d'une façon moins simple et moins schématique. Les relations numériques entre les objets, c'est-à-dire l'algèbre proprement dite, ne représentent que l'aspect momentané des choses, l'ordre universel tel que le conçoit l'intuition cartésienne. Les lois du changement et du mouvement ne peuvent s'élucider par l'Algèbre toute seule. La continuité qui y préside a besoin d'une expression spéciale, et c'est la Géométrie Infinitésimale qui va la fournir[1].

1. « C'est l'étude scientifique des phénomènes naturels qui avait guidé Newton et Leibniz, comme leurs prédécesseurs, jusqu'à leurs découvertes

L'idée d'une « Géométrie des Infinis » n'était pas absolument nouvelle. Sans remonter aux premiers aperçus que nous ont laissés les anciens eux-mêmes, on sait que dès le XIVe siècle, les géomètres s'étaient préoccupés de l'idée de *limite*. *Campanus*[1] et *Thomas de Bredwardin*[2] avaient, semble-t-il, rencontré d'insurmontables difficultés à définir l'angle suivant lequel une droite coupe une courbe, principalement au cas où la droite est mobile et tend, à la limite, vers l'une quelconque des tangentes à la courbe. Cette difficulté ne fut surmontée que deux siècles plus tard par les travaux de *Cardan*. Dans son *Opus novum de proportionibus*, publié à Bâle en 1570, on trouve la définition rigoureuse de l'angle de contact ou de *contingence*. C'est l'angle que forme une courbe avec sa tangente regardée comme limite de sécantes infiniment voisines. Une telle notion avait été suggérée à Cardan par l'étude de l'intersection des courbes. Si nous convenons de mesurer l'angle de deux courbes par l'angle des tangentes au point commun, il est clair qu'entre deux cercles par exemple, nous pourrons en insérer une infinité d'autres se coupant sous des angles de plus en plus petits : il suffira de diviser en un nombre croissant de parties égales l'angle des tangentes primitives et de considérer les droites de division comme les tangentes à des cercles nouveaux. Nous obtenons de la sorte des angles « indivisibles », c'est-à-dire infiniment petits, dont la somme reproduit l'angle donné. Mais que devient la construction si les deux cercles sont déjà tangents? Est-il possible de mener entre un cercle et sa tangente un autre cercle faisant avec la tangente un angle moindre que le premier? *Cardan* répond très hardiment que tous les cercles intercalés entre un cercle donné et sa tangente forment, aussi bien avec la courbe qu'avec la droite des angles égaux. Ces angles ne sont pas de grandeur finie, ce sont les « indivisibles » de tout à l'heure. Et si l'on demande comment il est possible qu'un angle évanouissant (celui de la sécante et de la tangente) demeure supérieur

définitives : une fois acquises les deux notions d'intégrale et de différentielle, c'est encore l'étude de la nature qui devait en diriger les premières applications. » — Painlevé, *le Problème moderne de l'intégration des équations différentielles* (*Bull. des Sc. Math.*, T. XXVIII. p. 193).

1. Jean Campanus de Novare, chapelain du pape Urbain IV de 1261 à 1281.

2. Procurateur de l'Université d'Oxford vers 1325.

qu'assez tard les travaux de Cavalieri. C'est par le *Père Mersenne*, semble-t-il, qu'il fut mis en relation avec lui, et nous avons de Fermat un opuscule de 1644, sans grande portée, où sont résolues quelques questions de Cavalieri [1]. Bien avant cette date, Fermat était en possession d'une méthode extrêmement profonde et générale, par laquelle il avait abordé avec succès la plupart des problèmes de géométrie analytique. La quadrature non seulement de la parabole, mais des paraboles et hyperboles d'ordre supérieur, la cubature du paraboloïde de révolution, la rectification de la cissoïde et de la spirale sont un exemple des résultats auxquels *Fermat* s'était élevé [2]. Sans examiner la question de savoir si c'est à lui véritablement qu'il faut faire honneur des premières méthodes du calcul intégral, il nous suffira de signaler une invention, d'apparence secondaire, en réalité plus importante que tout ce qui avait été fait jusque-là. C'est celle de la notation différentielle, dont Fermat faisait un emploi méthodique.

Fermat est le premier qui ait fait servir l'algèbre à la désignation de ces grandeurs évanouissantes qui doivent s'éliminer à la fin du calcul. Nous verrons bientôt qu'une des parties essentielles de l'œuvre de Newton, une des causes les plus précises de son conflit avec Leibniz, fut la question de la notation infinitésimale. Nous envisagerons à ce moment la portée philosophique de cette question. Retenons seulement que *Fermat*, dans la recherche des maxima et des minima, se servait d'un symbole toujours le même, la lettre E, pour désigner l'accroissement infiniment petit de la fonction. Si, par exemple, nous voulons chercher les valeurs de l'abscisse qui rendent l'ordonnée d'une courbe maxima, nous appellerons A cette ordonnée, $A + E$ l'ordonnée infiniment voisine, et en nous servant de la « propriété caractéristique » de la courbe, c'est-à-dire de son équation, il nous suffira d'écrire que ces deux valeurs sont égales pour obtenir une formule, divisible par E, d'où l'inconnue se tire algébriquement. Remarquons que la notation de Fermat présentait à la fois un avantage et un inconvénient. En employant des lettres analogues pour désigner les

1. *Œuvres de Fermat*, Ed. P. Pannery et Ch. Henry, T. I, p. 195.
2. Cf. Cantor, *Gesch. d. Math.*, T. III, p. 785 sqq.

quantités ordinaires et les infiniment petites, il montrait clairement que les mêmes règles sont applicables aux unes et aux autres et que le « calcul des infinis » n'est qu'une extension naturelle de l'algèbre. Mais en n'affectant pas d'un signe distinctif les grandeurs qui décroissent indéfiniment, il rendait malaisé le calcul des accroissements, sitôt qu'ils ne dépendent plus d'une manière tout à fait simple de la variable indépendante.

Malgré cela il est juste de dire qu'après la décomposition des figures en éléments simples, telle que l'enseignait *Cavalieri*, après l'évaluation des volumes et des aires, telle qu'on la trouve chez Képler et Guldin, il ne manquait plus qu'une notation appropriée pour donner au calcul nouveau toute son ampleur. Cette notation, *Fermat* l'a trouvée, et on peut dire que s'il l'avait choisie plus commode, il était capable de pousser ses découvertes aussi loin que le firent Newton et Leibniz. Comment se fait-il donc que vers 1635, à une époque où le calcul infinitésimal s'était presque constitué de lui-même, un esprit comme celui de *Descartes* ait apparu sans rien ajouter à cette partie de la science ? Comment s'expliquer que l'Algèbre et la Géométrie proprement dite aient seules profité de ses recherches, alors qu'aussitôt après sa mort, *Pascal* en France, *Newton* et *Leibniz* en Angleterre et en Allemagne devaient reprendre et pousser jusqu'au terme les travaux de Cavalieri et de Fermat ? Il y a à celà des raisons historiques que nous comprendrons si nous analysons l'esprit de la Géométrie Cartésienne et si nous voyons les rapports étroits qui la relient à sa philosophie.

La Géométrie Analytique passe pour être l'invention propre de Descartes. Il y a là une idée si accréditée qu'il en faut chercher l'origine dans un fait réel. Descartes a su, mieux que ses prédécesseurs, employer les ressources de l'algèbre à la discussion des problèmes géométriques. Mais n'entend-on par Géométrie Analytique que la désignation des longueurs par des lettres ? Il semble que le principe de cette science, telle que nous la concevons aujourd'hui, soit tout autre chose. Remplacer l'étude d'une courbe par celle d'une équation, tel est le véritable rôle de la Géométrie Analytique. On comprendra mieux cette définition en se reportant à ce qui se passe dans le plan.

Si nous traçons dans un plan deux axes rectangulaires et que nous convenions de représenter par un point l'ensemble de deux grandeurs corrélatives x et y, supposées égales (en grandeur et en signe) aux distances qui séparent le point des axes coordonnés, nous voyons que toute succession *continue* de valeurs attribuées à x et y aura son image dans le plan, et cette image correspondra point par point aux solutions de l'équation. Le même fait se reproduit dans l'espace, et pour un géomètre moderne il est presque inconcevable que la géométrie analytique plane ne se complète pas immédiatement par la géométrie analytique à trois dimensions. L'une et l'autre, en tous cas, impliquent le continu. Elles admettent, comme on l'a démontré depuis, que la manière d'être d'une courbe ou d'une surface algébrique dans le voisinage, si proche soit-il, d'un de ses points, permet de juger de la façon dont elle se comportera en un point quelconque[1]. Les propriétés de contact, de courbure, de double courbure, sont susceptibles d'une expression générale, valable en tous points, sitôt qu'on possède l'équation de la figure, ou, comme le disait Fermat, sa « propriété caractéristique. » C'est parce que les solutions d'une équation à deux variables forment, sauf l'exception apparente des points critiques, un système uniforme et continu de valeurs, que nous sommes assurés de trouver d'un bout à l'autre de la courbe la conservation des mêmes propriétés géométriques.

Si maintenant une ligne doit jouir de deux propriétés géométriques distinctes, nous aurons à chercher les deux équations générales qui expriment les propriétés algébriques équivalentes et un simple calcul d'élimination remplacera le tracé de la ligne demandée. L'Algèbre se présente de la sorte comme un substitut des difficultés géométriques. Ce sont les problèmes qui apparaissent comme difficiles, soit par la complication de leur énoncé, soit par l'incommodité de leur construction, que nous essayons de tourner par l'Algèbre. Au fond la nature du problème n'est pas modifiée par le langage sous lequel on l'énonce, et pourtant il y a une différence essentielle entre le cas où nous avons à grouper des données géométriques et celui où il faut discuter des formules algébriques. Les premières

1. Voy. Hadamard, *La Série de Taylor et son Prolongement analytique*, chez Naud, 1900.

forment un système d'éléments discontinus, qui sont susceptibles d'une combinaison et d'une seule, en dehors de laquelle il n'est pas de solution. Cette combinaison pourra apparaître d'emblée à un esprit familier avec l'usage des figures, mais il n'existe aucune règle certaine pour la distinguer des combinaisons stériles. Au lieu de cela le système d'équations représente une continuité parfaite. La combinaison des variables qui y figurent est assujettie à des règles fixes, et nous pouvons toujours, au moins théoriquement, obtenir sans effort d'invention le groupe des nombres qui les rendent compatibles. C'est là ce qui fait la vraie valeur de la Géométrie Analytique. Elle ne représente pas les équations par des courbes, mais les courbes par des équations. En d'autres termes elle n'a pas à construire, par des moyens géométriques, les racines communes à plusieurs équations, elle doit suppléer bien plutôt à l'insuffisance de nos moyens graphiques, en remplaçant la construction des lignes par la détermination des nombres qui les mesurent. Ce qui rend le second problème plus aisé à résoudre que le premier, c'est l'idée de la continuité, que la géométrie élémentaire admet sans doute, mais dont elle ne sait pas profiter. Avec la notion de variable et celle de fonction, l'Algèbre peut précisément faire l'analyse du continu et la Géométrie Analytique est le résultat de ce travail.

Les coordonnées rectangulaires, dont on a parlé plus haut, portent souvent le nom de coordonnées cartésiennes. Descartes a eu la notion très nette de l'emploi qu'on en pouvait faire, bien qu'il n'en indique nulle part la définition générale. Il est bien certain qu'avant lui l'idée des *ordonnées* ou *appliquées*, c'est-à-dire des droites parallèles limitées d'une part à la courbe, d'autre part à une droite fixe appelée *règle* ou *base*, a été utilisée par les géomètres du XVIe et du XVIIe siècle[1]. Descartes lui-même ne va pas plus loin. Il n'est pas parvenu à l'idée de la correspondance réciproque entre les abscisses et les ordonnées et nulle part dans sa géométrie on n'entrevoit nettement l'idée de fonction. Si la Géométrie Analytique de Descartes était vraiment ce que nous appelons de ce nom, il est évident qu'elle devait commencer par l'équation de la ligne droite. Or il est

1. Voy. Cavalieri, *Géométrie des indivisibles*, L. IV. — Kepler, *Opera*, IV, 598.

remarquable qu'en aucun endroit on ne trouve chez Descartes cette équation si simple. La formule :

$$ux + vy + w = o$$

se rencontre pour la première fois dans le traité classique de l'*Hôpital*[1], le premier ouvrage d'enseignement où la Géométrie Analytique figure d'une façon complète.

Descartes ne se préoccupe nullement de donner l'équation qui correspond à chaque espèce de courbes, et d'étudier sur l'équation, par la voie générale, les propriétés que la géométrie établit dans des cas particuliers. Les inconnues qui figurent dans les formules de Descartes ne sont jamais envisagées comme des *variables*, au sens moderne du mot. Les équations ne sont pas traitées comme renfermant sous une forme condensée l'ensemble des valeurs qui répondent au continu géométrique. Descartes tout au contraire, malgré le mépris qu'il professe pour la méthode des anciens géomètres, résout par une voie qui est neuve des problèmes posés à la façon des anciens. Quel est pour lui le sens d'une question ? Un problème mathématique revient toujours à un problème de *construction*. Ce que l'on demande à l'analyste, comme ce qu'on demande au géomètre, c'est de tracer une ou plusieurs longueurs dont la position permettra de construire, autant que possible par la règle et le compas, d'autres longueurs qui sont les inconnues[2]. Ainsi la construction de certains segments, déterminés en grandeur et en signe, est le but dernier de la géométrie cartésienne. Quand la règle et le compas ne suffisent pas, d'autres courbes sont indispensables. Mais l'intérêt que ces courbes présentent ne réside pas dans les propriétés générales communes à tous leurs points. Il réside dans le moyen qu'elles fournissent de découper une grandeur déterminée sur une

1. *Analyse des infiniment petits*, 1742.

2. C'est pour cette raison que Descartes néglige presque entièrement la Géométrie analytique à trois dimensions. De rares allusions, à la fin de la Géométrie, montrent qu'il pressentait la possibilité d'étendre les principes de son calcul aux figures situées dans l'espace. Mais cette extension lui semblait, pour ainsi dire, oiseuse, puisqu'elle ne facilite en rien la construction pratique des problèmes. C'est l'idée même des géomètres grecs, qui, après avoir étudié les coniques dans l'espace à l'aide des sections du cône, préfèrent revenir au plan, sauf à y tracer des courbes plus compliquées.

droite donnée, dans la possibilité de revenir d'une courbe à un nombre précis, à une racine véritable, après qu'on a envisagé, à titre auxiliaire, une infinité de racines inutiles.

La meilleure illustration de cette tendance à envisager non des *variables*, mais des *racines*, se trouve dans le célèbre problème que Descartes emprunte à Pappus et dont il donne la solution au livre premier de sa Géométrie [1]. On voit dans ce passage que l'idée de Descartes consiste avant tout à déterminer le degré de difficulté des constructions nécessaires à résoudre le problème. La nature algébrique du lieu, sa forme, ses propriétés, sont complètement passées sous silence, et Descartes nous apprend seulement comment nous pourrons construire géométriquement des points qui répondent à la question. Les notions de continuité ne jouent ici aucun rôle. On se contente de distinguer les cas où le problème peut se résoudre par la géométrie plane de ceux où il faut recourir à la géométrie solide.

Il n'est pas surprenant qu'un philosophe logicien, faisant résider le secret de toute méthode dans une énumération distincte, ait hésité à faire entrer le continu parmi les idées qui peuvent prétendre à l'évidence. Du moment que la science consiste à s'élever comme par degrés des vérités les plus simples jusqu'aux plus composées, cela veut dire qu'entre deux vérités données il ne doit pas y en avoir une infinité d'autres, sans quoi la transition est impossible et le progrès de l'esprit entravé. Donc la continuité que les choses nous présentent est une idée confuse qu'il convient au métaphysicien d'analyser en élements simples. Loin de se servir de cette idée pour faciliter l'étude des grandeurs discontinues, il faut que le géomètre fasse voir comment l'idée de fonction se ramène par l'analyse à celle de nombres fixes.

On comprend qu'une pareille disposition ait rendu la géométrie cartésienne impropre à s'orienter vers le calcul infinitésimal. Partout où un élément variable doit être envisagé et désigné

1. *Œuvres de Descartes*, Ed. Cousin. T. V, p. 321.
Le problème posé par Pappus et qu'Euclide ni Apollonius n'avaient su entièrement résoudre consiste à chercher le lieu des points tels que n demi-droites issues de ces points et rencontrant $2n$ droites données sous des angles donnés soient divisées en segments dont le produit ait un rapport donné au produit analogue correspondant à n autres demi-droites.

comme tel, la méthode de Descartes consiste à le remplacer par un élément constant susceptible de devenir racine d'une équation. C'est ainsi que procède Descartes lorsqu'il aborde le problème des tangentes[1]. Au lieu de faire entrer dans ses calculs l'angle de contingence, qui est évanouissant, il préfère le remplacer par l'angle que fait la courbe avec sa normale. Les problèmes relatifs au contact des courbes sont ainsi ramenés aux questions d'orthogonalité qui peuvent s'aborder sans faire ouvertement usage du calcul infinitésimal. De même lorsqu'il s'agit de déterminer le point le plus haut ou le plus bas d'une courbe, Descartes, qui connaissait pourtant la méthode de Képler et de Cavalieri, préfère écrire que l'équation aux abscisses a deux racines égales plutôt que d'annuller la variation première de la fonction qu'il étudie. La pensée de Descartes apparaît en pleine lumière dans une lettre de mai 1638[2], où il explique que le problème des tangentes se ramène pour lui à la détermination des valeurs de x qui donnent à l'équation des racines multiples en y. L'idée de Descartes, facile à vérifier dans les courbes algébriques, était que le calcul ordinaire suffit à déterminer ces valeurs sans qu'il soit besoin d'algorithme nouveau. Et de fait les artifices de Descartes réussirent à lui donner les tangentes aux paraboles d'ordre supérieur, comme plus tard, sous l'inspiration visible de Cavalieri, il les employa à la cubature de quelques solides de révolution. Mais ces résultats, bien que rigoureux, n'avaient rien de nouveau. Autant les découvertes de Descartes avaient été fécondes et systématiques en Algèbre, autant il est frappant de voir combien sa Géométrie est fragmentaire. Il a ajouté quelques artifices nouveaux à ceux des géomètres qui l'ont précédé, mais il n'a pas su entrevoir le lien qui unissait tous les problèmes dont commençait à s'occuper la science : problème des tangentes, problème des maxima, centres de gravité, etc. C'est que l'unité de ces différents problèmes devait se chercher dans des considérations nouvelles, étrangères à la méthode de Descartes. L'idée de *continuité* et l'idée de *fonction* ne figurent pas parmi les « natures simples » de Descartes.

1. *Géométrie*, L. II, p. 359.
2. *Correspondance*, Ed. Cousin. VII, 62-64.

Il est un point pourtant où la géométrie cartésienne s'est rapprochée singulièrement de l'idée de limite, et où les vues que donne Descartes, pour incomplètes qu'elles soient, devaient le conduire au calcul nouveau s'il avait su leur adjoindre le postulat de la continuité. Nous voulons parler de ce curieux problème de l' « arcufication » qui a été traité par Descartes dans ses notes manuscrites[1] et sur lequel M. Moritz Cantor appelle à juste titre l'attention[2]. Descartes n'avait pas consacré ses efforts à la rectification des courbes algébriques, qu'il estimait le plus souvent impossible « à cause que la proportion qui est entre « les droites et les courbes n'étant pas connue et même, « je crois, ne le pouvant être par les hommes, on ne pourrait « rien conclure de là qui fût exact et assuré[3]. » Par contre il croyait possible de résoudre le problème inverse. On peut tenter de trouver une circonférence de même longueur qu'un carré donné ; c'est le problème de l' « arcufication » que Descartes résout d'une manière rigoureuse. Le point intéressant de sa démonstration est qu'il est pour la première fois fait usage de la sommation d'une série infinie. Cette série est la progression géométrique très simple.

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \cdots$$

dont la somme est égale à 4/3. A chacun des termes de cette série correspond la construction d'un polygone qui permet d'approcher davantage de la solution. Mais c'est seulement la limite de ces polygones, le cercle lui-même, qui est la solution véritable. Ici encore Descartes, bien qu'il fasse appel à des considérations de limite, reste au fond sur le terrain arithmétique. La somme dont il se sert est un mombre fixe, de tous points identique à un nombre fractionnaire. C'est seulement s'il avait envisagé des séries infinies dont les termes dépendent d'une *variable* que Descartes aurait franchi l'intervalle qui sépare l'Algèbre du Calcul Infinitésimal.

A partir de Descartes, le calcul infinitésimal fit presque partout l'objet exclusif des recherches. Les problèmes qu'on put

1. Voy. Descartes, Ed. Cousin, XI[e] vol., p. 442 sqq.
2. Cantor, *Gesch. d. Math.*, T. II, LXXIX, 778.
3. *Géométrie*, L. II, p, 357.

aborder avec succès se multiplièrent rapidement, et il nous devient impossible d'en donner une énumération complète. Il est intéressant de signaler que l'école cartésienne, l'école allemande et l'école anglaise se sont inspirées dans leurs recherches de principes différents. Parmi les Cartésiens, *Pascal* le premier, abandonnant résolument le point de vue du maître, fit intervenir dans le calcul les infiniment grands et les infiniment petits. On lui doit une démonstration de l'aire de la sphère qui fit une profonde impression sur l'esprit de Leibniz[1]. Dans sa solution du problème des tangentes, Pascal se servait très probablement d'un triangle analogue au « triangle caractéristique », lequel est formé d'une corde infiniment petite et de ses projections sur les axes coordonnés[2]. Mais les découvertes de Pascal touchant le calcul des Probabilités devaient avoir encore une plus grande influence sur le développement du Calcul infinitésimal. Cette influence fut d'abord indirecte, car elle obligea les mathématiciens à porter leurs efforts sur les séries de puissances et sur l'analyse combinatoire, dont nous verrons bientôt l'importance historique en ce qui concerne le calcul intégral. Plus tard le Calcul des Probabilités exerça une influence directe, en soulevant une foule de problèmes où il s'agit d'évaluer en nombres infinis une somme de chances infiniment petites. Quoi qu'il en soit, Pascal et ses disciples, en découvrant le « Calcul des hasards », avaient ouvert un domaine nouveau dont l'analyse des infinis devait, au point de vue arithmétique, tirer le plus grand profit.

En Allemagne, des mathématiciens comme *Leibniz* furent conduits au Calcul infinitésimal par des considérations toutes différentes. C'est l'idée d'une « Caractéristique Réelle »[3] qui a conduit Leibniz à un système de signes d'où devait forcément se déduire la notation différentielle. On sait ce que Leibniz prétendait faire à l'aide de sa Caractéristique. C'était une tentative fort hardie pour remplacer non seulement le latin, mais

1. Lettre de Leibniz au marquis de L'Hôpital, déc. 1694.

2. Cf. *Leibniz et Pascal*, par C.-J. Gerhardt, Comptes Rendus de l'Académie de Berlin, 1891, p. 1053 sqq.

3. Characteristica Realis est une expression qui semble avoir été créée par un Anglais, Georges Dalgarno, auteur d'un *Ars Signorum, vulgo Character Universalis et Lingua Philosophica* (1661).

toute langue en général, par un système de signes rationnels, exactement appropriés à la pensée. L'idée de Leibniz n'était pas très éloignée de l'idée cartésienne d'*énumération*[1] Il voulait décomposer en éléments simples l'ensemble de nos notions, affecter à chacun de ces éléments un signe distinctif, et remplacer le travail du raisonnement par un mécanisme s'exerçant sur ces signes. On peut voir là une première tentative d'Algèbre Logique ou d'Algèbre Universelle. Des essais du même genre avaient été tentés par deux logiciens Anglais, *Dalgarno* et *Wilkins*[2]. Leibniz, qui eut connaissance de ces travaux bien après avoir publié les siens, leur reproche d'une façon générale d'être plutôt grammaticaux que logiques. Ce qu'il faut, c'est un système de lettres sur lesquelles on puisse opérer non par la syntaxe mais par l'Algèbre proprement dite. Les signes de l'addition[3], de l'égalité, de la multiplication, de la division, doivent pouvoir, si l'on classe convenablement les idées, servir à les combiner sans faute, et ainsi la réalité de la pensée pourra correspondre à des opérations formelles. Il est vrai que Leibnitz n'a donné nulle part l'exposé complet de sa science caractéristique. Il a tenté de faire dans quelques-uns de ses écrits l'analyse des concepts fondamentaux, dans d'autres il esquisse leur synthèse au moyen de l'art combinatoire. Mais le rapport de ces deux procédés n'est pas défini clairement par Leibniz. Faut-il conclure que cet esprit encyclopédique avait fini par renoncer à sa Caractérisque Universelle ? Il serait plus exact de dire qu'il aperçut la nécessité urgente de mettre à la base de la logique une théorie plus complète des nombres. L'analyse d'un tout donné en éléments indivisibles est un problème hors de la portée de l'Arithmétique ordinaire. Nos idées présentent entre elles une suite de différences continues. Or les différences infiniment petites ne peuvent entrer utilement dans nos calculs que si elles reçoivent des symboles nouveaux et si on les soumet à des opérations

1. La philosophie de Leibniz, vers 1666, était encore fortement marquée de l'influence cartésienne.

2. L'ouvrage de Wilkins parut en 1668 sous le titre *An Essay towards a Real Character and a Philosophical Linguage, with an alphabetical Dictionary*.

3. Le signe + est déjà utilisé par Leibniz comme signe de l'addition logique.

spéciales. De là vient la nécessité de créer au préalable une Algèbre infinitésimale, si l'on veut aboutir à une Logique Universelle. C'est donc par le *Calcul des notions* et le *Calcul des différences* que Leibniz a été conduit à l'Analyse infinitésimale.

Les mathématiciens de l'école anglaise, qui furent à peu près les seuls maîtres de Newton, introduisirent dans la science un certain nombre d'idées nouvelles qu'il est essentiel de connaître si l'on veut apprécier exactement l'originalité de Newton lui-même. Parmi ces idées, il en est deux qui devaient se montrer particulièrement fécondes. Les géomètres anglais firent voir d'abord que la sommation des aires repose sur un calcul d'approximations. Ils montrèrent ensuite que l'algèbre ordinaire ne suffisant pas à effectuer simplement des opérations différentielles, d'autres règles de calcul étaient nécessaires.

John Wallis publia en 1665 son Arithmétique Universelle[1]. Cet ouvrage qui fut longtemps classique était le complément naturel des travaux de Cavalieri. Au lieu de s'en tenir aux quadratures entières, c'est-à-dire à la mesure de l'aire des courbes ayant pour équation générale :

$$y = ax^m.$$

Wallis applique la méthode des indivisibles à toutes les paraboles d'ordre rationnel.

$$y = ax^{\frac{m}{n}} + bx^{\frac{p}{q}}$$

Il divise l'aire interceptée par la courbe, l'axe de x et deux parallèles à l'axe des y en un grand nombre d'aires infiniment petites, de même largeur l, et dont la hauteur est déterminée par l'équation de la courbe. Chacune de ces aires infiniment déliées peut s'assimiler d'une manière approchée à l'aire du rectangle ayant l pour base et y pour hauteur. Il y a là un premier emploi de la méthode des approximations. De plus, lorsqu'on ajoute toutes ces aires, Wallis constate qu'on obtient toujours en facteur une série à termes numériques, qui se prolonge d'autant plus loin que la division de la courbe a été elle-même poussée plus loin et dont la valeur intégrale devrait

1. *Arithmetica Universalis seu Nova Methodus inquirandi in curvilineorum quadraturam.*

intervenir dans la solution complète. Malheureusement cette valeur intégrale n'est connue que pour un petit nombre de séries, par exemple pour la progression géométrique dont Descartes avait fait usage[1]. Mais sitôt qu'on opère sur des courbes compliquées, on rencontre des séries numériques difficilement sommables. Prenons même la parabole

$$y = ax^2$$

et cherchons à évaluer l'aire qu'elle limite avec sa tangente entre les abscisses o et x. Nous devrons décomposer l'intervalle ox en un nombre très grand n de parties très petites l, de telle façon que $nl = x$. Additionnant alors les rectangles partiels, il vient pour l'aire demandée :

$$A = al^2.l + a(2l)^2.l + a(3l)^2.l + \ldots + a(nl)^2.l$$

ou

$$A = al^3 (1 + 2^2 + 3^2 + \ldots + b^2).$$

L'expression comprise entre parenthèses ne semblait pas, aux yeux de Wallis, susceptible d'une évaluation commode. Pourtant, lorsque n est un grand nombre, Wallis avait trouvé, par un calcul approché, que cette somme tend uniformément vers l'expression simple $\frac{n^3}{3}$. Comme nous n'avons à nous occuper que du cas où n augmente indéfiniment, l'approximation admise par Wallis devient entièrement légitime.

Généralisant alors ce procédé, Wallis avait fait porter ses efforts sur l'évaluation des fonctions de grands nombres. Il avait essayé méthodiquement de sommer, non seulement les séries de puissances entières, mais les séries de puissances rationnelles de nombres entiers. On lui doit à ce sujet des formules exactes, de même qu'il savait faire usage de produits et de quotients infinis[2]. Il appliquait déjà pour établir ces formules dans le cas des exposants fractionnaires, les procédés d'interpolation dont Newton devrait tirer un si grand parti. C'est seulement dans le cas des puissances négatives que sa méthode était parfois en échec. C'est aux travaux de Mercator qu'il faut faire remonter la solution de cette difficulté.

1. Voy. plus haut.

2. Comme par exemple la célèbre formule qui a gardé son nom et qui permet d'exprimer π sous la forme d'un produit infini de fractions croissantes.

Mercator[1] arriva, par des divisions successives, à ramener la quadrature des puissances négatives aux quadratures positives obtenues par Wallis. Il donna l'aire de l'hyperbole équilatère à l'aide des logarithmes, en se servant d'approximations successives tout à fait semblables à celles qu'employait Wallis pour mesurer l'aire de la parabole. On voit que les séries numériques, à peine entrevues par Descartes, prirent tout de suite chez les mathématiciens anglais une importance capitale. Dans l'impossibilité où ils se trouvaient de les sommer rigoureusement, ils furent amenés à en rechercher des valeurs asymptotiques. Par leurs approximations arithmétiques ils ouvraient la voie aux approximations algébriques qui permettent de négliger les infiniment petits en face de quantités qui demeurent finies. C'est le progrès qui va être accompli par le maître de Newton, Barrow.

Le problème des tangentes se posait à cette époque non comme un problème descriptif mais comme un problème métrique. Le but que l'on poursuivait n'était pas seulement d'obtenir par un moyen ou par un autre le tracé des tangentes. On cherchait à évaluer la longueur comprise entre le point de contact et l'axe des abscisses (tangente proprement dite) ou encore la projection de cette longueur sur l'axe (sous-tangente) afin d'en déduire une construction graphique simple et rigoureuse[2]. *Barrow* aperçut nettement les relations de similitude qui existent entre le triangle formé par la tangente, la sous-tangente et l'ordonnée, et un autre triangle infiniment petit, formé des différences infinitésimales tant de l'abscisse que de l'ordonnée et de la corde qui joint deux points voisins pris sur la courbe. Ce dernier triangle devient à la limite rigoureusement semblable au premier, et Leibniz lui donnait pour ce motif le nom de triangle caractéristique. Si les deux points choisis sur la courbe sont voisins, mais ne coïncident pas, le triangle caractéristique ne donne qu'une idée approchée de la position relative de la tangente par rapport aux éléments fixes de la courbe. Mais cette

1. De son vrai nom *Nicolas Kaufmann*, né dans le Holstein, étudia à Copenhague, puis à Londres, où il fut membre de la Société Royale. Sa *Logarithmotechnie* fut publiée en 1668. Elle se trouve dans le T. I des *Scriptores Logarithmici* de Francis Maseras (Londres, 1791-1807, 6 vol.).

2. Cependant *Roberval* en France avait découvert une méthode des tangentes purement cinématique et laissant de côté tout calcul.

idée est d'autant plus exacte qu'on se rapproche davantage de la coïncidence, et cela suffit pour qu'on puisse négliger dans le calcul algébrique toutes les grandeurs destinées finalement à disparaître du résultat.

En partant de là, *Barrow* exprime la grandeur t de la sous-tangente en appliquant les théorèmes relatifs aux triangles semblables et négligeant à la limite toutes les quantités évanouissantes. Si nous appelons $x + a, y + e$[1], les quantités infiniment voisines des valeurs x et y, la grandeur t de la sous-tangente s'obtiendra de la façon suivante : 1° dans l'équation de la courbe on remplacera x et y par $x + a$, $y + e$ et dans le développement ainsi obtenu on négligera partout les puissances supérieures ou les produits de a et de e, 2° on effacera dans les deux membres les termes indépendants de a et de e, 3° on remplacera enfin a par t et e par y, et l'on résoudra par rapport à t.

Par exemple l'équation

$$x^3 + y^3 = r^3$$

donnera successivement $x^3 + 3x^2a + y^3 + 3y^2e = r^3$ puis $3x^2a + 3y^2e = o$, enfin $t = -\frac{y^3}{x^2}$ [2]. *Barrow* applique avec succès la règle que nous venons de dire à un grand nombre de courbes dont l'équation permet la séparation des variables. Mais lorsque les variables ne peuvent être séparées, la méthode de Barrow est en défaut. Pourtant les coniques elles-mêmes se présentent parfois sous une forme qui contient le produit des variables. Si cette forme peut être évitée dans les coniques par un changement convenable de coordonnées, il n'en est pas de même pour une courbe plus complexe, dont on s'occupait beaucoup depuis une trentaine d'années, le *galand* ou *folium* de Descartes, dont l'équation s'écrit ainsi :

$$x^3 + y^3 = nxy$$

Pour construire les tangentes aux courbes de ce genre, il existe une règle analogue à celle de Barrow, qui a été donnée

1. Cette notation rappelle d'une manière frappante celle qui se rencontre chez Fermat.

2. Barrow, *Lectiones Geometricæ* (1670) Xe leçon, exemple 2.

par le baron *de Sluse.* De Sluse communiqua sa méthode en 1672 à la Société Royale, et sur la demande de cette société, il ajouta à l'énoncé de sa règle quelques théorèmes destinés à la justifier théoriquement[1]. Ces théorèmes montrent que de Sluse, comme Barrow, avait conscience de l'artifice fondamental du calcul différentiel. Tous deux prenaient le petit accroissement de l'abscisse, dx ou a, comme variable indépendante dans le domaine des quantités infinitésimales. Ils évaluaient les autres quantités très petites, par exemple l'accroissement de l'ordonnée, dy ou e, en prenant la première comme unité de mesure. Ceci les amenait à diviser leurs formules par la plus haute puissance de la variable évanouissante, et à négliger, dans le développement résultant, les puissances de a ou de e.

Pour effectuer ces opérations d'une façon pratique, il n'est pas nécessaire de refaire chaque fois tous les calculs. Il suffit de résumer en quelques règles simples, analogues à celles de Barrow et de Sluse, le résultat de ces opérations, comme pour faire une multiplication algébrique il n'est pas nécessaire de justifier isolément chaque opération, mais on peut employer des simplifications évidentes qui constituent précisément le calcul algébrique. Ainsi Barrow a fort bien compris qu'il faut constituer avant tout un véritable calcul des indivisibles. Les opérations à effectuer sur les infiniment petits sont du ressort d'une algèbre spéciale, qui a ses règles et ses procédés, aussi rigoureux que ceux de l'algèbre ordinaire. Tant que cet instrument de calcul ne sera pas suffisamment perfectionné, l'analyse infinitésimale sera arrêtée par la complexité des formules. Comme l'étude des approximations numériques avait mené *Wallis* à l'emploi des séries, l'étude des approximations algébriques conduit *Barrow* au calcul différentiel.

L'ordre dans lequel *Newton* publia ses ouvrages ne donne pas une idée très exacte du développement historique de son esprit. A part son premier traité, l'Analyse par les Séries — Analysis per Æquationes Numero Terminorum infinitas[2] — qui

1. Voy. *Phil. Transactions*, n° 95, p. 6059 et n° 97, p. 6126, *Phil. Trans. Abr.*, vol. I, p. 22.

2. *Barrow* communiqua le manuscrit à *Collins*, qui le transcrivit pour le faire lire à *Oldenburg*. Cette copie a été trouvée par *Jones* dans les papiers de *Collins*, et c'est lui qui la publia comme un ouvrage de Newton. Le manuscrit de Newton n'était pas primitivement destiné à la publication.

fut communiqué à Barrow dès le mois de juillet 1669, les autres publications de Newton sont toujours des divulgations tardives de découvertes longuement mûries. Beaucoup sont des écrits d'occasion[1] destinés à répondre aux sollicitations de son entourage. Quelques traités ont été suggérés par des problèmes d'actualité. Enfin une certaine quantité de lettres adressées à *Oldenburg*, à *Chamberlyne*, à *Wallis* et à l'abbé *Conti*, se rapportent surtout au conflit avec Leibniz et sont moins des compléments de doctrine que des revendications de priorité.

Newton a gardé de tous temps, par le fait d'une nervosité spéciale, la haine de la publicité. Les plus importantes de ses découvertes, comme par exemple celle de la gravitation, étaient au point dans son esprit plus de 20 ans avant qu'il songeât à les communiquer au monde savant. A plus forte raison se montra-t-il réservé en ce qui concerne les débuts de sa méthode et ne devons-nous chercher dans la chronologie de ses opuscules qu'une indication assez peu sûre de l'ordre où se formèrent ses idées. Il est bien certain par exemple que l'*Enumeratio Linearum Tertii Ordinis*, publiée pour la première fois à Londres en 1706 représente un stade de la pensée de Newton bien antérieur à cette date, et que le traité *De Quadratura Curvarum*, édité par l'auteur en 1704, est contemporain par ses idées de la méthode des Fluxions que Newton pratiquait certainement en 1671. Il serait donc illusoire de chercher à saisir les progrès de l'analyse infinitésimale en s'en tenant rigoureusement à l'ordre des dates où

1. La « *Methodus Fluxionum et Serierum infinitarum* » était faite d'abord pour être ajoutée à l'Introduction de *Kinckhuysen* à l'Analyse Spécieuse. Collins devait se charger de l'éditer. Mais les travaux optiques de Newton et son goût de la tranquillité retardèrent longtemps cette publication. *Pemberton* nous apprend qu'à la suite de la IIIe partie de la *Methodus Fluxionum*, Newton se proposait d'en ajouter une IVe sur « les Problèmes qui ne peuvent pas se ramener aux quadratures. » La perte de cette IVe partie est d'autant plus regrettable que Newton n'a nulle part repris le même sujet. La Méthode des Fluxions a été traduite par *Buffon* en 1740.

Le traité « *de Quadratura Curvarum* » a été publié par W. Jones en 1711 à Londres, en même temps que l'*Enumeratio Linearum Tertii Ordinis* sous le titre *Analysis per quantitatum Series, Fluxiones ac Differentias*. L'Énumération des lignes du troisième ordre fut rééditée avec commentaires par *Stirling* (Oxford, 1717) et vulgarisée par *Mac-Laurin* (1720), *Nicole* et *Bragelongne*. L'opuscule intitulé *Methodus differentialis* a été publié par Jones d'après le manuscrit de Newton. L'édition donnée par *Castillon* en 1744 contient quelques fragments mathématiques de moindre importance, dont un d'une authenticité douteuse (opuscule VII, 2e partie).

Newton a publié ses méthodes. Nous croyons plus exact et plus sûr de nous fier à l'esprit de ses Traités. Fort heureusement les découvertes de Newton ont toutes été en sa possession d'assez bonne heure. On peut dire qu'après 1690 il n'y ajouta plus rien, même dans le détail, et nous n'aurons pas à signaler chez lui, comme on serait amené à le faire pour Leibniz, aucun changement de point de vue, aucune évolution.

Nous avons vu que bien avant Newton on trouve les indices d'un calcul intégral et d'un calcul différentiel, mais jamais avant lui on ne sut exprimer l'idée d'un *calcul infinitésimal*, c'est-à-dire d'une branche nouvelle des mathématiques, dont le calcul intégral comme le calcul différentiel ne sont que des aspects. Les problèmes qui avaient mené peu à peu à constituer une sorte de calcul intégral, étaient très nombreux et en apparence bien différents : problème des quadratures, des rectifications des volumes tournants, problème des maxima et des minima, problème des isopérimètres, problème des centres de gravité.

Les questions qui avaient orienté les recherches du côté du calcul différentiel étaient tout aussi riches et aussi dissemblables : problème des tangentes, des trajectoires orthogonales, problème des roulettes, problème de de Beaune.[1] Beaucoup de géomètres avaient abordé avec une réelle ingéniosité un certain nombre de ces problèmes et en avaient parfois donné des solutions assez complètes. Mais on ne soupçonnait en aucune façon que des difficultés aussi variées dussent se résoudre par une méthode uniforme ou fissent partie d'un type commun qu'il suffisait d'analyser une fois pour le retrouver dans tous les cas. Assurément quelques mathématiciens d'élite, et ici à côté de Barrow il faut certainement nommer Descartes, pressentaient cette réduction. Le nom même de « problème inverse des tangentes » donné au problème général de l'intégration, montre qu'on entrevoyait son rapport au « problème des tangentes » proprement dit, c'est-à-dire au calcul différentiel. Mais ce ne

1. Bien que le problème de *de Beaune* doive être considéré comme un exemple de « problème inverse des tangentes », c'est-à-dire de calcul intégral, il a servi surtout à perfectionner la notation différentielle. On peut l'énoncer ainsi : trouver une courbe dont l'ordonnée soit à la sous-tangente comme une longueur donnée est à la différence entre l'ordonnée et l'abscisse.

sont là que des vues imparfaites, sans suite et sans fécondité. Newton au contraire, a compris dès l'abord que les mêmes notions se retrouvent à la base des nombreux problèmes que la science présentait comme disjoints. Il est inévitable qu'on s'élève à la *méthode des fluxions*, soit qu'on parte des tracés géométriques, soit qu'on approfondisse le calcul des différences ou même l'arithmétique ordinaire. Une fois la notion de « variation infinitésimale » acquise par une voie ou par une autre, le calcul de ces variations n'est plus qu'une affaire d'habileté.

La Géométrie Analytique et l'arithmétique pure sont les deux voies que Newton préfère pour s'élever au calcul infinitésimal, et ces deux voies mènent l'une et l'autre à une même conception fondamentale, celle des séries qui se composent d'un nombre infini de termes variables. Partons par exemple du point de vue cartésien. Il n'est qu'un cas où la géométrie analytique, telle qu'elle a été traitée par Descartes, s'applique complètement. C'est celui où toutes les grandeurs qui interviennent dans le calcul sont rationnelles [1], et où par suite les opérations de l'algèbre ordinaire réussissent jusqu'au bout. Tel est le cas de certains problèmes touchant la parabole, la droite et quelquefois le cercle. A ces problèmes, Descartes ajoute ceux qui impliquent des radicaux carrés, et même les racines d'équations générales du 3ᵉ et du 4ᵉ degré. Ceci lui permet d'appliquer sa méthode au folium par exemple, et à la parabole semi-cubique. Mais ce sont là les problèmes les plus complexes que l'algèbre cartésienne puisse résoudre effectivement. Non qu'elle ne s'applique en théorie aux courbes algébriques de degré quelconque, mais sitôt que la variable ne peut plus s'exprimer explicitement en fonction simple des données, les procédés pratiques du calcul ne sont plus utiles, et Descartes est obligé de se contenter de considérations générales touchant le degré du lieu cherché.

Cette imperfection pratique éclate d'autant plus que Descartes se proposait de donner un moyen permettant toujours de *construire* un problème. Or lorsqu'on cherche, par exemple, à évaluer l'aire d'une courbe, la méthode cartésienne ne donne

1. On reconnaît la catégorie des problèmes portant sur des courbes « unicursales ».

aucune construction. Bien plus, elle méconnaît la nature métrique du problème, puisqu'il faut posséder, au moins d'une manière approchée, l'expression explicite de l'ordonnée si l'on veut arriver à une sommation. Si donc Descartes résout parfaitement les problèmes où l'ordonnée de la courbe est donnée en fonction rationnelle de l'abscisse,. si à la rigueur on peut dire qu'il résout ceux où l'ordonnée implique des radicaux, sa méthode ne donne aucun renseignement, ni pour les problèmes de construction, ni pour les problèmes de mesure, dans le cas des équations non résolues, où l'ordonnée est fonction *implicite* de la variable.

La première nécessité qui s'impose à Newton est de compléter sur ce point l'algèbre cartésienne. L'ordonnée de toute courbe algébrique est à considérer comme une fonction explicite dont la forme doit être déterminée. Une pareille détermination, Newton le reconnaît, ne peut se faire par les ressources de l'algèbre dans le cas des courbes composées. Au delà du 4e degré nous ne possédons aucune formule exacte qui permette de caractériser chaque branche de la courbe par une équation de la forme

$$y = \varphi(x)$$

où l'ordonnée est fonction simple de l'abscisse. Mais si une formule explicite rigoureuse est hors d'atteinte, nous nous contenterons d'une formule approchée. Même au-dessous du 4e degré il sera parfois utile de renoncer à une expression exacte, chargée de radicaux superposés, pour se contenter d'une formule limite, où figureront une infinité de termes, mais où chaque terme sera simple, rationnel ou entier, et comme préparé d'avance pour les transformations du calcul.

De là le principe newtonien, qu'il faut faire disparaître de toutes les formules les « irrationalités » ou les « asymétries » et pour cela *développer les formules en séries rationnelles*. Ce développement peut toujours se faire, d'après Newton, en se servant de la seule division ou de la seule extraction des racines poursuivie jusqu'à l'infini. Si par exemple nous rencontrons dans le calcul l'irrationnelle

$$\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$$

nous la remplacerons par son développement qui est

$$1 + \frac{1}{2} . x^2 + \frac{3}{8} . x^4 + ...$$

et cette série, quoique illimitée, sera plus utile que l'expression finie, parce que chacun de ses termes pourra aisément être soumis au calcul. Ainsi, à chaque branche de courbe, il sera possible de faire correspondre pour l'ordonnée une série spéciale, explicite, uniforme, généralement entière. En même temps qu'on a isolé de la sorte les branches de courbe que l'équation donne confondues[1], on a le moyen d'effectuer sur l'ordonnée, par les règles ordinaires du calcul, toutes les opérations qui auparavant étaient impossibles. Le résultat obtenu, comme l'équation dont on part, prendra la forme de série infinie. Mais cette série sera évaluable avec une approximation aussi grande qu'on le désire, et cela doit suffire en pratique[2].

L'Arithmétique, aussi bien que l'Algèbre, doit mener aux développements en série. Nous avons vu que le nombre irrationnel s'interprète dans l'arithmétique de Newton comme une généralisation du nombre rationnel. Si nous voulons mesurer une longueur, nous commençons par chercher combien de fois elle contient la longueur prise pour unité. Soit n le plus grand nombre de fois que l'unité entre dans la longueur donnée; n sera une première mesure de la grandeur en question. Si nous désirons une mesure plus précise, nous diviserons l'unité en dix parties égales par exemple, et nous chercherons combien de fois l'une quelconque de ces parties entre dans le reste laissé par la première mesure. Soit n' ce nouveau nombre; $n + \frac{n'}{10}$ sera une mesure plus approchée. Si nous divisons le 10e de l'unité en 10 parties égales, nous obtenons des unités du 3e ordre qui entreront n'' fois dans le résidu des mesures précédentes; $n + \frac{n'}{10} + \frac{n''}{100}$ sera une mesure approchée au quatrième ordre près. Généralement les nécessités de la pra-

1. C'est le point de départ du célèbre procédé de Newton pour la séparation des racines, repris et complété par *Puiseux* (Cf. *Picard*, *Traité d'Analyse*, T. II).

2. Dans une lettre à *Collins*, du 10 décembre 1672, Newton montre déjà que les développements en série donnent la solution pratique du problème des tangentes : « Hanc methodum (tangentium) intertexui alteri isti, quâ Æquationum Exegesim instituo, reducendo eas ad series infinitas. »

tique ne nous conduiront pas au delà d'un certain ordre. Notre besoin de précision est satisfait, selon les cas, lorsque nous avons évalué une grandeur jusqu'à un ordre déterminé. Nous convenons alors de représenter la mesure au moyen d'une formule limitée

$$n + \frac{n'}{10} + \frac{n''}{100} + \dots + \frac{n_p}{10^p}$$

et le nombre rationnel ainsi trouvé est écrit dans le système décimal. En réalité, une mesure concrète n'est jamais exacte. Il faudrait pour qu'elle le devînt pousser l'approximation à l'infini, et cette extension est l'origine véritable du nombre irrationnel. Un nombre incommensurable n'est autre chose que la mesure *exacte* d'une grandeur dans le système décimal. Il peut s'écrire sous forme de série infinie

$$n + \frac{n'}{10} + \frac{n''}{10^2} + \dots$$

et l'on voit qu'il comprend le nombre rationnel comme cas particulier.

De même que l'Algèbre rationnelle étudie sous une même formule l'ensemble de tous les nombres commensurables, il est clair que les radicaux « asymétriques », tels qu'on les rencontre en algèbre, correspondent d'une manière générale à un ensemble continu de nombres incommensurables. Lorsqu'un radical carré, par exemple, porte sur une fonction entière de x, il est visible que si la variable passe par une suite continue de valeurs, le radical prendra lui aussi une infinité de valeurs distinctes, parmi lesquelles un petit nombre seulement seront par exception rationnelles. Mais alors une analogie évidente, un besoin de mesure identique à celui que nous venons d'analyser, nous feront exprimer, pour chaque valeur de la variable, la valeur que prend le radical dans un système de numération déterminé [1]. Nous obtenons de la sorte une série, généralement illimitée, pouvant se réduire exceptionnellement à un nombre fini de termes, et qui, si nous avons respecté les conventions

1. *Lettre à Leibniz*, 13 juin 1676 : Frationes in infinitas series reducuntur per divisionem, et quantitates radicales per extractionem radicum, perinde instituendo operationes istas in speciebus, ac institui solent in decimalibus numeris. Hæc sunt fundamenta harum reductionum.

fondamentales de l'algèbre, sera équivalente à l'irrationnelle dont nous sommes partis. La seule différence, importante il est vrai, qui sépare le cas arithmétique du cas algébrique est que dans le premier chaque terme de la série est un nombre bien déterminé; la série ne peut donc elle aussi représenter qu'un seul nombre. Dans le cas de l'algèbre au contraire, les termes de la série sont des termes algébriques, ils sont fonctions d'une ou de plusieurs variables, et par suite la série tout entière peut représenter un ensemble de nombres, c'est-à-dire une véritable *fonction*. Comme l'approximation d'une mesure croît lorsqu'on évalue plus de termes dans l'expression d'un nombre irrationnel, de même l'approximation d'une fonction augmente lorsqu'on tient compte d'une plus grande partie de son développement[1]. L'arithmétique ordinaire et l'algèbre spécieuse sont donc susceptibles d'une interprétation identique[2]. Elles mènent à des séries de tous points comparables à celles qu'on tire de l'analyse géométrique des courbes.

Une fois en possession de la méthode de développement en série, Newton n'a plus qu'à appliquer les principes énoncés par Barrow et Wallis pour construire à la fois le calcul intégral et le calcul différentiel.

S'agit-il d'évaluer une aire, de mesurer un volume, de rectifier une courbe? On devra trouver la forme algébrique de l'élément qu'il s'agit de sommer, la transformer par l'emploi des séries jusqu'à ce qu'on obtienne une suite de termes entiers, et appliquer à chacun de ces termes les procédés de sommation inventés par Wallis. Faut-il au contraire construire une tangente, chercher le point le plus haut ou le plus bas d'une courbe, on donnera aux coordonnées de petits accroissements désignés par des lettres arbitraires, on développera encore

1. Nam quod numeris accidit, idest, quod eo majus eorum valor decrescit in decimali, vel subdecupla ratione, quo magis ad dextram accedant, id respectivè locum etiam habet in speciebus, quando termini juxta dimensiones numeratoris vel denominatoris cujusque sunt dispositi in uniformam progressionem in infinitum prolatam. — *Meth. Flux*, Ed. Castillon, p. 32.

2. Hinc facile additionem, substractionem, divisionem, multiplicationem et radicum extractionem discere quis potest, dummodo in decimali ac speciosa arithmetica versatus sit, nec animum divertat unquam ab analogia quæ est inter decimales fractiones et algebricos terminos in infinitum productos, *Meth. flux*, p. 33.

l'équation en série ordonnée suivant les puissances de ces lettres, et conformément aux règles de Barrow on trouvera en négligeant les puissances supérieures soit la formule qui donne la tangente, soit celle qui donne l'ordonnée maxima. Ce sont des calculs de ce genre qui remplissent le premier opuscule de Newton, l'*Analysis per Æquationes Numero Terminorum Infinitas*. Newton y donne une série d'exemples où sa méthode de développement réussit[1], et bien qu'il l'applique exclusivement à des problèmes de calcul intégral, il est hors de doute qu'il l'utilisait dès cette époque dans des questions de calcul différentiel. Mais on ne trouve dans ce premier écrit aucun indice de notation nouvelle. La découverte d'une notation permettant de rendre pratique la méthode des séries et de lui donner toute l'ampleur qu'elle comporte date seulement de l'année suivante[2], et fait l'objet de la « Méthode des Fluxions ».

L'expression de *moment* avait été employée de tout temps par Newton pour désigner l'élément infinitésimal dont la sommation engendre une quantité finie. Cette expression tirait son origine des idées de Cavalieri, pour qui l'aire d'une courbe s'engendre progressivement par le déplacement de l'ordonnée parallèlement à elle-même. Le moment n'est alors autre chose que le rectangle infiniment petit qui va s'ajouter à la somme des rectangles déjà produits. Mais ni Cavalieri, ni Barrow lui-même n'avaient jamais considéré le moment comme une fonction de la variable indépendante. Ils avaient plutôt envisagé comme telle la somme des moments ou l'aire de la courbe. L'expression de cette aire dépend en effet de l'ordonnée où on la limite, et comme cette ordonnée elle-même dépend de l'abscisse, il était naturel que l'aire de la courbe apparût comme une fonction de x. Le moment au contraire est un infiniment petit, difficile à comparer avec une variable finie, plus difficile encore à considérer comme une fonction d'une telle variable.

De là l'idée fondamentale de Newton qu'il faut évaluer les moments, non en les rapportant à des unités finies, mais en prenant comme unités de mesure d'autres quantités infiniment

1. Dans tous les exemples qu'il cite n'entrent encore que des irrationnelles du second degré.

2. 1670.

petites, ou, si l'on préfère, d'autres moments. La variation très petite de l'abscisse et la variation très petite de l'ordonnée sont alors rigoureusement comparables. Leur rapport n'est plus un nombre très petit, c'est un nombre qui tend vers une limite finie. Le moment de la fonction d'une part, le moment de la variable d'autre part, deviennent fonction calculable l'un de l'autre.

Il suit immédiatement de là qu'il est nécessaire, dans un développement quelconque, de désigner par des lettres d'espèce différente les grandeurs ordinaires d'un côté, les grandeurs évanouissantes de l'autre. De la sorte nous serons assurés de respecter l'homogénéité, comme il est indispensable dans toutes les questions qui doivent recevoir une interprétation concrète. Les lettres ordinaires de l'alphabet continueront à servir pour les nombres finis, mais les accroissements infiniment petits que les nombres doivent recevoir seront notés par des symboles spéciaux permettant d'éviter toute confusion. Il faut que ces symboles s'appliquent de la même façon aux quantités que nous considérons comme indépendantes et aux quantités que nous considérons comme dépendantes. L'abscisse aussi bien que l'ordonnée est susceptible d'accroissements infinitésimaux et, comme ces accroissements sont de même nature, il convient d'employer pour les caractériser une notation parfaitement uniforme.

L'expression de *moment* peut aisément suggérer une pareille notation. Elle semble indiquer en effet que l'élément d'aire est un accroissement de nature simple, en tout semblable à l'élément de temps pendant lequel cette aire s'accroît. Il vaut mieux pourtant se servir, comme va le faire désormais Newton, du mot plus imagé de *fluxion*. Ce mot indique d'une façon saisissante le rapport qui existe entre une quantité quelconque et la variation progressive qu'elle subit. C'est le rapport même qu'on observe entre le débit instantané d'un fleuve et la masse totale de ses eaux. Il n'est pas de grandeur dont l'accroissement, la constance ou la diminution ne puisse se comparer aux états successifs d'un fluide mobile. Il suffit d'avoir cette comparaison sans cesse présente à l'esprit pour comprendre qu'en mathématique tous les accroissements qu'on rencontre, accroissements d'aire, de longueur, de distance, de volume,

sont à la quantité dont ils dérivent comme une « *fluxion* » est à la masse « *fluente* ».

Que l'on convienne donc de marquer par un point, par un trait, ou par un signe quelconque les lettres qui doivent désigner les fluxions, pour les distinguer commodément de celles qui sont affectées aux quantités finies, et l'application de l'algèbre ordinaire à ces nouveaux symboles deviendra immédiate. L'algèbre repose sur ce postulat, que toutes les lettres sont homogènes entre elles, et représentent des grandeurs de même genre. Le calcul différentiel devient possible dès qu'on a fait une convention analogue : les lettres marquées ou soulignées sont elles aussi homogènes entre elles, elles représentent toutes des grandeurs du même genre, seulement ces grandeurs sont évanouissantes. En fait, la notation choisie par Newton est celle qui consiste à marquer d'un point la lettre z, symbole d'une grandeur, pour obtenir la première fluxion $\dot{z}$ de cette grandeur. La fluxion de cette fluxion s'écrira $\ddot{z}$, la suivante $\dddot{z}$, et ainsi de suite. Cette dernière généralisation n'existe pas encore dans la « Methodus Fluxionum » et on la trouve appliquée pour la première fois dans le traité « *de Quadratura Curvarum* » publié en 1704[1]. Mais l'emploi des lettres marquées d'un point avait suffi pour permettre à Newton d'aborder par ses développements en série les problèmes les plus compliqués de son époque. L'équation qui donne le maximum ou le minimum d'une fonction peut s'écrire sous la forme nouvelle $\dot{y} = 0$. La solution du problème des tangentes est toujours comprise dans la relation générale exprimant que la sous-tangente est à l'ordonnée comme $\dot{x}$ est à $\dot{y}$. La détermination de la courbure et des points d'inflexion résulte de formules analogues où les fluxions de x et de y apparaissent toujours d'une manière homogène et où leurs rapports donnent toujours naissance à des nombres finis.

Tous ces résultats, et d'autres encore que Newton utilisa plus tard dans la composition des Principes, font voir l'importance capitale qu'avait pour cette partie de la science le choix d'une notation[2]. On peut dire que sans l'emploi des séries Newton ne

1. Cf. Newton, *Opuscula Mathematica*, Ed. Castillon, p. 209.

2. Malgré la fécondité de cette notation, on sait que la notation de Leibniz devait la supplanter. Plus tard, *Lagrange*, l'auteur de la notation des.



serait jamais arrivé à élever le calcul différentiel au delà du point où l'avaient mené les artifices de de Sluse et de Barrow, mais il n'est pas moins exact de dire que sans l'emploi d'une notation spéciale les développements en série seraient demeurés stériles. En prenant les choses à la rigueur, toutes les idées de la méthode newtonienne étaient déjà en germe dans les travaux de Fermat, de Wallis, et de leurs successeurs. Il n'en est pas moins vrai que l'invention d'une vue d'ensemble et d'une notation générale font de la « *Méthode des Fluxions* » le premier traité de calcul infinitésimal.

C'est un fait extrêmement remarquable, que Newton, arrivé de si bonne heure à se servir d'une notation différentielle, ne semble jamais avoir créé de notation intégrale. La parenté des deux branches nouvelles du calcul lui était pourtant bien connue. Dans sa très longue et très importante Lettre à *Oldenburg* du 24 octobre 1676[1], Newton avait inséré un cryptogamme dont il donna plus tard l'explication et qui renfermait, disait-il, le principe essentiel de sa méthode. Le sens de cette formule secrète était le suivant : étant donnée une équation renfermant un nombre quelconque de « fluentes » trouver leurs « fluxions », et réciproquement[2]. Un deuxième cryptogamme se trouve à la fin de la lettre. Newton y disait qu'il était en possession d'une double méthode, consistant d'une part à extraire les quantités fluentes d'une équation qui contient aussi leurs fluxions, d'autre part à exprimer les inconnues en série, et à trouver la forme de ces séries par la méthode des coefficients indéterminés[3]. C'est là une allusion directe à l'intégra-

dérivées, employa des symboles tout à fait analogues à ceux de Newton. Pourtant, comme le remarque avec raison M. *F. Rosenberger*, il y a une distinction à faire entre la différentielle $f'(x)\,dx$ de Lagrange et la fluxion $\dot{y}$ de Newton. C'est que dans la première, la variable par rapport à laquelle la différenciation s'opère est clairement indiquée, tandis que la fluxion newtonienne est l'équivalent d'une différenciation par rapport à un paramètre *indéterminé*. Cette notation, trop générale pour le calcul différentiel à son début, devait jouer plus tard un grand rôle dans le calcul des variations.

1. Cette lettre avait été adressée à Oldenburg, avec prière de communiquer à Leibniz. C'était une réponse à la lettre de Leibniz en date du 27 août précédent. Elle est citée généralement sous le nom de « deuxième lettre de Newton à Leibniz ».

2. « Data æquationequotcumque quantitates fluentes involvente, fluxiones invenire et vice versa. »

3. « Una methodus consistit in extractione fluentis quantitatis in æqua-

tion par approximations successives des équations différentielles. Mais dans aucun de ces deux passages Newton, jaloux pourtant de réserver ses droits de priorité, n'émet de prétention à la propriété d'une notation nouvelle pour le calcul intégral. Les expressions mêmes de « fluentes » et de « fluxions » montrent l'importance qu'il attachait dès ce moment à sa notation différentielle. Au contraire il ne semble jamais, même dans ses écrits ultérieurs, avoir utilisé de signe spécial pour la sommation. Ce ne fut pas une des moindres raisons de son conflit avec Leibniz. C'est à juste titre que ce dernier prétendait avoir inventé le signe S ou $\int$, inverse du signe d ou δ. Mais si l'on ne peut trouver chez Newton l'analogue de la notation intégrale, on peut du moins comprendre les raisons qui expliquent cette lacune. Le problème de l'intégration, pour Newton, doit toujours être précédé du développement des irrationnelles en série. Mais ces séries, devenues rationnelles, se trouvent être immédiatement sommables. Il suffit de savoir que $\frac{x^{m+1}}{m+1}$ est la quantité dont la fluxion est $x^m\dot{x}$ pour pouvoir obtenir directement la quadrature d'une série entière. Dans le cas où la série n'est pas entière, Newton a montré qu'on peut encore utiliser une formule analogue, soit qu'on ait affaire à des exposants fractionnaires, soit même, si le cas se rencontrait, à des exposants incommensurables. Le premier point résulte immédiatement des travaux de Newton sur le développement du binôme, le second est une conséquence nécessaire du principe de continuité. L'analogie et l'induction, auxquelles Newton fait ouvertement appel, suffisent ainsi à établir dans toute sa généralité la formule essentielle du calcul intégral

$$\text{Aire ABCD} = \frac{an}{m+n}\, x^{\frac{m+n}{n}}$$

si l'on a

$$y = ax^{\frac{m}{n}}$$

Ainsi l'on peut se passer de désigner les sommes, les aires ou les volumes par un signe spécial. Un pareil signe, aux yeux

tione simul involvente fluxionem ejus ; altera tantum in assumptione seriei pro quantitate qualibet incognita, ex qua cætera commode derivari possint et in collatione terminorum homologorum æquationis resultantis ad eruendos terminos assumptæ seriei.

de Newton, serait tout à fait inutile, puisque l'emploi même de sa méthode rend immédiate une évaluation explicite.

Il ne faudrait pas croire pourtant que Newton n'ait eu aucun pressentiment des difficultés inhérentes à l'emploi des séries. Il avait compris d'une manière très nette que le fait de sommer une fonction correspond à la création d'une fonction nouvelle et s'il ne se servait pas, comme Leibniz, d'un symbole particulier pour désigner cette opération, on trouve chez lui quelque chose d'équivalent. Nous voulons parler des règles curieuses qu'il donne pour constituer une Table des Quadratures.

Quel est exactement le rôle du signe $\int$ tel que Leibniz l'avait défini ? Si ce signe ne faisait que rappeler l'origine de la grandeur qu'il affecte, il serait comme le pensait Newton généralement superflu. Mais il existe des cas, Newton le reconnaît lui-même, où la méthode des séries est inefficace, soit parce qu'elle nécessite des développements trop complexes, soit parce qu'elle donne des formules illusoires, soit parce que les séries cessent d'être convergentes. Dans ces différents cas nous sommes bien obligés d'effectuer les quadratures sur des expressions brutes, irrationnelles ou transcendantes, telles qu'elles résultent des équations du problème. C'est alors que le signe $\int$ pourra avoir son utilité. Il permettra de spécifier d'une manière méthodique des quantités non effectuées, qu'il est nécessaire d'introduire dans la suite des calculs. Comme le signe $+$ ou le signe $\sqrt{\ }$ permettent d'utiliser des grandeurs algébriques sans qu'il soit besoin d'effectuer l'opération correspondante, le symbole d'intégration lui aussi rend directement utilisables des expressions non évaluées. C'est là son véritable but, et c'est le rôle que lui assignait Leibniz.

Newton, malgré la confiance qu'il accorde aux développements en série, reconnaît qu'en certains cas ils sont inapplicables. Même dans les cas où ils sont légitimes, il est fastidieux de les recommencer à chaque problème qui se représente. Si par exemple nous savons trouver l'aire d'un secteur d'hyperbole, il est inutile de refaire les calculs, à quelques changements de signe près, pour évaluer un secteur d'ellipse. Plus généralement, si des quadratures ont été faites sur des courbes données, il est oiseux de les recommencer pour toutes les courbes de même espèce. De là il n'y a qu'un pas à l'idée

qu'adopte Newton, celle d'une Table des Quadratures. Les sommations que la méthode de Newton permet de mener jusqu'au bout, celles même où elle échoue mais qui peuvent se faire par d'autres procédés, doivent se calculer une fois pour toutes avec une approximation donnée. On construira des tables qui contiendront les valeurs de la somme correspondant à des valeurs suffisamment rapprochées de l'argument, en y ajoutant le moyen de la déterminer par interpolation pour les valeurs intermédiaires[1]. Alors chaque fois que dans nos calculs nous rencontrerons une quadrature d'un certain genre, au lieu de la refaire intégralement par des développements toujours laborieux, nous nous référerons à la table où est évaluée la quadrature type du genre[2]. Nous pourrons ainsi indirectement, et avec une approximation donnée, introduire dans la suite des calculs les expressions que le signe $\int$ permet à Leibniz d'employer directement.

Mais pour cela il est nécessaire que toutes les opérations fonctionnelles qui peuvent se rencontrer dans le calcul soient ramenées à un petit nombre de types « canoniques[3] ». Les intégrales canoniques sont les seules qui pourront se trouver dans les tables. Ce sera le rôle de l'analyste de ramener par des réductions convenables une opération quelconque au type

1. Cf. *Methodus Differentialis*, Prop. VI, Scholie : « Utiles sunt hæ propositiones ad Tabulas construendas per Interpolationem serierum, ut et ad solutiones problematum quæ a quadraturis curvarum dependunt, præsertim si ordinatarum intervalla et parva sint et æqualia inter se, et Regulæ computentur et in usum reserventur pro dato quocumque numero ordinatarum. »

2 *De quad. Curv.* Ed. Castillon p. 232. « Ubi quadrandæ sunt figuræ, ad Regulas hasce generales semper recurrere nimio molestum esset. Præstat figuras, quæ simpliciores sunt, et magis usui esse possunt quadrare, et quadraturas in Tabulam referre, deinde Tabulam consulere quoties ejusmodi curvam aliquam quadrare oportet ».

3. *Meth. Flux.* p. 138. « Præcipua vero utilitas hujus et præcedentis problematis in eo sita est, quod assumptis conicis sectionibus aut quibusvis aliis curvis cognitæ magnitudinis, inveniri licet alias curvas, quæ cum iis comparari possunt, et earum æquationes ordine disponi in Catalogo, seu Tabula. Constructa autem hac Tabula, quando invenienda est area curvæ alicujus, perspiciendum est utrum æquatio definiens ejus naturam vel immediate sit in hac Tabula, vel saltem transformari possit in aliam, quæ ibi sit. Quod si accidit, datur hæc area. Insuper Catalogus, aut Tabula hæc applicari potest ad determinandas curvarum longitudines, ad invenienda earum centra gravitatis, solida genita earum rotatione, superficies horum solidorum ; et quasvis alias fluentes quantitates generatas fluxionibus huic analogis. »

normal, immédiatement résoluble par les tables. Les quadratures qui impliquent un radical carré constitueront un premier exemple de type canonique. Celles qui portent sur un radical cubique en seront un deuxième, et ainsi de suite, chacun de ces types principaux pouvant se décomposer en sous-groupes selon le degré des polynômes ou le nombre des paramètres qu'il renferme[1]. Si nous nous heurtons à une quadrature qui ne se trouve pas dans les tables, nous conviendrons, par définition, que nous avons créé une fonction nouvelle[2]. Celle-ci devra être calculée, au moins approximativement, à l'aide des séries si cela est possible ou autrement en se fondant sur la définition même de l'intégration. De la sorte nous laissons possible la construction d'une infinité de fonctions, en même temps que nous créons des types simples auxquels doivent se réduire les fonctions connues. Il est impossible de méconnaître dans ces vues de Newton un pressentiment tout à fait exact des principes qui depuis ont guidé l'analyse, et dont la théorie des fonctions elliptiques a fourni la plus belle confirmation.

Nous venons d'indiquer la marche qu'a suivie Newton pour établir son calcul infinitésimal. Il reste à voir si ce calcul, fondé sur l'emploi des séries, est vraiment légitime. En d'autres termes, les développements infinis dont Newton se sert constamment, sont-ils dans tous les cas valables ? N'arrive-t-il pas qu'ils représentent une quantité différente de celle dont on est parti, ou même qu'ils soient totalement dépourvus de sens ? Nous faisons allusion, on le voit, à la délicate question de la convergence.

Si le développement en série entière d'une irrationnelle ou d'une transcendante donnée nous conduisait à une suite de termes dont la somme augmente sans limite, il est clair que l'artifice deviendrait illusoire. Il est donc nécessaire, — et les mathématiciens modernes se poseront cette question avant

1. « Construi possunt Tabulæ Curvarum relatarum ad alias curvas, in suo genere, simpliciores, puta ad $\sqrt{a+bx^3}=u$ aut ad $x\sqrt{a+bx^3}=u$ aut ad $\sqrt{a+bx^4}=u$, etc. » — *Méth. Flux.* p. 163.

2. « Quod si, licet omnibus laboribus exhaustis, tamen id inveniri non possit, pro certo habendum est, quod curva proposita comparari nequit, neque cum figuris rectilineis, neque cum sectionibus conicis ». — *Méth. Flux.* p. 168.

toute autre, — d'examiner si les séries dont on se sert sont convergentes ou divergentes. Newton ne s'est jamais posé le problème d'une façon générale. L'expérience lui avait fait voir que dans un grand nombre de cas simples les séries obtenues par sa méthode convergent très rapidement. Sa formule du binôme, qui a été le point de départ de toutes les autres, lui aurait permis de trouver certains critériums par lesquels la convergence eût pu se démontrer. Mais de semblables démonstrations sont toujours inutiles si nous nous en tenons aux problèmes qu'on rencontre dans la pratique. Rappelons-nous en effet que le calcul des fluxions n'est qu'un procédé de mesure indirecte. C'est un moyen d'étendre les opérations de l'arithmétique au delà du domaine des nombres fractionnaires, au delà du domaine des nombres irrationnels. Les séries décimales illimitées qu'on rencontre dans la théorie des incommensurables convergent *par définition*, car elles sont la mesure d'une quantité concrète et bornée. Les séries générales qu'on obtient en prolongeant à l'infini la division algébrique jouiront de la même propriété. Si nous sommes restés fidèles aux règles de l'algèbre, l'expression illimitée que nous trouvons, représentant une infinité de mesures faites dans un système de numération convenable, converge nécessairement[1].

Ainsi les conditions mêmes dans lesquelles on emploie le développement en série garantissent sa légitimité. Chaque fois qu'il s'agit d'un problème susceptible d'une interprétation concrète, la convergence des développements n'est pas plus

1. Des remarques analogues s'appliquent aux quadratures qui peuvent être envisagées comme des limites de séries. La suite des rectangles infiniment petits en lesquels se décompose l'aire d'une courbe tend nécessairement vers une limite qui est justement l'aire de la courbe. Il suit de là non seulement que cette limite existe, mais qu'elle est indépendante du mode de subdivision adopté pour l'évaluer, pourvu que la subdivision soit poussée jusqu'à l'infini. De la sorte Newton peut se dispenser des démonstrations rigoureuses, mais souvent pénibles, données par les modernes pour établir l'existence des intégrales. De pareilles démonstrations sont purement analytiques, et Newton leur préfère la clarté de l'intuition. Du moment que la signification d'une intégrale est toujours celle d'une mesure concrète, en disant que l'intégrale possède un sens indépendamment du procédé employé pour la calculer, on affirme simplement que tous les moyens de mesure, supposés théoriquement parfaits et s'appliquant à une quantité définie, donnent toujours le même résultat.
Cf. *Principes*, L. I, Lemme III, p. 38 et fin du Lemme IV.

douteuse que l'existence des mesures. Assurément on pourrait concevoir des problèmes fictifs, dénués de signification physique, et choisis précisément de façon que les séries correspondantes divergent. Mais de pareils problèmes sont exclus par Newton du domaine des mathématiques véritables [1]. Pour les autres on peut dire que la convergence est de leur nature. Est-ce à dire que Newton lui-même ne se soit jamais heurté à des développements divergents ? On peut voir le contraire dans la « Méthode des Fluxions » et dans le traité « de la Quadrature des Courbes. » S'il s'agit par exemple de développer en série le binôme $(z + e)^{\frac{1}{2}}$, Newton nous donne deux développements, l'un qui converge lorsque $\frac{z}{e}$ est plus petit que l'unité, l'autre qui converge au contraire quand $\frac{z}{c}$ est plus grand que l'unité [2]. L'idée de Newton est qu'une suite divergente indique non pas une impossibilité dans le problème, mais un manque d'artifice dans les calculs. Si nous conduisons les calculs autrement, en restant plus près de l'interprétation physique, il doit toujours être possible de transformer une série divergente en une autre qui converge. L'analyse infinitésimale ne doit pas s'appliquer brutalement partout, ni procéder d'une manière uniforme. C'est un certain sentiment de la continuité, commun au physicien et au géomètre, qui doit suggérer les méthodes les plus propres non seulement à obtenir des séries convergentes, mais les séries les plus rapidement convergentes. Car sur ce point Newton s'est expliqué formellement. Différentes séries peuvent être employées à la résolution d'un même problème. Mais parmi ces séries il en est dont le calcul approximatif est des plus pénibles, alors que d'autres donnent par leurs premiers termes une idée très approchée du résultat. L'habitude du calcul apprendra dans quel cas il faut avoir recours à une série plutôt qu'à une autre. S'agit-il par exemple de calculer

1. *Post. Epist. ad Oldenburg*, 24 *oct.* 1676, p. 355.
Ubi dixi omnia pene problemata solubilia existere, volui de iis praesertim intelligi, circa quæ mathematici se hactenus occuparunt, vel saltem in quibus ratiocinia mathematica locum aliquem habere possunt. Nam alia sane adeo perplexis conditionibus implicata excogitare liceat, ut non satis comprehendere valeàmus, et multo minus tantarum computationum onus sustinere, quod ista requirerent. »

2. De Quad. Curv. p. 217.

la longueur d'un quadrant, on peut le faire au moyen de la série

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$$

ou de la série

$$\sqrt{\frac{1}{2}}\left(1 + \frac{1}{12} + \frac{3}{160} + \frac{5}{896} + \ldots\right)$$

Mais en supposant qu'on demande une approximation de vingt décimales, la première série nécessitera le calcul d'un nombre de termes égal à

50 000 000 000

tandis qu'avec la seconde une cinquantaine ou une soixantaine pourront suffire[1].

Ainsi Newton se préoccupe bien de la convergence, mais ce n'est jamais pour la démontrer, c'est plutôt pour en apprécier le degré. Il a même l'idée qu'un changement de variables peut accélérer la convergence d'une série, ou servir à limiter une série qui autrement s'étendrait à l'infini[2]. Dans tous les cas il pose en fait que les séries rapidement convergentes sont les seules qui puissent être d'un usage courant.

Si les conditions théoriques de la convergence n'ont pas été établies par Newton, on peut se demander comment en fait il a pu se tenir d'instinct dans le domaine où sa méthode était légitime. Il y a à cela une raison bien simple, qu'il faut demander à son goût d'empirisme, de contrôle et de vérification.

Lorsque le calcul différentiel ou le calcul intégral nous ont permis de trouver les fluxions d'une quantité donnée, ou la quantité dont la fluxion est donnée, c'est seulement une première partie de notre tâche qui est accomplie. Il faut ensuite de toute nécessité vérifier, par un calcul inverse, si l'expression

1. *Post. Epist. ad Oldenburg* 24 *oct.* 1676, p. 243.

2. *Meth. Flux.* p. 79 :
Hic obiter animadvertandum est quod inter infinitas solutiones quibus Æquatio potest enodari, sæpe sæpius aliqua est, quæ reducit ad finitum quantitatis quæsitæ valorem, ut in superiori exemplo. Hæ autem solutiones non difficulter reperiuntur, sumpto aliquo symbolo pro primo termino : nam solutione peracta dari potest huic symbolo valor aliquis, qui totam seriem finitam reddat. »,
Cf. aussi *ibid.* p. 148.

trouvée répond effectivement à toutes les conditions du problème. Admettons qu'il faille tirer d'une équation implicite l'accroissement d'une fonction exprimée en série entière ordonnée suivant les puissances de l'accroissement de la variable, et que le calcul nous ait fourni l'expression désirée. Il reste à substituer cette expression dans la formule primitive, à ordonner la formule nouvelle suivant les puissances de x, et à vérifier que les termes successifs, au moins jusqu'au second ordre, s'annulent identiquement. De même, une fois que nous avons appris à former les fluxions ou les différentielles des polynômes, il est clair que les opérations inverses permettront de remonter d'un polynôme donné à un autre qui admette le premier pour fluxion. Mais cette analogie demande à être contrôlée. Il faudra effectuer sur l'expression trouvée les calculs de la différenciation, et vérifier qu'on retombe identiquement sur le polynôme primitif[1].

Un cas curieux peut se présenter. Il arrivera dans certains problèmes que la fonction donnée par le calcul des fluxions réponde non seulement au problème posé, mais à un problème plus général. Ce calcul introduit en effet certaines quantités arbitraires, dont on peut disposer à son gré sans que la formule cesse d'être correcte. Ici encore la vérification pourra amener à plus de précision. Si l'on substitue la formule trouvée dans les équations du problème, il se produira que pour des valeurs générales laissées à la constante arbitraire ces équations ne seront pas vérifiées. Mais certaines valeurs singulières, généralement évidentes, en feront de nouveau des identités. Ce sont ces valeurs seules qui correspondent à une solution effective[2].

1. *Meth. Flux.* p. 62 :
Unum tamem addam, videlicet quod si, postquam fluentium rationem inveneris hac methodo, regredi potes per Probl. I ad propositam Æquat. fluxiones involventem, certo noscis opus esse rectum, alias non. »

2. *De Quad. Curv.* p. 244.
« Postquam vero fluentes ex fluxionibus collectæ sunt, si de veritate conclusionis dubitatur, Fluxiones Fluentium inventarum vicissim colligendæ sunt, et cum fluxionibus sub initio propositis comparandæ. Nam, si proderunt æquales, conclusio recte se habet, sin minus, corrigendæ sunt fluentes sic, ut earum Fluxiones Fluxionibus sub initio propositis æquentur. Nam, et fluens pro libitu assumi potest, et assumptio corrigi, ponendo fluxionem fluentis assumptæ æqualem fluxioni propositæ, et terminos homologos inter se comparando. Et his principiis via ad majora struitur. »

Ce procédé de vérification peut même mener plus loin. Si, après avoir substitué la quantité trouvée, nous constatons qu'elle ne satisfait pas exactement à l'équation, nous avons au moins une première idée de l'erreur commise et souvent le calcul nous suggère l'addition d'un terme correctif. Ce terme correctif pourra être suffisant dans certains cas. Alors le problème doit être considéré comme complètement résolu. Mais si, malgré la correction, nous n'arrivons pas à une identité, de nouvelles vérifications nous amèneront à introduire des corrections nouvelles, et ainsi de suite jusqu'à la limite où nous obtiendrons, sous forme de série, une solution rigoureuse.

La vérification n'est donc pas une opération stérile. Non seulement elle s'impose toujours, puisque rien ne garantit d'avance la convergence des développements, mais encore elle suggère naturellement un système d'approximations successives propre à mener à des déterminations exactes[1].

On a là un exemple frappant de la façon dont l'esprit empirique a pu aider au progrès des mathématiques. Newton part de cette idée que la méthode des fluxions est un fil directeur, un instrument de découverte, permettant surtout de pressentir les solutions. Une solution n'est véritablement acquise que lorsque les expressions suggérées par le calcul ont été vérifiées par un calcul inverse. Le calcul inverse à son tour peut aider au redressement du calcul primitif, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on obtienne une expression définitive. Il est donc juste de dire, en un certain sens, que les séries dont Newton fait usage, comme les séries célèbres que *Mac Laurin* et *Taylor* allaient formuler bientôt, manquaient à cette époque de fondement théorique. Les conditions de leur convergence n'étaient pas démontrées. Mais si Newton, malgré cette lacune, a pu étendre sa méthode des fluxions à une multitude de problèmes nouveaux, il faut en rapporter certainement le mérite à sa prudence d'esprit. Soucieux non seulement de découvrir des développements neufs et élégants, mais encore des solutions valables aux problèmes que pose la nature, il complétait toutes

1. Comp. avec les méthodes d'approximations usitées dans la théorie des équations différentielles. V. p. ex. *Picard*, *Traité d'Analyse*, T. II et III.

ses analyses par des vérifications et des contre-épreuves. Il a créé ce qu'on pourrait appeler l'empirisme mathématique.

Si nous cherchons à résumer ce que les découvertes de Newton ont ajouté aux résultats de ses prédécesseurs, nous verrons que son originalité réside dans les trois points suivants.

D'abord il a compris que les différents problèmes dont se préoccupait le monde savant avaient une origine commune et devaient se résoudre par une méthode commune. Les questions de quadrature ou de rectification, le problème des tangentes ou celui des normales, reposent tous sur une même notion, celle d'infiniment petit ou de moment. Si l'Algèbre spécieuse de Wallis n'arrivait pas plus que celle de Descartes à traiter d'une manière uniforme tous ces problèmes, c'est qu'elle ne possédait aucune notation commode pour désigner les moments. La première invention de Newton est celle d'une notation différentielle.

En second lieu, Newton a saisi le lien de réciprocité rigoureuse qui rattache le calcul intégral au calcul différentiel. Bien qu'avant lui on eût donné des exemples du « problème inverse des tangentes », Newton le premier a fait voir que Fluentes et Fluxions se déterminent les unes les autres. L'Algèbre généralisée de Barrow permettait, dans certains cas, de trouver les fluxions ou les incréments en partant de fonctions données. On savait aussi remonter des fluxions aux nombres dans quelques circonstances très particulières. Newton, en partant du développement du binôme, et en tirant de là ses développements généraux en série, fit voir qu'un algorithme simple permet, dans tous les cas, avec une approximation aussi grande qu'on le veut, de passer des accroissements aux nombres ou des nombres aux accroissements.

Enfin la méthode de Newton avait un caractère pratique. Les artifices inventés par de Sluse, par Hudde, par Wallis, réussissaient dans certains cas et échouaient dans d'autres. Newton a soin d'appliquer aux différentes catégories de problèmes des méthodes proportionnées à leur difficulté. Les expressions dont il est fait usage sont toujours vérifiées à posteriori, et la convergence de ces expressions contrôlée par une sommation directe.

L'esprit pratique de Newton va même plus loin. Afin d'éviter aux calculateurs le soin de refaire sans cesse les mêmes opérations, il propose de consigner dans une table les résultats numériques les plus importants afin qu'on puisse s'y référer systématiquement : c'est l'idée du Catalogue des Quadratures. Par là Newton ne dépassait pas seulement la méthode des mathématicens contemporains, il jetait les premières bases de la Théorie des Fonctions et traçait sa voie à l'Analyse moderne.

CHAPITRE III

LA PORTÉE DU CALCUL DES FLUXIONS

Nous avons tenu à présenter la Méthode des Fluxions à un point de vue mathématique abstrait, pour permettre de saisir sa filiation exacte par rapport aux doctrines antérieures. Nous avons dit que le problème des tangentes, le problème des quadratures, et les autres difficultés auxquelles se heurtait la géométrie du temps avaient amené les mathématiciens anglais et hollandais à inventer de nouveaux artifices, soit de calcul, soit de notation, et que Newton, généralisant ces recherches, avait donné une forme systématique à l'Analyse nouvelle. Mais ce serait méconnaître le sens véritable de la méthode de Newton que d'en limiter l'interprétation au domaine strictement mathématique. Wallis, Hudde, Fermat, et quelques autres précurseurs de Newton sont géomètres et rien que géomètres. Mais déjà Descartes avait réduit la géométrie au rôle d'auxiliaire de la physique et de la logique. Barrow, le maître de Newton, s'occupait autant d'optique que de mathématiques, et il est probable que Newton lui dut le goût précoce des recherches concrètes qui l'empêcha de se spécialiser dans les mathématiques pures.

Quoi qu'il en soit, dès 1669, c'est-à-dire dès l'époque où Newton composa les premiers écrits mathématiques qui nous soient restés, il est certain que la physique, la mécanique et l'astronomie étaient devenues sa préoccupation essentielle. Les premières expériences sur l'optique datent de 1666, et Newton lui-même rapporte les premiers théorèmes de sa mécanique aux années 1665-1666[1]. Ceci explique pourquoi dès

1. Bien que cette date soit facile à justifier au point de vue personnel de

cette époque les conceptions mathématiques de Newton sont empreintes d'allusions directes soit à la dynamique, soit à la physique. Déjà dans l'*Analysis per Æquationes Numero Terminorum Infinitas,* Newton, bien qu'il annonce une doctrine purement algébrique, se sert d'idées et d'expressions empruntées aux sciences appliquées. A plus forte raison dans ses ouvrages ultérieurs, la *Méthode des Fluxions* et la *Quadrature des Courbes*, voit-on les problèmes dont s'occupe Newton revêtir une interprétation de plus en plus concrète et se rapprocher davantage des problèmes mécaniques. Si nous passons aux *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*, qui contiennent la forme la plus mûre du calcul Newtonien, nous voyons que le langage abstrait a presque complètement disparu. Les quantités algébriques et géométriques sont remplacées par des vecteurs et des trajectoires. Les incréments ou les décréments des lignes, les maxima ou les minima des fonctions, sont toujours interprétés mécaniquement. Le mot même de *fluxion* a disparu, il est régulièrement remplacé par celui de *vitesse*. Ainsi l'évolution du calcul des fluxions devait se ressentir non seulement de la géométrie infinitésimale, mais de la mécanique infinitésimale et de la physique infinitésimale. Issu des découvertes concrètes de Képler et de Galilée, le calcul des indivisibles n'est dirigé par Newton dans la voie algébrique que pour mieux revenir à ses origines, c'est-à-dire aux applications réelles.

La différence de ton entre le langage des *Principes* et celui des premiers écrits de Newton est tout d'abord si frappante, qu'elle fait croire à un changement d'idées. Les grandeurs dont il est fait mention sont envisagées comme des variables mécaniques. Une fonction n'est pas un ensemble de valeurs considérées indépendamment de leur genèse, et qui correspondent d'une manière tout abstraite aux valeurs d'une certaine variable. C'est une suite, ou mieux une succession de grandeurs qui sont engendrées d'une façon continue par un

Newton, on peut prétendre avec M. Rosenberger (*Isaac Newton und seine Physikalische Principien*, chez Barth, Leipzig 1895, IIe Partie, ch. I) que les historiens ont eu trop de tendance à ramener à cette date l'origine objective de la mécanique céleste. Cette découverte avait été préparée par des travaux antérieurs dont Newton n'avait pas encore pu prendre connaissance.



mouvement donné, dans un temps donné. La fluxion d'une quantité quelconque, son incrément ou son décrément, n'est pas l'élément très petit qui s'ajoute d'une façon idéale à la grandeur donnée par le fait d'un accroissement virtuel de la variable. C'est l'augmentation réelle de la fonction quand la variable reçoit un déplacement réel. Partout les infiniment petits, comme aussi les infiniment grands, au lieu d'être assimilés à des nombres arbitraires qui s'ajoutent abstraitement aux nombres donnés, deviennent l'expression de mesures concrètes, correspondant à une réalité mécanique.

On peut juger de cette tendance par le lemme Ier du Livre I. Il s'agit de définir l'idée de limite d'une façon générale, qu'elle s'applique aux grandeurs numériques, géométriques ou algébriques. Newton fait intervenir dans sa définition, d'une manière explicite, l'idée de *temps*. Les grandeurs dont il s'occupe sont supposées varier dans le temps, même si elles se présensent in abstracto comme de simples paramètres indéterminés. La notion de temps est d'après lui indispensable pour conduire à celle de limite, quand même il semble que cette dernière se conçoive clairement par la seule étendue. Le Lemme de Newton s'énonce alors ainsi : les quantités et les raisons des quantités qui tendent continuellement à devenir égales *pendant un temps fini* et qui, *avant la fin de ce temps*, approchent tellement de l'égalité que leur différence est plus petite qu'aucune différence donnée, deviennent à la fin égales. Bien que Newton essaye en quelques lignes de fournir une démonstration de ce Lemme[1], il est clair qu'il y a là une définition première plutôt qu'une conclusion démontrable. Le point important de cette définition, c'est qu'elle permet une vérification pratique. Comme les quantités tendant vers une limite doivent l'atteindre dans un temps fini, il devient évident que l'existence des limites relèvera plutôt de l'observation que du calcul. Là où nous admettons l'existence d'une limite, il faut qu'il existe une expérience réalisable, portant sur des grandeurs mécaniques, et dont l'interprétation conduise à voir cette limite comme un fait. En d'autres termes, si le Calcul des Fluxions veut se fonder sur une base solide, il faut que les

1. *Principes*, éd. Castillon, T. I, L. I, Section 1, p. 37.

notions sur lesquelles il repose ne soient pas de pures conventions mathématiques. De même que les nombres et les figures sont la traduction élémentaire de l'expérienue donnée, les infiniment petits eux aussi sont un langage naturel. Ils expriment d'une manière précise une propriété accessible à nos sens, la continuité des phénomènes physiques, et si nous les retrouvons dans nos calculs, c'est parce qu'ils existent déjà autour de nous.

Ce n'est pas seulement l'instinct de la continuité, ce n'est pas seulement le goût des recherches concrètes qui ont amené Newton à introduire dans le calcul des fluxions des considérations physiques. Assurément on peut comprendre que, destinant dès l'abord sa méthode à faciliter les démonstrations d'astronomie, il l'ait orientée de façon à répondre aux exigences de cette science. La notion des forces mécaniques, celle des vitesses dans le mouvement uniforme, des accélérations dans le mouvement varié ont de bonne heure dû réagir sur sa conception des moments. Mais il est des raisons historiques de nature différente qui expliquent le changement survenu dans le langage de Newton.

Sa première façon de présenter les choses, assez voisine des idées de Barrow, avait fait croire que Newton adoptait purement et simplement la théorie des Indivisibles. Dans ses *Lectiones Geometricæ*, Barrow, fidèle imitateur de Cavalieri, déclarait que la conception des indivisibles suffisait à tous les besoins de la science, et constituait la méthode de résolution non seulement la plus expéditive, mais la plus exacte[1]. Les Indivisibles de Barrow ne différaient pas essentiellement des Fluxions dont se servait Newton. Pourtant Barrow, au lieu de considérer toujours les rapports des infiniment petits, rapports qui sont des quantités finies, avait souvent manqué de rigueur, et traité les infiniment petits comme des grandeurs à la fois fixes et indivisibles. Cette manière de voir avait suscité, de la part des adversaires du nouveau calcul, une foule d'objections soit philosophiques, soit mathématiques, et la querelle soulevée par la question des Indivisibles ne devait s'apaiser que

1. Barrow, *Lectiones Geometricæ*, p. 21 : « ... juxta methodum indivisibilium, omnium expeditissimam, et modo rite adhibeatur non minus certam et infaillibilem. »

lentement pour s'éteindre définitivement à la fin du XVIII[e] siècle.

Les objections adressées à Barrow furent renouvelées contre les premiers écrits de Newton, d'une manière assez peu justifiée. C'est pour éviter de pareils reproches, et pour satisfaire complètement les partisans de la rigueur, que Newton modifie dans les *Principes* sa façon d'introduire les infiniment petits. Il maintient d'abord l'identité fondamentale de la méthode des indivisibles avec celle qu'il va donner. Mais il prétend aboutir aux mêmes résultats que Barrow et que Cavalieri par une voie beaucoup plus assurée[1]. L'hypothèse des indivisibles paraît « trop dure à admettre » et par conséquent « peu géométrique ». Il préfère employer celle « des premières et dernières raisons des quantités qui naissent et s'évanouissent[2] ». Alors on peut dire que l'existence des dernières raisons est une hypothèse, comme celle des indivisibles. Mais il y a entre les deux cas une différence essentielle. Tandis que l'hypothèse des indivisibles est condamnée à demeurer hypothèse, parce qu'il n'est pas au pouvoir de nos sens de saisir un infiniment petit comme tel, les dernières raisons des quantités variables tombent sous notre observation.

Nous ne pouvons percevoir nulle part de grandeur évanouissante isolée, et l'expression algébrique qui représente une telle grandeur n'est pas susceptible d'interprétation physique. Au lieu de cela le rapport de deux infiniment petits se présente comme une réalité naturelle. La notion de *vitesse*, qui est une donnée de bon sens, est la traduction d'un semblable rapport. Lorsqu'un mobile se déplace très peu pendant un temps très court, l'espace décrit nous échappe, comme le temps employé à le décrire. Mais le rapport de ces deux nombres évanouissants, c'est-à-dire la vitesse du mouvement, est un élément fini, partant mesurable. On peut donc dire que la nature nous

1. *Principes*, L. I, Section 1, Lemme XI, Scholie, p. 47 :
« Je démontrerai par cette méthode tout ce qu'on démontre par celle des indivisibles. Mais en ayant prouvé le principe, je m'en servirai avec plus de sécurité. »

2. Remarquons que Newton substitue par là l'idée des variables tendant vers zéro à celle de quantités petites, mais constantes. « Lorsque je me servirai dans la suite pour être plus clair des mots de quantités évanouissantes, de quantités dernières, de quantités très petites, il ne faut pas entendre par ces expressions des quantités d'une grandeur déterminée, mais toujours des quantités qui diminuent à l'infini. »

enseigne par quelle voie le calcul doit procéder. L'analogie de la vitesse nous permet de donner une signification immédiate à tout rapport d'infiniment petits, quelle qu'en soit l'origine. Il suffit de considérer les deux termes du rapport comme les analogues d'un espace et d'un temps liés par une loi de mouvement convenable, et au lieu de les envisager chacun comme actuellement « indivisibles » de se borner à mesurer leur quotient, dont la limite est accessible. « Ainsi, nous dit expressément Newton, ce que je dirai des raisons doit toujours s'entendre non des quotients déterminés, mais des limites des raisons des particules évanouissantes[1] ».

D'où savez-vous que ces limites existent, diront les adversaires des indivisibles? Votre calcul donne bien le moyen d'évaluer approximativement de pareilles limites. Encore faudrait-il démontrer que les rapports dont elles dérivent ne sont pas des formes indéterminées, des symboles aussi dépourvus de sens que les termes dont ils se composent. A cela Newton répond non par le calcul, mais par le fait. S'il est théoriquement possible que le rapport de deux quantités très petites ne tende vers aucune limite[2], du moins, dans la plupart des cas, les nombres dont on se sert, représentant une réalité donnée, doivent imiter par leurs variations les changements de cette réalité. Même s'il ne s'agit pas d'un problème de cinématique proprement dite, où la vitesse d'un mobile est en jeu, nous pourrons toujours imaginer que nous mesurons la vitesse de « quelque chose », et cela suffit pour qu'un rapport se rapprochant indéfiniment de cette vitesse possède une limite. C'est le sentiment du mouvement continu qui est à la base de l'argument de Newton. Mathématiquement, il serait juste de dire que l'existence des dernières raisons, ou comme on dit aujourd'hui des *dérivées*, a besoin d'être établie en rigueur. Physiquement, leur existence est tout à fait intuitive. Comme l'homme de bon sens répond au sophiste, qui nie la possibilité du mouvement, par le geste et non par la parole, Newton justifie l'emploi des dernières raisons, non par une déduction a priori, mais par un appel à l'expérience.

1. *Principes*, L. I, Section 1, p. 47.

2. C'est le cas où la dérivée d'une fonction est infinie ou indéterminée.

Il reste pourtant une dernière objection à cette manière de voir. « Les quantités qui s'évanouissent, dira-t-on, n'ont point de dernière proportion entre elles, parce qu'avant de s'évanouir la proportion qu'elles ont entre elles n'est pas la dernière, et que lorsqu'elles sont évanouies, elles n'en ont plus aucune[1]. » Une pareille objection peut aisément se réfuter. Même au point de vue purement mathématique, elle doit être déclarée sans valeur. Elle vient de ce qu'on assimile à tort la limite d'un quotient et le quotient des limites[2]. Mais Newton préfère y répondre d'un seul mot, en se reportant à l'analogie de la dérivée et de la vitesse. « On pourrait soutenir par le même raisonnement qu'un corps qui parvient d'un mouvement uniformément retardé à un certain lieu où son mouvement s'éteint, n'a point de dernière vitesse ; car avant que le corps ne soit parvenu à ce lieu, il n'a pas encore sa dernière vitesse, et quand il l'a atteint il n'en a aucune puisque son mouvement est éteint. » Or il est clair qu'un mobile arrivant au bout de sa course dans les conditions indiquées y parvient nécessairement avec une vitesse nulle, de même qu'un mobile lancé avec plus de force passerait en ce point avec une vitesse rigoureusement déterminée. La nature réalise constamment les limites dont se servent les géomètres, et qui pour eux ne sont jamais actuellement atteintes. Or il suffit que ces limites soient bien déterminées pour qu'on puisse les soumettre au calcul. Pour Newton c'est une loi naturelle[3] que de telles limites sont

1. *Principes*. L. I, Sect. I, Lemme IX, Scholie.

2. *Ibid*.

« On doit entendre par la dernière vitesse d'un corps, celle avec laquelle il se meut non pas avant d'avoir atteint le lieu où son mouvement cesse, non pas après qu'il a atteint ce lieu, mais celle qu'il a dans l'instant même qu'il atteint ce dernier lieu et avec laquelle son mouvement cesse. Il en est de même pour la dernière raison des quantités évanouissantes. Il faut entendre par cette raison celle qu'ont entre elles les quantités qui diminuent, non pas avant de s'évanouir ni après qu'elles sont évanouies, mais celle qu'elles ont dans le moment même qu'elles s'évanouissent ».

Et plus loin : « ... Car les dernières raisons qu'ont entre elles les quantités qui s'évanouissent ne sont pas en effet les raisons des dernières quantités, ou de quantités déterminées et indivisibles ».

3. *Ibid*.

« Il y a une certaine borne que la vitesse d'un corps peut atteindre à la fin de son mouvement, et qu'elle ne saurait passer : c'est cette vitesse qui est la dernière vitesse du corps. Il en est de même des limites et des proportions de toutes les grandeurs qui commencent et cessent ».

toujours « certaines et définies », et cela suffit pour que ce soit un problème « très géométrique » d'en déterminer la valeur effective. On ne pourrait ici surprendre les mathématiques en défaut que si elles tentaient de faire la mesure d'une grandeur illusoire, soit parce qu'elle est variable, soit parce qu'elle est infinie. Mais le calcul infinitésimal n'aborde que des mesures déterminées. S'il se sert d'infiniment petits, c'est toujours à titre auxiliaire et pour les rejeter une fois le calcul fini. Les rapports de ces infiniment petits sont des grandeurs non conventionnelles, mais concrètes, analogues à celles que suggère l'interprétation des mouvements réels. L'on ne peut en critiquer l'emploi sans rendre la mécanique impossible.

Dans l'Introduction au Traité de la quadrature des courbes, mieux encore que dans les Principes, Newton s'explique sur la nécessité d'introduire le temps, la vitesse et le mouvement dans le calcul infinitésimal. Si nous considérons une grandeur géométrique, par exemple l'aire d'une courbe, non comme un tout donné, mais comme la somme progressivement croissante d'éléments infiniment petits, nous pourrons chercher à la comparer à une aire analogue, engendrée elle aussi par déplacement de l'ordonnée parallèlement à elle-même. Les deux aires commencent par être égales, puisqu'elles sont nulles toutes deux. Comment comprendre qu'elles finissent par différer d'une quantité finie, alors que les accroissements successifs sont toujours infiniment petits ?

C'est que la grandeur relative des courbes dépend non seulement des éléments qui s'ajoutent, mais de la vitesse avec laquelle ils s'ajoutent. La génération des figures par le mouvement, qui seule donne de ces figures une idée complète, peut seule aussi en suggérer la mesure, comme les anciens l'avaient fort bien compris. Pour eux, la mesure des rectangles suppose le déplacement d'une ordonnée invariable le long d'une base donnée [1]. La quadrature d'une aire quelconque, ou plus généralement la solution d'un problème touchant le continu, doit nécessairement suivre le même principe. Les quantités variables ne doivent pas être considérées comme un assemblage

1. *Intr. ad Quad. Curv.* p. 204 :
« Et ad hunc modum veteres, ducendo rectas mobiles in longitudinem rectarum immobilium, genesim docuerunt Rectangulorum ».

d'éléments constants, mais comme le résultat d'un mouvement continu. Les lignes sont les trajectoires de certains corps. Elles ne sont pas une somme d'arcs très petits, mais le lieu des positions d'un point mobile. Les surfaces ne sont pas le résultat d'une apposition de parties, mais d'un déplacement des lignes. Les solides proviennent du mouvement des surfaces, les angles de la rotation des côtés, comme les temps s'engendrent uniformément par un flux qui ne s'arrête pas [1]. Cette conception génétique des grandeurs, soit géométriques, soit algébriques, n'est pas une fiction de l'entendement. Elle se vérifie journellement sous nos yeux et l'on peut dire qu'elle a vraiment lieu dans la nature [2]. Tant que nous n'avons à comparer que des grandeurs invariables, sans chercher l'origine de leur différence, on peut faire abstraction de la manière dont ces quantités se forment, et se limiter à une algèbre d'où la notion de temps est exclue. Mais sitôt qu'il nous faut comparer non seulement deux nombres variables, mais leurs modes respectifs de *croissance*, l'image de la vitesse s'impose, et l'analogie du mouvement donne la solution. Les fluxions, que nous avons définies d'abord comme de pures différentielles, ou comme des limites de différences, sont en réalité de véritables vitesses, c'est-à-dire des limites de croissances. La croissance est une notion objective, susceptible de mesure. L'unité instantanée qui sert à cette mesure est ce que nous nommons fluxion [3].

En introduisant cette notion toute concrète de *croissance*, en définissant la croissance par des analogies mécaniques, et en adaptant la méthode des fluxions à la mesure de cette

1. *Intr. ad Quad Curv.* p. 204 :
« Quantitates mathematicas non ut ex partibus quam minimis constantes, sed ut motus continuo descriptas hic considero ». — Cf. *Meth. Flux.* p. 172 : « Magis tamen genuina, et rerum naturæ consona videtur ea (methodus), quæ profluit ex superficierum genesi per motum, aut Fluxiones ».

2. *Intr. ad Quad Curv.*
« Hæ geneses in rerum natura locum vere habent, et in motu corporum quotidie cernuntur ».

3. *Ibid.*
Has motuum vel incrementorum velocitates nominando Fluxiones, et quantitates genitas nominando Fluentes, incidi paulatim annis 1665 et 1666 in Methodum Fluxionum qua hic usus sum in Quad. Curv ». — « Fluxiones sunt quam proxime ut Fluentium Augmenta æqualibus temporis particulis quam minimis genita ».

récentes émises par les modernes [1]. On va voir quelle simplification Newton a introduite dans la science en mesurant indirectement la croissance à l'aide d'unités mécaniques, et non, comme on peut essayer de le faire, d'une manière directe au moyen de l'algèbre.

Si nous considérons les valeurs successives que prend une fonction quand la variable augmente, on peut se demander comment la fonction se comporte quand la variable croît indéfiniment (on suppose que la fonction demeure définie). On peut aussi, au lieu de faire croître la variable indéfiniment, la faire tendre uniformément vers une limite finie. Dans les deux cas, la question se pose d'évaluer la croissance ou la décroissance de la fonction. La notion intéressante développée de nos jours, c'est qu'il est possible de se faire une idée de cette croissance ou de cette décroissance en la comparant à des types canoniques de fonctions croissantes ou décroissantes. Supposons par exemple qu'il s'agisse d'une fonction régulière, dont le développement en série de Taylor soit connu dans le voisinage d'un point, on saura que son type de décroissance, lorsque x tend vers la valeur zéro, est le même que celui de la variable ou d'une puissance positive de la variable. Si l'on étudie une fonction entière dans le voisinage du point à l'infini, il pourra arriver que son type de croissance soit le même que celui de l'exponentielle, ou que celui d'une transcendante croissant plus vite que l'exponentielle. D'une façon générale il sera possible d'instituer une « échelle de croissances » ou un tableau de fonctions types, dans lequel viendront se placer, directement ou par interpolation, toutes les fonctions qui se rencontrent dans le calcul. Dans cette conception, la comparaison des grandeurs au point de vue de la croissance relative peut se faire d'une manière purement algébrique. C'est un problème de classification, entièrement indépendant de la notion de vitesse.

Newton n'a pas le moindre pressentiment d'une classification de ce genre, et l'on peut ajouter qu'au point de vue pratique cette lacune a eu des effets heureux. Si les premiers efforts de la science s'étaient portés sur une comparaison théorique des fonctions, il est extrêmement vraisemblable que vu le petit

1. V. Borel, *Mémoire sur les Séries Divergentes*, Ann. de l'École Normale Sup. 1899.

nombre de fonctions connues à cette époque, on n'eût obtenu aucun résultat. Au lieu de cela, une variété immense de problèmes mécaniques se présentaient comme pratiquement donnés et nécessairement résolubles. Dans ce domaine l'accroissement des distances, la limite des vitesses, le rapport des espaces, etc., soulevaient des problèmes de mesure qui obligeaient à faire choix d'un mouvement canonique, type régulier de changement, auquel les autres puissent se comparer. Or ce type normal de croissance nous est offert par la nature même. C'est la croissance uniforme et illimitée du temps pendant lequel le mouvement s'effectue C'est à ce type que nous rapporterons les autres, et nous sommes assurés que cette comparaison est possible, puisque tout ce qui ne varie pas uniformément s'écoule dans le temps, qui lui varie uniformément. Nous avons là une véritable règle, qui peut servir à l'évaluation de changements même irréguliers. Transportons cette notion de temps dans le calcul des Fluxions. La croissance uniforme et continue pourra se comparer à la fluxion du temps, pris non pas formellement, mais métaphoriquement. La croissance irrégulière ou non-uniforme se comparera aux vitesses variées qu'on rencontre dans les problèmes mécaniques [1]. De toute façon, la comparaison des fluxions prend un sens simple et concret, que l'algèbre proprement dite ne pouvait suggérer tout d'abord.

Le calcul infinitésimal, du moment qu'il s'inspire d'analogies mécaniques, ne peut-il être accusé de manquer de rigueur ? Les lois du mouvement ne nous sont connues que par des expériences approchées, et si ces lois doivent nous guider dans la solution des problèmes abstraits, ces problèmes eux aussi ne seront résolus que d'une manière approchée. La vitesse est accessible à nos sens d'une manière assez grossière. C'est une

1. Cf. *Méth. Flux.* p. 54. « Cum autem hic Tempus tantum considerandum veniat, tanquam expositum et mensuratum æquabili motu locali, et, præterea, cum solæ quantitates ejusdem generis invicem comparari valeant, ut et velocitates quibus augentur aut minuntur; idcirco in iis quæ sequuntur, Tempus formaliter non considero, sed suppono quod una ex propositis quantitatibus homogenea cum aliis crescat æquabili fluxu, ad quem cæteræ, tanquam ad Tempus, referantur, quæ ideo per analogiam haud inconcinne dici potest Tempus, Quoties igitur vox Tempus in sequentibus invenietur (eam autem sæpiuscule usurpavi perspicuitatis et distinctionis causa), hoc verbum sumendum est non quasi Tempus intellexissem in sua formali significatione, sed tanquam significans quantitatem illam a Tempore diversam, cujus æquabili Incremento vel Fluxu Tempus exponitur et mensuratur ».

Newton a l'idée très exacte que les formules tirées de sa méthode, étant calquées sur les problèmes mécaniques, ne peuvent donner qu'une détermination relative. Elles impliquent une certaine part d'arbitraire, que les conditions initiales peuvent seules lever. Le calcul infinitésimal renseigne bien sur la correspondance de grandeurs variant ensemble (*contemporaneæ*), mais le point de départ de cette correspondance doit être un couple de valeurs données par une mesure absolue. Ce qu'on peut demander à la méthode nouvelle est donc différent de ce que donne l'algèbre. Celle-ci fournit toujours l'expression complète d'une grandeur en fonction d'une autre, elle permet de tirer d'une relation implicite un nombre déterminé. Au contraire l'analyse infinitésimale ne permet de tirer d'une relation qu'une autre relation. Substituant aux relations infinitésimales des relations en termes finis, elle introduit une part d'arbitraire que les problèmes réels ne comportent pas. Comme un problème de mécanique céleste reste le même lorsqu'on le déplace dans l'espace et dans le temps, une équation différentielle demeure satisfaite pour tout un ensemble de solutions. Ces deux espèces d'indétermination sont aux yeux de Newton solidaires l'une de l'autre. Le calcul infinitésimal et la dynamique proprement dite sont tous deux et pour la même raison des sciences rigoureuses, mais relatives.

Reste-t-il possible alors que la méthode de Newton, comme il arrive pour la méthode cartésienne ou la méthode de Leibniz, constitue aux yeux de son auteur un instrument parfait, universel, dont il reste à faciliter l'emploi, mais dont on ne saurait songer à étendre la portée ? Est-elle la réponse unique, définitive à toutes les questions d'ordre mathématique, ou peut-on concevoir à côté d'elle d'autres procédés de calcul, valables dans certains domaines, et que l'analyse infinitésimale domine sans les détrôner ?

On sait que Descartes, bien qu'il se soit borné aux quantités finies, attribuait à son algèbre une portée absolue. Pour lui la géométrie des anciens, de même que l'algèbre des modernes, devenaient désormais sans emploi. Tous les problèmes devaient se résoudre de la manière la plus commode et la plus simple par sa méthode de constructions fondée sur la classification des courbes. Descartes croyait en effet qu'il n'était pas de ques-

tion, si composée soit-elle, que l'emploi de l'énumération ne permît de ramener à un système d'équations, soit algébriques, soit transcendantes. Il pouvait donc dire dans son Discours de la Méthode qu'il connaissait le moyen de s'élever « à toutes les vérités que l'esprit humain saurait trouver[1]. » Non seulement il était venu à bout de quelques questions qu'il avait jugées autrefois fort difficiles, mais il lui semblait aussi vers la fin qu'il pouvait déterminer, en celles même qu'il ignorait, par quels moyens et jusqu'où il était capable de les résoudre. On comprend alors qu'il ait négligé de chercher dans la géométrie classique ou dans la théorie des indivisibles la solution d'aucune difficulté. Il ne prévoyait la possibilité d'aucun problème où son algèbre pût être mise en défaut.

Leibniz, mieux instruit que Descartes de la géométrie infinitésimale, ne pouvait s'en tenir à l'algèbre comme méthode unique. Mais aussi métaphysicien que Descartes et aussi désireux de construire un système scientifique définitif, Leibniz fait de son propre calcul, c'est-à-dire de la méthode différentielle, l'instrument unique de l'esprit. Tout ce que Descartes pensait résoudre par l'emploi de l'algèbre ordinaire, Leibniz déclare le résoudre par l'algèbre infinitésimale. Déjà sa Caractéristique Universelle nous a fait voir qu'il croyait posséder un algorithme général et parfait. La méthode des différentielles, qui se rattache par plus d'un point à son idée des Caractéristiques, se présente aussi comme répondant sans faute à toutes les questions que la nature peut poser. Fondée sur un principe de la raison, à la fois universel et nécessaire, cette méthode ne peut avoir de limite que celle résultant de la confusion de nos idées. La continuité de la nature[2] qui se vérifie en toutes choses, fait qu'on peut appliquer partout le calcul des grandeurs continues. Et comme le principe de continuité se suffit à lui-même, comme le nombre des principes ne doit pas être accru inutilement, et que rien ne laisse prévoir un temps où d'autres règles mathématiques deviendront nécessaires, il est

1 *Disc. de la Méth.* IIIe Partie.

2. On sait que le principe de continuité se présente d'abord chez Leibniz comme un principe mathématique. Dans les lettres au P. Des Bosses, Leibniz explique que la forme la plus nette du principe de continuité est celle qui est suggérée par le passage insensible d'une figure à une autre : « Datis ordinatis, etiam quæsita sunt ordinata ».

naturel que Leibniz ait cru trouver dans son calcul des infiniment petits une méthode à laquelle l'avenir ne peut rien ajouter.

Newton, moins épris d'unité que Leibniz ou Descartes, ne croit pas suppléer par sa méthode aux méthodes antérieures. Il ne croit pas davantage qu'on puisse tirer de son calcul une réponse satisfaisante à tous les problèmes à venir. La méthode des fluxions est d'une application féconde, non pas dans tous les cas possibles, mais dans ceux-là seulement qui sont susceptibles d'interprétation mécanique.

Il ne faut pas pousser l'esprit systématique au point d'imposer l'emploi d'une méthode dans un ordre de recherches pour lequel elle n'est pas faite. Il n'est même pas bon de préférer toujours un procédé facile et très général à une méthode moins simple ou plus restreinte qui pénètre plus au fond de la difficulté. Ainsi Descartes s'est laissé duper par un besoin factice d'unité, lorsqu'il a négligé la géométrie pure pour traiter toutes choses par la voie algébrique. Newton déclare que la lecture d'Euclide, à laquelle il est revenu sur le tard, lui a appris au moins autant que la géométrie cartésienne [1]. Il est des questions où la méthode des anciens doit être employée de préférence à toute autre, et Newton lui-même, dans les *Principes*, au lieu de se servir uniformément de la géométrie infinitésimale, emploie très souvent les méthodes de Pappus, d'Euclide ou d'Archimède [2]. De même la méthode cartésienne garde sa valeur après les découvertes de Newton. La construction graphique des grandeurs doit être faite chaque fois qu'on le peut même lorsque la méthode des quadratures a fourni un résultat numérique exact, car la construction des lignes fait voir d'une manière instructive et élégante ce que le calcul donne souvent comme un résultat brutal [3]. Enfin la méthode des indi-

1. V. Pemberton, Éléments de la Philosophie Newtonienne, Amsterdam 1755.

2. Newton n'abandonne la méthode des anciens que lorsqu'elle mène à des longueurs et à une accumulation de démonstrations ad absurdum (L. I, S. 1, Scholie, p. 47).

3. *Méth. Flux.* p. 170. « Postquam area curvæ alicujus ita reperta est et constructa, indaganda est demonstratio constructionis, ut omisso, quatenus fieri potest, calculo algebraico, theorema fiat concinnum et elegans, ac publicum lumen sustineat ».

visibles, que Newton croit avoir remplacée par un procédé plus rigoureux et plus maniable, ne perd pas pour cela toute valeur. Une fois qu'on a compris la notion de limite, il est permis pour faire image et faciliter l'intuition d'employer le langage des indivisibles. A vrai dire Newton, dans les *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, où il cherche à laisser le moins de prise possible à la critique, s'abstient de parti pris de revenir aux idées de Barrow et de Cavalieri. Mais on voit par son *Introduction à la quadrature des courbes* qu'il admet les indivisibles comme un moyen de découvrir des relations qu'on justifie ensuite par la Méthode des Fluxions [1]. Cette dernière méthode, loin de rendre inutiles toutes les autres, ne leur est supérieure que dans certains cas. Il n'existe pas un mécanisme unique auquel on puisse soumettre indistinctement tous les problèmes. Pas plus que l'Arithmétique ne disparaît devant l'Algèbre, la Géométrie ne disparaît devant l'Analyse infinitésimale.

On pourrait croire que le point de vue de Newton est le point de vue éclectique, Si Newton admet indifféremment la méthode de Barrow, celle de Fermat, celle de Descartes et la sienne propre, c'est, peut-il sembler, par simple manque d'esprit systématique. Il nous paraît beaucoup plus exact de voir dans cette attitude un respect minutieux des faits. D'abord Newton ne dit nulle part qu'un problème donné puisse indistinctement s'aborder par une méthode quelconque. S'il admet la variété des méthodes, c'est pour réserver chacune d'elles à un ordre de problèmes spécial.

Ainsi l'algèbre sera applicable chaque fois qu'il s'agit d'obtenir rapidement une valeur numérique. Les constructions cartésiennes auront leur utilité quand des calculs extrêmement laborieux peuvent se remplacer par un tracé facile. Les fluxions devront intervenir partout où l'on peut faire les développements en série. Certains problèmes par leur nature même s'accommodent mieux de certains modes de raisonnement. La géométrie pure, par exemple, admet fort aisément la méthode

1. *Intr. ad Quad Curv.* p. 207. « Peragi tamen potest analysis in figuris quibuscumque, seu finitis seu infinite parvis, quæ figuris evanescentibus finguntur similes, ut et in figuris, quæ per Methodum indivisibilium pro infinite parvis haberi solent, modo caute procedas ».

synthétique, tandis que la théorie des nombres nécessite souvent des démonstrations par l'absurde. C'est un fait qu'il faut accepter comme tel et qu'il est difficile de s'expliquer. De même lorsqu'il s'agit d'appliquer les développements en série à l'expression d'une irrationnelle, il arrive très généralement qu'il y a plusieurs développements possibles. Selon la manière dont on groupe les termes, selon l'ordre où s'effectuent les divisions, on aboutira à une série ou à une autre. Est-ce à dire que ces deux séries soient équivalentes et mènent aussi aisément à la solution ? Loin de là, il peut arriver que l'une converge très rapidement, et soit d'un usage parfaitement commode, tandis que l'autre, rigoureuse par elle-même, se trouve parfaitement inutilisable[1].

Il n'y a donc pas de série qui soit, toujours et partout, la meilleure, ni de méthode toujours la même qui permette de découvrir la série à choisir. Il intervient une sorte de tact, de sentiment de la difficulté, qui peuvent indiquer dans chaque cas donné, comment il faut conduire les développements. On peut dire, tout à fait pour les mêmes raisons, qu'il n'y a pas de méthode unique adéquate à tous les problèmes d'intégration. Ce que nous appelons problème d'intégration est un nom générique et confus qui s'applique à tout un ensemble de questions hétérogènes. La première classe de ces problèmes comprend les quadratures proprement dites, auxquelles la Méthode des fluxions s'applique parfaitement[2]. Une classe toute différente se compose des problèmes relatifs aux équations différentielles et ici il faut compléter le calcul des fluxions par une méthode d'approximations successives dont Newton a donné la première esquisse. Ensuite viendraient des problèmes plus complexes, ceux qu'on envisagera sous le nom de problèmes aux différences finies : ils nécessitent à leur tour une méthode particulière, et en généralisant cette manière de voir, on peut dire que Newton con-

1. *Post. Epist ad Oldenb.* 24 oct. 1676, p. 346. « Quælibet series habet proprium usum, et in suo genere optima est. Si datur tangens satis parva, vel satis magna, non recurrendum erit ad sinum aliquem, ut inde computetur arcus, et vice versa. *Series dato congruens est æquatio pro solvendo proprio problemate* ».

2. Cf. *Intr. ad Quad Curv.* p. 207. « Ex Fluxionibus invenire fluentes problema difficilius est, et solutionis primus gradus æquipollet quadraturæ curvarum ».

çoit une hiérarchie de problèmes et de méthodes, s'élevant progressivement de l'arithmétique à l'algèbre, de l'algèbre au calcul infinitésimal, de là à d'autres procédés encore, sans qu'on puisse dire jamais de l'une ou de l'autre de ces méthodes qu'elle soit la dernière et la seule parfaite.

De cette façon la multiplicité des méthodes n'apparaît plus comme un signe d'éclectisme. On doit y reconnaître bien plutôt l'instinct profond de la réalité et des classements qu'on peut y établir. Si nous admettons l'usage de méthodes différentes, c'est que la multiplicité des problèmes est sans doute réductible, mais non comme le croyaient Leibniz et Descartes réductible à l'unité. La continuité même de la nature enseigne que les difficultés varient d'une manière continue. Il sera bon de posséder, en face d'un certain ordre de problèmes, la méthode la plus propre non à résoudre tout problème quel qu'il soit, mais celui qui nous est posé. De la sorte les différentes méthodes que l'histoire des mathématiques a vu surgir peu à peu, loin de se supplanter l'une l'autre, se complètent en s'ajoutant. La véritable facilité, la véritable simplicité, ne peuvent résulter, comme le disaient Descartes et Leibniz, de la possession d'un instrument universel. Elles proviennent d'une adaptation exacte de nos recherches au genre de problème qui les sollicite[1].

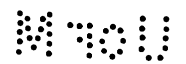
D'ailleurs l'emploi de méthodes différentes dans des cas différents résulte d'une nécessité pratique. Lorsqu'on nous demande de résoudre un problème, on ne nous demande jamais de le résoudre absolument, mais avec une approximation que l'on assigne. C'est une idée constante chez Newton, que le degré d'exactitude d'une méthode doit être proportionné au but poursuivi. Les mathématiques n'ayant d'autre usage que la résolution des problèmes concrets, il convient de leur demander des résultats dont la précision s'accorde avec les données. S'agit-il par exemple de déterminer par le calcul la trajectoire d'un corps céleste ? Trois genres de formules pourront donner la solution. Les unes seront complètes et rigoureuses, elles représenteront dans tous ses détails la trajectoire de l'astre. Les

1. Cf. *Méth. Flux.* p. 95. « Eo enim pacto, pro manibus habens plures methodos diversas, semper usurpare poteris faciliorem, simul ac simpliciorem ».

autres ne donneront de son mouvement qu'une approximation première. D'autres enfin permettront de trouver, avec une approximation poussée jusqu'à un ordre arbitraire, les éléments de son orbite. L'évaluation grossière, par la première approximation, est celle dont se contentaient les Anciens. Elle s'accordait avec l'état de leurs connaissances, et les avait menés à l'idée des trajectoires circulaires. La solution complète, celle qui tient compte de tout le détail des forces perturbatrices, est un idéal auquel on ne peut prétendre tant que le plus grand nombre de ces forces demeurera inconnu. Dans l'état actuel de la science, les mesures astronomiques ne dépassent pas un certain ordre de précision, et si l'on veut les confirmer théoriquement, les formules qu'on se propose d'établir devront être exactes jusqu'au même ordre.

Ainsi la résolution de tout problème suppose qu'on connaisse au préalable une limite supérieure de l'erreur permise. Comme les vérifications empiriques sont le seul gage que la solution est exacte, ce serait un travail inutile de chercher une approximation illimitée. La rigueur obtenue de la sorte serait illusoire puisque nous ne saurions en avoir confirmation. Il vaut mieux faciliter le calcul en se satisfaisant d'une formule approchée, mais dont l'écart tombe au-dessous des grandeurs réellement appréciables. Nous aurons alors à choisir notre méthode selon les termes qu'on pourra négliger et les opérations qu'on pourra se dispenser de faire[1]. Dans certains cas, ce sera l'Algèbre, dans d'autres, la Géométrie ordinaire, dans d'autres encore la Géométrie infinitésimale qui mènera plus directement au but. Si l'on tient compte à la fois de la précision obtenue et du nombre des opérations par lesquelles on l'obtient, il y aura

1. On trouve, dans les *Principes* mêmes, de nombreux exemples d'un pareil choix. Un des plus typiques est celui du Scholie de la Prop. XXXI, L. I, S. 6, p. 119. Il s'agit « de trouver, pour un temps donné, le lieu d'un corps qui se meut dans une trajectoire elliptique donnée », Newton commence à l'aide de la géométrie analytique, par donner une solution rigoureuse correspondant à l'intersection d'une droite et d'une trochoïde. Puis il remarque que la description de cette courbe est difficile et qu'il vaut mieux employer une solution approchée. Il se sert alors de l'Algèbre, et applique les approximations successives à la résolution de l'équation $a\varphi + b\sin\varphi = c$. Enfin, pour satisfaire aux exigences astronomiques, il fait appel à une approximation unique, qui donne une solution « aussi exacte qu'il est nécessaire pour la théorie des planètes : car dans l'orbe de Mars même, dont la plus grande équation du centre est de 10 degrés, l'erreur passerait à peine 1 seconde ».



toujours une de ces méthodes qui sera plus pratique que les autres.

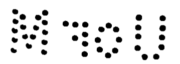
Demandons-nous, à titre d'exemple, pourquoi les méthodes de résolution numérique des équations[1] se sont substituées dans certains cas aux méthodes algébriques. Apportent-elles des procédés nouveaux, inconnus de l'algèbre ordinaire ? On sait fort bien qu'elles se contentent de prendre les opérations fondamentales de l'algèbre et de les appliquer indéfiniment. Mais l'avantage qu'elles procurent par là, c'est qu'elles permettent d'extraire, par des approximations répétées, avec une exactitude fixée à l'avance, des nombres que l'algèbre ordinaire n'aurait pu dégager. De même l'usage des fractions continues, des progressions illimitées, permet d'obtenir par la succession infinie d'additions ou de divisions, des quantités qu'on ne peut déterminer autrement avec la précision voulue. De même encore le développement en série est l'équivalent d'une division ou d'une extraction de racine poussée aussi loin qu'on le veut. Le sens des quadratures est analogue. Elles aussi sont des opérations simples reproduites un nombre infini de fois. Chacune de ces méthodes s'applique de préférence à un ordre de problèmes déterminé, parce qu'elle donne plus aisément que les autres l'approximation exigée par ces problèmes. A prendre les choses à la rigueur, il n'existe en mathématique qu'une seule méthode, l'addition des nombres entiers. La seule addition, rendue de plus en plus complexe pour s'adapter aux difficultés nouvelles, suffit à créer des types de méthodes appropriées à ces difficultés.

En ce sens on peut accorder à Descartes qu'il y a un élément commun à toutes les méthodes mathématiques. Mais cela n'empêche qu'en pratique une méthode donnée ne s'applique qu'à un groupe de phénomènes. Sitôt que la complication du groupe dépasse un certain degré, sans que l'approximation exigée pour la solution diminue, il sera nécessaire d'utiliser une méthode nouvelle. Cette méthode ne différera pas essentiellement des précédentes, elle continuera d'employer les opérations élémentaires du calcul. Mais elle multipliera ces opérations de façon à atteindre l'approximation désirée. Chaque fois

1. On sait que Newton lui-même est l'auteur d'une de ces méthodes.



qu'il s'est présenté un problème réfractaire à un certain genre de méthode, l'artifice employé pour le résoudre n'a pas consisté à modifier le problème pour le plier à la méthode. On a toujours modifié la méthode en lui permettant d'effectuer un nombre illimité de fois les opérations qu'auparavant elle ne pouvait effectuer qu'en nombre fini. Ainsi il est vrai de dire que la nature des opérations essentielles ne change pas lorsqu'on s'élève de l'Arithmétique à l'Algèbre, de l'Algèbre à l'Analyse, de l'Analyse aux méthodes supérieures que la science nous réserve. L'addition des nombres entiers se retrouve partout. Mais de cette opération si simple on en a déduit d'autres en la répétant indéfiniment, de celles-ci, d'autres encore par le même procédé et ainsi de suite. La nature des opérations reste simple, leur nombre seul devient de plus en plus complexe, et le passage d'une méthode à la méthode supérieure se marque par la multiplicité croissante des opérations, entraînant la précision croissante des mesures. Ne pouvant, par exemple, mesurer toutes les longueurs en nombres entiers, nous avons dû faire appel aux nombres fractionnaires et aux nombres irrationnels, qui sont l'équivalent de suites illimitées de nombres entiers. Ne pouvant calculer par une même formule toutes les irrationnelles d'un type donné, nous les développons en séries entières, c'est-à-dire en une suite infinie de termes aisément calculables. Ne pouvant mesurer directement les aires, nous les avons décomposées en une somme infinie de termes élémentaires connus. Partout la pratique nous a obligés à une résolution de plus en plus parfaite des problèmes par une accumulation constante des efforts. Résoudre par des calculs simples, mais très nombreux, ce qui est insoluble par une seule opération, si compliquée soit-elle, voilà le principe qui est à la base des mathématiques. Nous gagnons de la sorte en puissance ce que nous perdons en brièveté. Le mathématicien, sur ce point, ressemble au physicien. Ce dernier lui aussi a constamment le choix entre différentes méthodes et celle pour laquelle il doit se décider lui est suggérée par la pratique. S'il s'agit d'évaluer une longueur avec une approximation donnée, il sera inutile pour le physicien de procéder au réglage des appareils avec plus de précision que la mesure n'en comporte. Faut-il au contraire une exactitude supérieure à celle dont on



s'est contenté jusqu'ici, c'est en répétant avec des corrections successives le réglage précédent qu'on peut y parvenir. On voit que le souci des questions physiques n'abandonne jamais l'esprit de Newton. En mathématique comme en physique, il croit impossible d'appliquer, partout une méthode uniforme. Cela tient à ce que, dans l'un et l'autre cas, le résultat à obtenir n'est pas toujours requis avec la même exactitude. La suite illimitée des opérations qui donneraient théoriquement le nombre exact s'arrêtera, suivant les cas, à un terme de rang plus ou moins éloigné[1], et le choix de la méthode dépend étroitement du degré de précision dont on peut se satisfaire.

Après avoir fait voir que le Calcul des Fluxions ne peut supplanter d'une manière absolue aucune autre méthode, il convient d'insister pourtant sur ce qu'il apporte de nouveau par rapport à la géométrie d'une part, par rapport à l'algèbre de l'autre. Nous comprendrons alors pourquoi Newton appelle son calcul un calcul général, bien qu'en même temps il se refuse à l'appeler un calcul universel[2].

La géométrie, comme l'avait remarqué Descartes, est trop astreinte à la considération des figures[3]. Il en résulte qu'une quantité infinitésimale, ne peut devenir accessible à la géométrie que si elle prend la forme d'un élément figuré, attaché à une courbe ou à une surface. Ainsi la géométrie infinitésimale peut faire usage de la notion de vitesse, parce que la dérivée qui représente cette vitesse peut se construire simplement au moyen des tangentes. De même le rayon de courbure, ou rayon du cercle osculateur, est un élément infinitésimal susceptible de figuration, dont la géométrie peut donner une idée. Mais

1. Cf. *Anal. per Æquat. Infin.* « Istos terminos semper omitto, quos nulli deinceps usui fore prævideo ».

2. *Lettre à Leibniz*, 11 juin 1676. « Non tamen omnino universalis evadit ». Cf. *Principes*, L. II, S. 2, Lemme Scholie : « En expliquant dans une lettre à D. J. Collins le 10 déc. 1672 la méthode des tangentes que je soupçonne être la même que celle de Slusius qui ne m'avait pas encore été communiquée, j'ajoutai : cela est plutôt un corollaire particulier d'une méthode générale qui s'étend. sans calcul embarrassant, non seulement à mener des tangentes à des courbes quelconques, mais aussi à résoudre d'autres espèces de problèmes très difficiles touchant les courbures, les quadratures, les rectifications, les centres de gravité des courbes, etc. ».

3. *Deuxième lettre à Oldenburg* 24 oct. 1676, p. 342. Ego quidem haud quicquam generale in his obtinere potui, antequam abstraherem a contemplatione Figurarum, et rem totam ad simplicem considerationem solarum ordinatim applicatarum reducerem ».

des notions comme celle d'accélération, et surtout celle des fluxions ou accélérations d'ordre supérieur, ne correspondent pas toujours à des particularités visibles de la figure. Assurément, par des constructions appropriées, on peut leur rendre un sens géométrique, et même une interprétation cinématique. Mais ces constructions sont très indirectes, compliquées, malaisées à obtenir. Dans la Méthode des Fluxions au contraire, les différentielles d'ordre supérieur se présentent tout naturellement, et l'ordre dans lequel on les rencontre lorsqu'il s'agit de développer en série la différentielle première, amènera Mac Laurin et Taylor à leurs développements célèbres. La notation de Newton permet donc déjà, ce que la géométrie ne saurait faire, d'aborder l'étude complète du contact des courbes. En employant une caractéristique commode pour désigner les fluxions successives, Newton résout un problème général, dont la géométrie n'avait pu soupçonner qu'un aspect, la construction des tangentes à une courbe donnée [1].

Mais le problème inverse des tangentes, mieux encore que le problème direct, fait toucher du doigt la généralité que le calcul infinitésimal possède par rapport à la géométrie. L'élément infiniment petit qu'il s'agit de sommer, le moment ou le terme élémentaire qui seul est donné, varie aux yeux du géomètre d'un problème à l'autre. C'est un arc dans les problèmes de rectification, une aire dans les problèmes de quadrature, un volume dans les problèmes solides, un angle dans l'évaluation des distances angulaires. Chaque fois le géomètre est obligé d'avoir recours à une intuition particulière, et s'il avait à faire la sommation d'éléments non figurés ni représentables, aucun principe ne pourrait le guider dans la construction des limites. Au lieu de cela, le point de vue analytique est d'une généralité parfaite. L'élément très petit qu'il s'agit d'intégrer pourra tou-

1. Ce problème même, Descartes ne le résout que dans le cas où le point de contact est situé à distance finie. Les constructions deviennent caduques quand le point s'éloigne à l'infini. Au lieu de cela, le méthode générale de Newton s'applique aussi bien au tracé des asymptotes qu'à celui des tangentes proprement dites. « A l'égard des asymptotes, on peut les regarder comme des tangentes et leurs extrémités (si on peut s'exprimer ainsi) comme des points de contact. Imaginons donc que le point d'attouchement d'une tangente s'éloigne à l'infini, cette tangente deviendra asymptote, et les constructions des problèmes précédents se changeront dans les constructions de problèmes où l'asymptote est donnée ». — (*Principes*, L. I, S. 5, Prop. XXVII. Scholie).



jours se désigner par le même symbole, *ds* par exemple[1], soit qu'il s'agisse de quantités linéaires ou superficielles, soit qu'on opère dans l'espace ordinaire ou dans un espace à plus de trois dimensions[2]. Les symboles du calcul infinitésimal sont indifférents aux réalités qu'ils désignent tandis que ceux de la géométrie ne sont jamais applicables qu'à certaines figures. C'est une raison suffisante pour reconnaitre dans l'analyse infinitésimale un procédé beaucoup plus général que la géométrie classique.

L'algèbre elle aussi, bien qu'elle soit plus générale que l'arithmétique, l'est moins que la Méthode des Fluxions. L'arithmétique, comme on l'a vu précédemment, n'est pas un cas particulier de l'algèbre. Elle s'accorde avec elle mais ne se ramène pas à elle. Pareillement l'algèbre n'est pas un cas particulier du calcul infinitésimal. Elle garde ses règles propres à côté des procédés qui lui sont communs avec les méthodes différentielles. Néanmoins la portée de l'analyse est plus vaste que celle de l'algèbre, parce qu'elle s'applique à des problèmes plus compliqués. D'abord la généralité de l'algèbre se retrouve, avec des perfectionnements, dans la notation différentielle. L'algèbre exprime par la même formule tout un groupe de problèmes concrets, ayant des interprétations bien différentes : l'équation du premier degré peut répondre à un problème de partage, d'intérêts, à l'étude d'un mouvement uniforme, à la détermination d'une ligne droite, etc. En analyse on trouve une généralité plus grande encore. Une seule équation différentielle répond à une infinité d'espèces du même problème et à une infinité de problèmes d'espèce différente. Les lois de la chute des corps, la recherche des points d'inflexion, la détermination du maximum des vitesses, dépendent d'une même équation différentielle. Plus tard on fera voir que la distribution de l'électricité, la propagation de la chaleur, la circulation des fluides, et beaucoup d'autres problèmes physiques sont des aspects différents d'une même équation. Peut-être n'y a-t-il pas de problème, dit Newton, qui ne

1. Notation de C. Jordan, Cours d'analyse de l'École Polytechnique, T. I, ch. I.

2. *De Analys. per Æquat. Infin.* « Notandum est quod unitas ista, quæ pro momento ponitur, est superficies cum de solidis, et linea cum de superficiebus, et punctum cum de lineis agitur ».

puisse s'exprimer par des équations différentielles convenables, et tous les problèmes qu'on résout par l'algèbre sont-ils des cas particuliers de problèmes très vastes que l'analyse résout d'une façon générale[1].

La méthode la plus étendue dont l'algèbre fasse usage est en effet la méthode cartésienne des coefficients indéterminés. Cette méthode se retrouve tout entière dans l'analyse des infiniment petits. Lorsque nous voulons dégager d'une expression donnée le développement de plus en plus approché d'une grandeur, nous substituons à la place de cette grandeur, non plus un polynôme mais une série à coefficients arbitraires. Les coefficients se déterminent de proche en proche par des équations de condition, et si le développement se limite de lui-même, nous retombons sur le cas de l'algèbre [2].

Les conventions fondamentales de l'algèbre sont, elles aussi reprises et généralisées par le Calcul des Fluxions. La notion des quantités négatives va s'étendre par des définitions convenables aux aires, aux longueurs, aux volumes. C'est une généralisation qui n'est pas arbitraire, mais que la pratique rend indispensable si l'on veut qu'une formule réponde à tous les cas de figure[3]. Par l'analyse les opérations de l'algèbre sont étendues et généralisées d'abord parce qu'on les applique un nombre illimité de fois, ensuite parce qu'on y soumet les symboles nouveaux que l'algèbre ne connaît pas. A vrai dire les quantités dont l'algèbre s'occupe ne forment qu'un échelon dans la série des grandeurs symboliques. Entre les fluxions de la fonction ou ses différentielles, qui se suivent en série infinie, et les sommes ou intégrales qu'elle fournit et qu'on classe d'après le tableau des quadratures, se trouve la fluxion d'ordre *zéro* (identique à la somme d'ordre *zéro*) qui est la fonction elle-même. Ainsi l'algèbre est une région frontière, qui sépare le domaine des fonctions différentielles et celui des fonctions intégrales. On doit donc retrouver par continuité les propriétés

1. *De Anal. per Æquat, Infin.* « Nec quicquam hujus modi scio, ad quod hæc methodus, idque variis modis, sese non extendit,.. Et quicquid vulgaris Analysis per Æquationes ex finito terminorum numero constantes (quando id est possibile) perficit, hæc per Æquationes Infinitas semper perficiat ».

2. Comp. *Principes*, L. II, S. 2. Prop. X.

3. Cf. *Meth. Flux.* p. 162.

des équations algébriques, lorsqu'on abaisse progressivement soit l'ordre des différenciations soit celui des quadratures.

C'est là ce que Newton voulait dire lorsqu'il explique que les opérations « spécieuses » comprennent comme cas particuliers les opérations « numériques ».[1] Les unes comme les autres se servent de symboles, mais ces symboles, qui sont d'une seule espèce en algèbre, peuvent être en analyse d'espèces infiniment variées. Il y a ici comme ailleurs partage d'attributions et pourtant passage continu d'une méthode à l'autre. L'algèbre a pu, sans faire tort à l'arithmétique, énoncer des formules générales qui permettent de passer graduellement, par variation des paramètres, d'un exemple numérique à un autre. De la même manière on a vu l'analyse donner aux procédés de l'algèbre une extension qu'ils ne pouvaient posséder d'emblée. En introduisant dans les formules soit des constantes soit des fonctions arbitraires, la méthode infinitésimale a permis de ranger sous une espèce unique des problèmes de nature physique différente que l'algèbre abordait isolément. C'est en ce sens que la portée de l'analyse dépasse infiniment celle de l'algèbre. En assignant aux quantités dont nous disposons des valeurs convenablement choisies, nous pouvons déduire d'un type différentiel unique une foule d'équations algébriques qui se vérifient nécessairement.

Les rapports du Calcul Infinitésimal, de l'Algèbre et de la Géométrie éclatent plus clairement encore si l'on se reporte à l'idée première que Newton se faisait du rôle des mathématiques. Nous avons insisté dans un chapitre précédent[2] sur le caractère nominaliste de l'algèbre, sur le fait que cette science n'est qu'un langage perfectionné. Loin d'en faire une méthode nouvelle, s'opposant au raisonnement familier et à l'arithmétique vulgaire, Newton en faisait un simple prolongement du bons sens.

Ce qui est vrai de l'Algèbre est vrai des différentes parties des mathématiques. L'esprit humain possède dès l'abord un certain fonds de notions vagues que l'expérience l'oblige à perfectionner. Or les premiers besoins que l'expérience suscite sont

1. Cf. *Meth. Flux.* p. 32.

2. V. Ch. I, l'Arithmétique et l'Algèbre.

des besoins de mesure. Le moyen pratique de perfectionner les notions a été, en conséquence, de les rendre susceptibles de mesure. Le passage progressif du point de vue vague au point de vue précis n'a pu se faire que par une transformation des idées qualitatives en idées quantitatives. Nous entendons par là que les notions les plus simples, sans cesser de s'appliquer aux données concrètes, sans même perdre la clarté primitive qu'elles tiraient d'images usuelles, ont été traduites de plus en plus dans le langage des nombres. Lorsqu'une distance a été exprimée en pieds, en stades ou en milles, elle ne cesse pas de signifier pour cela un ensemble d'impressions que nous procure l'éloignement des objets. Mais nous y gagnons de savoir si les impressions sont comparables à d'autres, et dans quel cas tel objet nous sera plus accessible que tel autre. De même lorsqu'on a mesuré en grammes le poids d'une poudre ou d'une monnaie, l'idée première que nous avions du poids reste flottante et qualitative, mais cette idée s'exprime par un nombre qui n'a plus rien d'ambigu et qui donne un signe précis aux impressions que nous pouvons ressentir. Il en est exactement de même de toutes les tentatives, soit arithmétiques, soit algébriques, soit géométriques, qui ont pour but de définir clairement des notions utiles. Ces notions restent identiques à elles-mêmes, mais elles revêtent une forme maniable, elles peuvent se prêter à des comparaisons, par suite à la précision et au contrôle.

La marche qui a conduit au Calcul infinitésimal est la même, dans l'esprit de Newton, que celle grâce à qui s'est formé peu à peu le langage mathématique élémentaire. C'est qu'après avoir mesuré directement les longueurs, les surfaces, les volumes, les masses et les temps, après avoir évalué indirectement les densités, les forces, les températures, etc., l'esprit humain a rencontré d'autres notions qu'il était nécessaire d'approfondir pour des raisons pratiques. Prenons par exemple la notion de vitesse, dont Newton fait un usage constant. La vitesse est une réalité objective, bien déterminée, facile à saisir. C'est d'elle que dépendent une foule d'effets dont la connaissance exacte est indispensable. Il a donc fallu introduire dans la notion vague de vitesse, que le sens commun possède obscurément la distinction du plus et du moins, de

l'égal et de l'inégal, afin de rendre possible l'addition et la mesure des vitesses. Prenons une notion plus abstraite, celle de la courbure d'une trajectoire en un point. C'est là encore une idée très simple, dont le sens commun a l'intuition, mais qu'il convient de rendre quantitative afin d'y appliquer les procédés de mesure. De là les efforts des géomètres pour comparer cette courbure à une courbure constante prise comme unité, celle du cercle de courbure ou cercle osculateur. L'idée de courbure n'a reçu par là aucune modification logique. Mais on lui fait correspondre, dans le langage, une expression numérique précise peuvant permettre des comparaisons.

Une fois la coubure définie, on voit encore que cette courbure n'est pas en chaque point la même. Elle varie d'un façon continue le long de la courbe, elle possède en chaque point une qualité spéciale qui à son tour peut être transformée en quantité. Ceci mène à chercher une expression précise de la « courbure de la courbure », et on voit que le même procédé va s'appliquer indéfiniment[1]. Chaque fois qu'une donnée du bon sens a été affectée d'une expression mathématique, il reste à ramener à une forme analogue les variations de cette donnée. Ainsi la création d'un langage mathématique, s'appliquant progressivement à toutes les notions utiles, va se poursuivre indéfiniment. Là où l'Arithmétique et l'Algèbre ont introduit des symboles du premier ordre, permettant la réduction en mesures précises de données concrètes, l'analyse infinitésimale introduira des symboles du second ordre, grâce auxquels la variation des données prendra à son tour une expression nouvelle. A la notion de longueur ou d'espace succédera la notion de vitesse, après celle-ci viendra celle d'accélération, puis celle d'accélération de l'accélération, et ainsi de suite à l'infini. De même l'idée familière du contact, qui s'exprime par la fluxion ou la dérivée première, conduira aux contacts d'ordre supérieur dont le calcul infinitésimal devra donner la mesure.

Nous avons choisi ces exemples entre mille, parce que ce sont ceux de Newton[2], pour montrer la continuité qui existe

1. Cf. *Meth Flux.* p. 125.

2. V. par exemple *Principes* L. I, S. 1, Scholie p. 46.

Les expressions « d'angle de contact infiniment plus petit ou infiniment plus grand que les angles de contact contenus entre la tangente et la

entre les différentes parties des mathématiques. Elles partent toutes du sens commun, conçu de la façon la plus modeste, comme l'ensemble des idées familières que l'expérience met en jeu. Ces idées ne sont ni complétées, ni modifiées par les opérations mathématiques. Elles restent des idées du bon sens immédiatement applicables. Mais elles reçoivent une forme spéciale, sont traduites dans un langage nouveau, qui permet de les désigner sans erreur et de les mesurer commodément. L'analyse des infiniment petits n'est qu'un chapitre de ce système de signes, et comme la partie la plus neuve d'une langue répond le mieux aux besoins les plus récents, on conçoit que la méthode des fluxions doit s'appliquer de préférence à la résolution des problèmes nouveaux : quadratures, centres de gravité, problèmes direct et inverse des tangentes. Mais les autres modes de calcul restent utiles chacun dans leur sphère. Le relativisme qui caractérise la méthode de Newton n'est donc qu'une conséqnence de sa tendance au nominalisme. Du moment qu'une notation heureuse est le point essentiel de toute méthode, et qu'une notation, si parfaite soit-elle, ne peut s'appliquer qu'à un certain nombre de choses, il devient évident et nécessaire que les notations se superposent sans se détruire pour former un système complet. L'esprit du physisien et l'esprit du mathématicien collaborent ainsi à la même besogne. S'élever d'impressions vagues et stériles à un ensemble de symboles qui permettent des combinaisons exactes, partir des données de bon sens pour édifier un langage commode, c'est l'œuvre essentielle du géomètre comme ce sera celle du physicien. A la fois physicien et géomètre, Newton, par son *Calcul des Fluxions* comme par ses *Principes*, ne prétend apporter aux problèmes de son temps que la contribution d'un langage nouveau.

Issue comme l'Algèbre et comme l'Arithmétique des données du bon sens, la méthode infinitésimale est en droit d'employer les procédés d'induction dont se sert le bon sens. Parmi ces procédés les deux plus importants sont l'analogie et l'interpolation.

Newton admet que l'analogie aussi bien que l'interpolation

corde des cercles », sont, comme le fait voir le langage très clair de ce lemme, de pures abréviations destinées à désigner des idées communes,

sont légitimes dans de larges limites. C'est à l'expérience de nous faire voir jusqu'où on peut les étendre sans danger. D'abord l'analogie est d'une application constante lorsqu'on veut développer une fonction en série. Newton, qui ne pouvait prévoir les formules générales de Mac-Laurin et de Leibniz, ne connaissait pas d'autre moyen pour arriver aux développements en série que la division et l'extraction des racines. Ces opérations sont toujours pénibles et quelquefois inextricables. Il arrive généralement que les premiers termes d'une division peuvent s'écrire sans difficulté, mais sitôt qu'on veut pousser l'approximation un peu loin, les opérations, théoriquement possibles, cessent pratiquement d'être effectuables. Dans ces cas l'analogie va nous guider. Si les premiers termes d'une série laissent entrevoir une loi de succession régulière, si l'on s'aperçoit qu'ils sont des fonctions simples du rang qu'ils occupent, il est tout naturel de supposer que la régularité ne va pas se démentir. On écrira les termes éloignés en les construisant en fonction de n sur le modèle des termes les plus proches, et il restera à vérifier si l'expression trouvée répond bien au développement qu'on désire. C'est cette voie que Newton a suivie pour démontrer dans des cas généraux sa formule du binôme. Ce qui est évident pour le cas d'un exposant entier et positif peut tout au moins suggérer des analogies pour le cas des exposants négatifs, fractionnaires ou incommensurables. C'est cette voie encore qu'il recommande lorsqu'il s'agit de vérifier la validité d'un développement. Au lieu de substituer aux fluxions de la variable des valeurs infinitésimales, nous sommes obligés de les remplacer par des nombres petits, mais finis, et nous devons voir si ces nombres finis vérifient approximativement la formule. Nous calculons donc notre série numérique, jusqu'à un terme de rang convenable, pour une suite décroissante de valeurs de x, et nous examinons si la somme obtenue satisfait de mieux en mieux aux identités posées. Cette vérification ne pouvant jamais se faire que d'une manière approximative, c'est l'analogie, elle encore, qui nous autorise à estimer qu'à la limite elle se ferait exactement[1]. En d'autres termes, les séries infinitésimales gar-

1. Comp. *Lect. Optic.* Prop. XIV, Cor. II, Lemme VI, p. 141. « Nam rationum similitudines quæ quantitatibus commensurabilibus conveniunt indefinite, eo nomine conveniunt etiam incommensurabilibus similiter affectis,

dent une signification précise lorsqu'aux infiniment petits qui y figurent on substitue des quantités très petites. Mais les expressions qui en résultent, au lieu de converger rapidement, ne tendent que d'une manière assez lente vers leur limite [1]. La convergence croît d'autant plus vite que les « différences » sont plus près d'être des « fluxions ». On peut donc admettre qu'un résultat approché, lorsqu'on se contente de quelques termes finis, deviendra précis lorsqu'à la limite on aura une série de termes infinitésimaux.

Enfin l'analogie se retrouve encore dans une autre partie de la méthode. Il arrive que le langage différentiel rapproche des notions que la géométrie sépare. Cela tient à ce que l'analogie des formules est parfois plus grande que celle des figures. Ainsi l'hyperbole équilatère et le cercle sont pour le géomètre deux courbes entièrement distinctes. Au contraire, l'expression différentielle de l'arc du cercle et de l'arc d'hyperbole, la quadrature des aires interceptés par les deux courbes, le développement en série de leurs ordonnées, montrent des analogies profondes que la géométrie ne pouvait dévoiler [2]. Il suffit de changer un signe dans l'ordonnée du cercle pour obtenir celle de l'hyperbole, et il s'en suit que ces deux courbes se ramènent à un type fondamental unique. Dans la Table des Quadratures elles seront représentées par une seule quadrature canonique et l'analogie qui excite entre elles suffira pour déduire des propriétés de l'une, par des opérations toujours parallèles, les propriétés de l'autre. Ici encore l'analogie est dictée par la comparaison des formules, elle aura besoin d'être vérifiée a posteriori. En tous cas elle permet de réduire l'un à l'autre des problèmes en apparence distincts,

quemadmodum ex Euclidis definitione similium rationum ostendi potest Sed facilius deprehenditur imaginando quantitates, quas vocant incommensurabiles, posse numerari per partes indefinite parvas, et sic ad naturam commensurabilium, praesertim quoad rationum habitudines, quodam modo reduci ».

1. Cf. *Meth. Flux.* p. 52. « Denique, licet species, quæ perspicuitatis gratia fuerunt hactenus suppositæ infinite parvæ ,supponantur quantumvis magnae, tamem quotiens erit adhuc verus, quanquam non adeo celeriter ad veram radicem convergat ; quod patet ex rerum analogiâ. »

2. *Meth. Flux.* p. 150. « Hic observare potes quod, licet area circularis cum hyperbolica conferri nequeat, geometrice rem considerando, tamen ambas deteximus eodem calculo arithmetico. »

dont l'affinité géométrique ne saute pas aux yeux tout d'abord [1].

L'interpolation, plus encore que l'analogie, est un procédé essentiel à la méthode de Newton. Newton lui-même dit en plusieurs endroits [2], que le problème de l'interpolation est « peut-être le plus beau de tous ceux dont il désirait la solution ». Il faut savoir qu'aux yeux de Newton la création des nombres fractionnaires et des nombres incommensurables est déjà la solution d'un problème d'interpolation. Sitôt que l'esprit humain s'est aperçu qu'il fallait mesurer des grandeurs plus petites que l'unité, il a remarqué que l'intervalle des nombres entiers devait être subdivisé par adjonction de nombres nouveaux servant de passage. Cette idée d'interpolation se représente lorsqu'on veut appliquer la méthode des fluxions à des courbes complexes. Théoriquement il est possible d'employer l'équation de la courbe, d'en tirer l'expression de l'ordonnée et de procéder à des sommations directes. Mais les séries sur lesquelles il faudrait opérer seraient incommodes et compliquées. Même en faisant appel à l'analogie, nous n'arrivons pas toujours à un développement maniable. C'est ici qu'intervient l'idée de l'interpolation. Pour Newton, une courbe transcendante compliquée peut toujours s'intercaler entre deux courbes algébriques plus simples. De même qu'il existe un passage continu d'un nombre entier à un autre, et que les différents termes de ce passage nous sont approximativement connus par les nombres simples qui les enferment, on peut dire qu'une courbe quelconque peut se situer entre deux courbes plus simples. La connaissance exacte de ces dernières fournira une idée de la courbe donnée. Si par exemple nous voulons calculer l'aire d'une courbe non algébrique, il nous est toujours possible de déterminer deux ou plusieurs courbes algébriques, voire même des courbes paraboliques, rencontrant la première ou la touchant en des points déterminés. Supposons que nous ayons écrit l'équation de ces courbes. Leurs ordonnées étant directement exprimées par un polynôme du 2e degré, le calcul des aires devient immédiat. Or l'aire de la courbe donnée est comprise entre les valeurs extrêmes qu'on obtient pour les courbes

1. C'est l'analogie des formules qui suggère à Newton sa théorie de la transformation des figures (V. *Principes*, L. I, S. 4, Lemme XXII, p. 99).

2. V. par exemple *Deuxième Lettre à Oldenb.* 24 octobre 1676, p. 341.

intermédiaires. Plus le degré des courbes de comparaison s'élève, c'est-à-dire plus elles sont près de coïncider avec la première, plus l'approximation est parfaite.

De là les règles données par Newton, aussi bien dans la *Methodus Differentialis*[1] que dans les *Principes*[2] pour obtenir l'expression parabolique la plus propre à donner une mesure des aires. Ces règles font pressentir le « calcul des différences » tel qu'il allait être créé par Leibniz. Mais ce que l'interpolation newtonienne a d'original, c'est qu'elle se donne comme un procédé de bon sens. Newton ne recherche pas si une courbe transcendante est vraiment la limite de courbes algébriques d'ordre croissant. Il suffit que la continuité existe pour que le bon sens permette d'affirmer que deux courbes ayant un grand nombre de points communs possèdent en tous leurs points des propriétés peu différentes. On sait ce qu'il faut penser de cette règle et les limitations qu'elle doit subir. Mais en pratique l'interpolation newtonienne réussit. Les problèmes transcendants que l'on rencontre ont toujours une allure quasi-algébrique. En déterminant un grand nombre de points et faisant passer par ces points une courbe quarrable[3], nous faisons, l'expérience le montre, une approximation légitime. C'est que la continuité, dont nous avons l'instinct, se vérifie dans la langue précise du calcul. L'analogie et l'interpolation, que cet instinct de continuité inspire, se trouvent réussir en Analyse pour les mêmes raisons qu'en Algèbre et en Arithmétique.

Ce qu'on appelle d'ordinaire le bon sens n'a pas une valeur absolue. C'est au fond une croyance vague en la continuité des phénomènes naturels, et cette croyance a besoin d'être consolidée par des vérifications incessantes. Dès qu'on admet avec Newton que toute méthode mathématique emprunte son point de départ aux faits, se laisse guider par des analogies et progresse par une suite d'inductions, il devient évident que la certitude mathématique se rapproche de la certitude expérimen-

1. Ed. Castillon, p. 271-282.

2. L. III, Lemme V. « Invenire Lineam curvam generis Parabolici quæ per data quotcumque puncta transibit. »

3. C'est le problème essentiel de la *Methodus Differentialis :* « Figuram quamcumque curvilineam quadrare quamproxime, cujus ordinatæ aliquot inveniri possunt. »

tale. Dans le raisonnement du géomètre comme dans celui de l'homme ordinaire intervient une part d'hypothèse que les faits seuls peuvent contrôler. De là cette tendance constante chez Newton, qui s'oppose si fort aux habitudes d'esprit cartésiennes, à n'admettre un résultat pour vrai qu'après une série d'épreuves et de contre-épreuves. De là encore cette sorte de défiance qui fait préférer parfois l'évidence d'un exemple à l'apparente certitude d'une démonstration. La Méthode des Fluxions, tout abstraite qu'elle semble, n'échappe pas à la règle commune. Les démonstrations n'y sont assurées que si des exemples variés les confirment, et Newton n'énonce jamais un théorème sans le faire suivre de vérifications. Supposons qu'un développement en série ait été obtenu par voie déductive. Il se peut que ce développement soit illusoire, ou bien parce qu'il est trop général, ou parce qu'il est purement formel. Si l'on veut être sûr que la série ait un sens, qu'elle représente la quantité dont on est parti et elle seule, il faut la substituer dans les équations du problème et s'assurer qu'elle les rend identiques[1]. Ce n'est pas là un supplément de preuve, c'est l'achèvement d'une preuve autrement incomplète. De même lorsqu'on a obtenu la formule qui satisfait à une équation différentielle, il convient de retrouver, en partant de la formule, l'équation différentielle primitive. Alors seulement le problème se trouve avoir reçu une solution adéquate.

Est-ce à dire que la voie analytique, celle qui sert à guider les recherches et à trouver les solutions, soit entièrement douteuse, ou qu'elle mène à des propositions d'une exactitude purement fortuite? Newton dit au contraire qu'une démonstration synthétique complète est toujours théoriquement possible et qu'elle est comme sous-entendue dans toutes les recherches analytiques. Seulement cette démonstration, qui apporterait avec elle l'universalité, obligerait le plus souvent à des détours pénibles. Il vaut mieux dans un cas donné faire une vérification particulière sur la solution présumée, que se référer déductivement à des théorèmes lointains[2]. Par exemple lorsqu'une qua-

1. *De Anal. per Æquat. Infin.* « Substituendo quotientem pro y in Æquationem propositam, videbis terminos illos sese perpetuo destruere, in quibus x est minimarum dimensionum. »

2. *Meth. Flux.* p. 84. « Hoc pacto solutum est Problema, sed latet Demons-

drature a été effectuée, il convient de repasser de la fonction à sa fluxion, de contrôler par un calcul inverse le résultat du calcul direct[1]. Le plus sonvent ce procédé mènera plus rapidement au but qu'un essai de déduction toujours laborieux.

On voit que Newton, malgré le caractère général de sa méthode, admet la possibilité qu'elle se trouve en défaut. De fait, on a pu démontrer avec rigueur que les règles pratiques données par Newton ne s'appliquaient qu'à certains types de fonctions, et pouvaient conduire dans d'autres cas à des formules divergentes ou indéterminées. Les vérifications qu'il propose sont donc nécessaires, et si généralement elles sont heureuses, c'est que le Calcul des Fluxions s'est attaché d'abord aux problèmes les plus simples et les plus réguliers. Mais il est intéressant de comparer l'attitude prudente de Newton avec le ton décisif de la science cartésienne. Là où le calcul a priori donne un résultat formel, il est impossible, pensait Descartes, que ce résultat puisse être révoqué en doute. Si nous sommes partis d'idées claires et si nous les avons développées conformément aux règles de la méthode, l'évidence où nous arrivons doit s'imposer à la nature. C'est seulement dans le cas où le calcul ne peut rien qu'il y a lieu « d'aller au-devant des causes par les effets. » Partout ailleurs l'idée de démontrer une vérité par l'expérience, soit en se servant d'une vérification directe, soit en invoquant un contrôle indirect, eût semblé à Descartes aller à l'encontre de toute méthode. Ce que la « raison » donne comme assuré ne peut être obtenu que par une seule voie, celle des déductions, et du moment que cette voie aboutit, il est inutile d'en rechercher d'autres. Pour Newton tout au contraire, la raison n'est qu'une forme du bon sens, et celui-ci se fonde sur l'expérience. Les produits les plus raffinés de cette raison, — l'analyse mathématique est du nombre, — ne sont que des règles pratiques permettant de résumer et de prévoir l'expérience. La valeur qu'aura l'analyse ne peut donc se juger qu'à l'emploi. Si

tratio. Cum autem tot et tam varia contineat hoc Problema ut Demonstratio synthetica sine maximis ambagibus deduci nequeat ex genuinis ejus fundamentis, sufficiet eam breviter indicare analyticè. »

1. *Ibid.* « Proposita igitur Æquatione, et opere peracto, tenta num ex æquatione reperta regredi liceat ad propositam, per Probl. I. Quod ubi accidit, constat Relationem quæ est inter quantitates in Æquatione reperta requirere Relationem quae est inter Fluxiones in proposita, et vice versa. »

la méthode des fluxions nous conduit à des résultats cohérents, vérifiables, d'accord avec les faits avérés, elle pourra prétendre à un rôle utile. Mais tenter d'en faire à priori, sans contrôle expérimental, un mécanisme de pure déduction grâce auquel on peut construire l'expérience, serait une vue métaphysique que Newton ne pouvait partager. C'est pourtant ce que fait Leibniz, et il y a là une des raisons sérieuses de son conflit avec Newton.

Il sortirait du cadre de cette étude de faire un historique complet du conflit entre Newton et Leibniz. On trouvera un exposé très clair de la question dans la troisième partie de l'ouvrage déjà cité du Professeur Ferd. Rosenberger [1]. Les incidents de ce conflit y remplissent un très long chapitre, fort instructif au point de vue du jugement à porter sur la question de priorité. Mais au point de vue de l'histoire des idées, il n'existe pas sans doute dans les annales de la science de querelle plus déplorable et moins féconde. Il est remarquable que cette dispute célèbre, née de circonstances tout accidentelles, entre deux hommes arrivés l'un et l'autre au faîte de la vieillesse et de la gloire, n'ait modifié en rien ni les idées des deux adversaires, ni les tendances de leurs disciples. On pourrait difficilement citer un seul progrès que cette dispute ait fait faire aux notions nouvelles touchant les infiniment petits, alors qu'en armant l'une contre l'autre l'Ecole anglaise et l'Ecole allemande, elle les priva pour longtemps l'une et l'autre des avantages qu'elles eussent tirés de leur union.

Presque au même moment un autre conflit, moins fameux dans l'histoire, plus pénible peut-être au point de vue moral, devait s'élever entre les deux frères *Jean* et *Jacques Bernouilli* [2]. C'est à propos du problème des isopérimètres que le désaccord surgit. Mais ce conflit au moins fut riche en résultats, il suscita des recherches nouvelles, fit découvrir des méthodes inconnues. Autant la querelle des frères Bernouilli a servi à promouvoir les méthodes naissantes de Calcul infinitésimal, autant celle de Newton et de Leibniz, fondée sur de

1. *Isaac Newton u. seine Physikalische Principien*, Ein Hauptstück aus der Entwickelungsgeschichte der modernen Physik. — Chez Johann Ambrosius Barth, Leipzig 1895.

2. V. Cantor, *Gesch. d. Math.*, III, 230-250.

simples rivalités, a laissé ces méthodes stationnaires. L'étude complète de cette querelle donne surtout des aperçus curieux sur la psychologie de Leibniz, de Newton et des principaux savants de leur temps. Mais elle fournit fort peu de renseignements sur les traits distinctifs du système de Newton et du système de Leibniz.

Ajoutons que même au point de vue de l'érudition, il n'y a pas de véritable problème. La question de priorité est réglée d'une façon non ambiguë par la date des écrits et des publications des deux adversaires. Il est certain que Newton, très longtemps avant Leibniz (1669), a été en possession d'un système complet de calcul différentiel. Leibniz de son côté a publié ses premiers résultats à une époque ou ceux de Newton n'étaient pas encore connus du public (Lettre de Leibniz à Newton, 1677). Est-il besoin d'ajouter qu'aux yeux de l'histoire le mérite vrai d'une découverte ne peut jamais s'attribuer, par parts déterminées, à des individus quels qu'ils soient, puisque l'origine en demeure collective et la véritable genèse anonyme ?

Leibniz fit en 1673 un premier voyage à Londres, comme envoyé extraordinaire de la Cour de Mayence. Il fit la connaissance personnelle d'*Oldenburg*, avec qui il entretenait déjà une correspondance, et lui communiqua le seul résultat auquel il fût arrivé à cette époque, la série numérique qui donne la quadrature du cercle[1]. Deux ans plus tard, Oldemburg lui apprit par lettre que Newton venait d'inventer une méthode générale de quadrature, et la réponse de Leibniz (30 mars 1675) ne laisse aucun doute sur ce point que Leibniz n'avait à ce moment trouvé rien d'analogue[2]. Au mois d'octobre 1676, Leibniz passa de nouveau une semaine à Londres et fut présenté à *Collins*, que Newton avait tenu au courant de ses travaux. Il n'en a pas fallu davantage pour accuser plus tard Leibniz de plagiat. Il est cependant certain qu'il n'a pu recevoir de Collins que des indications très vagues sur l'état des recherches de Newton. L'*Ana-*

1. $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots$

2. Leibniz. *Math. Schriften*. Berlin 1849, T. I, p. 58. Leibniz ne fait mention dans cette lettre d'aucune invention personnelle et se contente de dire que la méthode de Newton, si elle est générale et commode, mérite certainement d'être prise en considération.

lysis per Æquationes Infinitas, qu'on a retrouvée en copie dans les manuscrits de Leibniz porte déjà sa propre notation, d'où résulte évidemment qu'il l'a reçue à une date ultérieure[1].

Par l'entremise d'Oldemburg, Leibniz entra ensuite en relations directes avec Newton. C'est de cette époque que datent les lettres importantes de Newton à Leibniz (13 juillet 1676, — 24 octobre 1676) où déjà Newton réservait ses droits de priorité[2] et les réponses de Leibniz (27 août 1676 — 21 juin 1677) où ce dernier prétendait déjà à une généralité supérieure[3]. Il semble bien qu'à cette époque Leibniz ait été en possession de l'essentiel de sa méthode, et qu'il en doive les premières suggestions non pas aux allusions de Newton, mais à l'étude approfondie de Fermat, de Wallis, de Barrow, de Sluse et de Hudde. C'est en 1684 et en 1686, en un temps où Newton faisait encore mystère de ses procédés de quadrature, que parurent dans le *Journal des Sçavans* les deux premières publications de Leibniz touchant la méthode infinitésimale[4]. Leibniz y rend hommage aux travaux éminents de Newton, et Newton en 1687, dans un Scholie des Principes rendit à Leibniz ses marques de courtoisie.

Il serait bien difficile de comprendre comment un désaccord quelconque aurait pu surgir entre deux esprits aussi conscients de leur valeur, s'il ne fallait compter avec les rivalités d'écoles, qui ont toujours été la source des disputes scientifiques. Ce n'est pas Newton ni Leibniz, ce sont les disciples de Newton et les disciples de Leibniz, poussés par un zèle excessif ou une vue exclusive des choses, qui ont opposé l'une à l'autre deux méthodes faites en réalité pour se compléter. Que manquait-il à la méthode de Leibniz pour devenir l'égale de celle de Newton ? L'interprétation physique qui permettait à Newton de sou-

1. Cf. Leibniz, *Math. Schriften*. Ed. Gerhardt, T. I, p. 7.

2. Au moyen des cryptogammes dont on a parlé dans le Ch. précédent.

3. Leibniz, Ed. Gerhardt, T. I, p. 154, « Et jam a multo tempore rem tangentium longe generalius tractavi, scilicet per differentias ordinatarum. »

4. *Act. Erud.* Octobre 1684, p. 467-473, Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quæ nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus. — *Act. Erud.* Juin 1686, p. 292-300, G. G. L. De geometria Recondita et Analysis Indivisibilium atque infinitorum.

mettre la mécanique au calcul des fluxions. En quoi la méthode de Newton était-elle moins parfaite que celle de Leibniz ? Il lui manquait une notation complète pour désigner d'une façon correspondante les opérations de la différenciation et de l'intégration. Il nous semble aujourd'hui qu'il serait aisé d'arriver à une combinaison des deux méthodes. Tel n'était pas le sentiment des contemporains, qui en insistant avant tout sur les différences de langage, rendirent impossible l'accord qui était naturel.

En 1693 et 1694, *Jean Bernouilli* publia différents développements en série d'après les méthodes de Leibniz. En 1696, il proposa aux mathématiciens le problème des brachystochrones. qui fut résolu simultanément par Newton [1], Leibniz [2], et Jacques Bernouilli [3]. La même année parut le traité du marquis de l'*Hôpital*, l'*Analyse des infiniment petits*, où pour la première fois les différents artifices du Calcul infinitésimal étaient rassemblés en un corps de doctrine. La notation différentielle et les règles de Leibniz y sont employées exclusivement, et il n'est fait qu'une allusion très brève aux méthodes similaires de Newton. A vrai dire Newton n'avait à cette époque publié qu'un seul théorème touchant la méthode infinitésimale, celui qui est contenu au début des *Principes* [4]. Mais déjà Wallis en 1693, dans une réédition de son *Traité d'Algèbre Historique et Pratique* prenait à l'avance la défense de Newton. Il prétendait que Leibniz avait dû emprunter aux Anglais le principe de son calcul différentiel, comme Descartes avait pris, d'après lui, la géométrie analytique dans un ouvrage posthume de *Thomas Harriot*. Les termes même dont se sert Wallis font clairement voir que le sentiment national l'inspire autant que le souci de l'histoire. Il désire avant tout sauver le calcul des fluxions du déshonneur d'avoir été inventé à l'étranger.

Les polémiques soulevées par cet ouvrage amenèrent Wallis

1. La solution de Newton est contenue dans les *Phil. Trans.*, numéro 224, p. 384, Janvier 1697. Newton dit qu'il résolut le problème le jour même qu'il lui fut posé, mais ne donne pas de démonstration de la solution qu'il indique.

2. *Act. Erud.*, 1657, p. 201. Leibniz trouve l'équation différentielle de la cycloïde.

3. *Ibid.* 1657. p. 24,

4. V. *Principes*, L. I, S. 1.

à faire une publication complète, et, semble-t-il, assez impartiale, de la correspondance échangée jusque-là entre Newton et Leibniz. Cette publication se fit du commun accord des parties et sembla un instant éteindre les hostilités. Elles reprirent de plus belle le jour où le Genevois *Fatio*[1], obéissant à des rancunes anciennes contre Leibniz et piqué du ton méprisant dont celui-ci venait de l'éconduire, publia à Londres en 1699 un opuscule sur « la Ligne de plus courte Descente » où il faisait l'apologie de Newton et déniait d'une manière brutale tout droit d'inventeur aux géomètres allemands. « Le calcul infinitésimal, y disait-il, ne laisserait pas d'être tout ce qu'il est quand même Leibniz ne serait pas venu au monde. » A cette attaque violente, Leibniz répondit de la manière la plus mesurée, d'abord dans une lettre à l'Hôpital (7 Août 1699) puis dans un article au *Journal des Sçavans* (mai 1700). La polémique se prolongea quelque temps entre Leibniz et Fatio, jusqu'à ce que la rédaction du Journal refusât d'insérer une réponse de Fatio.

Leibniz, qui avait remporté ainsi une demi-victoire, se laissa aller à une démarche imprudente. En 1705, le *Journal des Sçavans* publia un rapport sans nom d'auteur sur les courbes du 3e ordre et les quadratures. Cet article émanait certainement de Leibniz lui-même. Il y était montré que la méthode des Anglais, loin d'être le modèle de la méthode leibnizienne, lui avait au contraire emprunté ses idées. Ce rapport fut très mal pris des géomètres amis de Newton qui y virent une attaque non seulement contre leur maître, mais contre l'école anglaise tout entière. De là le fameux article de *Keill*, professeur à l'Université d'Oxford, sur « les Lois des Forces Centrales » qui fut inséré en 1700 dans les *Philosophical Transactions* et ne contenait rien moins qu'une accusation directe de plagiat contre Leibniz.

C'est ici que s'ouvre la période aiguë du conflit. Cédant à un mouvement assez maladroit, Leibniz, au lieu de répondre dans le *Journal des Sçavans* qui était à sa dévotion, préfère s'adresser à la Société Royale dont il était membre ainsi que Keill. C'est une plainte en diffamation de collègue à collègue qu'il envoya en 1710 à *Hans Sloem*, secrétaire de la Société. Il ne

1. *Nicolas Fatio* de Duillier, résident suisse à Londres et membre de la Société Royale. Il avait eu déjà en 1690 une polémique avec Leibniz.

pouvait prévoir alors que la Societé Royale de Londres, composée d'amis et d'élèves de Newton, présidée par Newton lui-même, dût nommer une commission dont le jugement lui fût défavorable[1]. La conclusion du rapport publié par la commission était la suivante : « Pour ces motifs, nous tenons Newton comme l'inventeur véritable de la méthode, et sommes d'avis que *Keill*, en énonçant ce jugement, n'a nullement porté préjudice à Leibniz[2]. »

A partir de ce moment, Leibniz ne se crut tenu à aucune réserve. Le 25 juillet 1713, paraît encore sans nom d'auteur ni d'imprimeur une brochure très probablement composée par Leibniz où l'on explique que les lettres de Collins ne pouvaient suggérer la notation différentielle puisqu'elles ne la contenaient pas. Il est impossible, ajoutait-on, que Newton ne désavoue pas des partisans trop ardents dont mieux que personne il doit connaître la valeur. Bientôt Newton, qui jusqu'ici n'avait pas pris part ouvertement au conflit, se vit contraint d'entrer personnellement dans le débat. *John Chamberlyn*, historiographe du roi, avait en vain tenté de réconcilier les deux adversaires. Des lettres avaient été échangées, mais chaque partie y réservait ses droits. C'est alors qu'intervint le dernier incident de cette longue dispute. Newton, dont le caractère avait toujours été extrêmement susceptible et se trouvait maintenant aigri par les attaques, profita de l'occasion qui lui fut offerte par l'abbé *Conti* pour recommencer la publication d'un « Commercium Epistolicum ». Ce nouvel échange de lettres fut plus malheureux encore que les précédents. Les questions de personne étaient passées au premier rang et toute entente était devenue impossible. Rien d'essentiel ne fut révélé par cette correspondance assez confuse. Leibniz mourut, avant que la lutte fût éteinte, le 14 novembre 1716.

On voit qu'à aucun moment de cette longue polémique dont nous avons passé bien des détails sous silence[3], ne furent

1. La brochure publiée par la commission porte le titre : « Commercium Epistolicum D. Johannis Collins et Aliorum de Analysi promota, jussu Societatis regiæ in lucem editum. Londini 1712. » — Un exemplaire en fut envoyé à toutes les Universités ainsi qu'aux principales notabilités scientifiques et politiques.

2. Cf. Rosenberger. *op. cit.* p. 479.

3. Nous devons signaler, à cause de son ingéniosité, l'interprétation donnée

soulevées de questions de principe. Jamais le problème ne se posa de savoir si le calcul de Leibniz était vraiment *autre* que celui de Newton, si les idées de la philosophie leibnizienne donnaient au calcul différentiel une signification métaphysique qui ne pouvait avoir la méthode toute positive de Newton. C'est qu'il était impossible aux savants de cette époque de signaler, entre l'analyse des infiniment petits, telle que la pratiquait Newton, et la méthode des différences de Leibniz aucune opposition véritable. Ces deux méthodes étaient préparées de longue date par les travaux de Fermat, de Barrow et de Cavalieri. Elles répondaient aux besoins de la science, et l'on peut dire que sans Newton et Leibniz elles se seraient lentement constituées d'elles-mêmes. Il est facile de comprendre que les contemporains, familiarisés depuis longtemps avec l'idée des infiniment petits, mais incapables d'établir des nuances dans l'appréciation de leur rôle véritable, aient songé à traiter sur le même pied le calcul de Leibniz et celui de Newton. Lorsqu'une science est à ses débuts, toutes les voies par lesquelles on l'aborde paraissent se ressembler. Les différences de point de vue n'éclatent que plus tard, et c'est plus tard aussi qu'on voit l'originalité de méthodes primitivement confondues.

Aujourd'hui il nous est plus facile d'analyser ce qu'on mélangeait alors. Le point qui nous intéresse le plus n'est pas de savoir lequel des deux, Leibniz ou Newton, a inventé le premier, à l'exclusion de l'autre, le calcul infinitésimal. Un semblable problème est dénué de sens. La question de priorité doit

par *Cantor* du conflit de Newton et de Leibniz. C'est à des incidents politiques et à des raisons diplomatiques que Cantor rapporte l'origine et la durée de ce conflit. Newton, représentant des tories, et Leibniz, le conseiller des whigs, l'ami du prétendant au trône, auraient passé d'inimitiés politiques à des rivalités d'ordre scientifique. Nous avons montré que les jalousies nationales ont grandement servi à attiser la dispute. Mais nous ne pouvons croire que les motifs politiques aient été déterminants. D'abord le caractère de Newton, concentré vers les objets scientifiques, ne lui permettait pas de se jeter ouvertement dans l'action politique. Newton est resté toute sa vie un conservateur à outrance, mais il ne semble pas qu'il eût de gaîté de cœur soutenu pour des raisons politiques une lutte de vingt ans. De plus les écrits contemporains nous dépeignent tous le conflit comme purement scientifique, et si l'on récuse à cet égard le témoignage des amis de Newton ou de Leibniz, on acceptera celui de Français comme *Fontenelle* ou *Rémond de Montmort* (V. Lettre de Montmort à Taylor du 18 décembre 1718).

Cf. Cantor, *Gesch. d. Math.* T. III, p. 61-63.

se résoudre, comme l'histoire nous l'enseigne, par une transaction. Ce qu'il est intéressant de connaître, ce sont les orientations respectives que Leibniz et Newton ont données à certaines branches de calcul. L'empreinte qu'ils ont mise chacun à telle ou telle partie des mathématiques porte en effet, nous allons le voir, la marque distinctive de leur esprit.

L'idée de la continuité est commune à Newton et à Leibniz, mais ils l'interprètent de façon bien différente. Pour Leibniz, le principe de continuité est un principe logique, nécessaire à la compréhension des choses, et qui se justifie *a priori*. On doit l'énoncer de la façon suivante : si deux idées sont suffisamment voisines, les conséquences qu'on déduira de ces idées seront également voisines. A côté de cette forme logique, le principe de continuité peut recevoir une forme mathématique : *datis ordinatis etiam quæsita sunt ordinata*, c'est-à-dire que la classification des données entraîne une classification parallèle des conclusions. Il semble même que pour Leibniz la forme mathématique soit celle qui donne de la continuité l'expression la plus rigoureuse. Si par exemple l'idée d'une parabole est voisine de celle d'une ellipse, il faut que les propriétés de la parabole se rapprochent aussi de celles de l'ellipse[1]. D'une façon générale, si deux problèmes peuvent se rattacher l'un à l'autre par une chaîne de problèmes intermédiaires, il faut aussi que leurs solutions se ramènent l'une à l'autre par des solutions intermédiaires. Il y a là une nécessité rationnelle, dont la métaphysique sait rendre compte. Nos perceptions sont continues, et si le principe de continuité nous semble une loi générale de la nature, c'est parce qu'il répond objectivement à notre structure intime. Revêtons maintenant nos perceptions d'un langage adéquat à notre pensée, c'est-à-dire d'une expression mathématique. La continuité sera nécessairement de l'essence de ce langage. La variation lente des lettres connues entraînera dans nos formules une variation insensible des inconnues, parce qu'une conclusion subit toujours des changements proportionnés à ceux des prémisses. Alors les équations algébriques seront continues par définition. Leurs racines ne pourront apparaître ou disparaître que par degrés, puisque nous ne

1. Cf. Lettres au P. des Bosses.

pouvons concevoir de notion qui soit entièrement isolée de toutes les autres. Le passage des suites limitées aux séries infinies, des différences aux différentielles, des sommes aux intégrales, devient une démarche naturelle de la raison qui se trouve justifiée par la raison même. En ce sens la continuité leibnizienne était, par son caractère abstrait, surtout applicable à l'algèbre. En faisant du calcul des différentielles un cas particulier du calcul des différences, Leibniz posait *a priori* la continuité algébrique. C'est cette idée qui devait bientôt ouvrir la voie au calcul des dérivées partielles et à la théorie moderne des fonctions.

La continuité géométrique ne ressortait pas directement des principes de Leibniz. Assurément elle pouvait se déduire des propositions de sa métaphysique, puisque l'étendue est une forme sensible de ce que l'entendement perçoit rationnellement. Mais c'est là une voie indirecte qui ne pouvait suffire aux géomètres purs, à ceux que laissait indifférents la métaphysique leibnizienne. Pour ceux-là les théories de Newton donnaient plus de lumière. La continuité, telle que la conçoit Newton, est un fait, plutôt qu'un principe. C'est une particularité de la nature que l'esprit humain n'a pas constatée tout d'abord, mais que, sitôt qu'il l'a observée, il a dû tenter de réduire en nombres. Comme les nombres entiers sont les premiers résultats de nos réflexions sur les grandeurs discontinues, la continuité mathématique est aussi l'expression d'un fait observé. L'expérience, ou la nature, nous enseigne chaque jour que d'une courbe à une courbe voisine il est une infinité de passages. Entre deux angles quelconques nous pouvons encore insérer une série d'angles intermédiaires, toujours plus grands les uns que les autres, car la nature ne connaît point de bornes[1]. L'expérience à la vérité ne nous présente jamais tous les intermédiaires réunis. Mais il suffit que dans des cas différents elle nous en fasse connaître un grand nombre, pour que l'analogie nous invite à en admettre partout. Il suffit par exemple de faire quelques observations suivies sur un phénomène, de construire en fonction d'une variable quelques grandeurs « corrélatives » pour voir l'ensemble des observations se coordonner sur une

1. Comp. *Principes*, L. I, S. 1, Scholie.

courbe continue. Ainsi la continuité physique nous est révélée d'abord par nos diagrammes. De là nous nous élevons à la continuité géométrique, plus tard seulement à la continuité logique. La comparaison algébrique des nombres ne donne qu'une continuité abstraite, puisque la continuité véritable tire son origine du mouvement. Les aires successives décrites par le mobile, les distances parcourues par la masse qui tombe, s'ajoutent comme des flux réguliers. L'allure des formules algébriques qui traduisent nos observations, participe de la même régularité. Mais cette propriété de calcul ne s'impose pas comme une loi de l'esprit, elle résulte d'innombrables rapprochements entre les données de l'expérience.

On comprend alors que Newton donne une forme géométrique et quasi-concrète au principe de continuité. Lorsque les conditions expérimentales varient un peu, la courbe des observations se déplacera un peu également. Si par exemple le mouvement d'un projectile dans un milieu dépourvu de résistance se fait suivant une hyperbole, il faut que dans un milieu très peu résistant, quelle que soit d'ailleurs la loi de son action, la trajectoire, dans ses parties observables, se rapproche sensiblement de l'hyperbole[1]. De même l'aire décrite par un mobile ne variera pas d'une façon brusque lorsque la trajectoire se déforme lentement, car l'expérience ne présente nulle part de lacune observable. La continuité mathématique résulte donc non de ce que nos idées s'imposent à la nature, mais du fait que nos systèmes de signes ont dû se plier aux observations. C'est pour cela que Newton fait appel à la continuité surtout dans les problèmes graphiques. De là l'importance qu'il attache aux quadratures géométriques ; de là l'usage des interpolations, qui reproduisent la continuité réalisée dans la nature. En entrant dans cette voie, Newton rendait possible la création d'une Géométrie Infinitésimale. Pour lui la continuité ne se

1. V. *Principes*, L. II, S. 2, Prop. X. Scholie. « Cette ligne (trajectoire dans un milieu résistant) est donc du genre hyperbolique, mais c'est une espèce d'hyperbole qui est plus éloignée des asymptotes vers le sommet et qui dans les parties très éloignées s'en rapproche davantage que les hyperboles dont j'ai parlé ici. Mais cependant la différence qui est entre elles n'est pas assez grande pour qu'elles ne puissent pas être prises les unes pour les autres sans inconvénient dans la pratique. Et peut-être sont-elles plus utiles que les hyperboles décrites avec plus de soins et plus composées. »

conçoit pas algébriquement et *a priori*. La cohésion d'une figure dans ses différentes parties, cohésion accessible à nos calculs parce qu'elle est vérifiable par nos sens, est la forme vraie du continu mathématique. Si Leibniz, par des notations conventionnelles, a favorisé considérablement l'essor du calcul intégral, les procédés graphiques de Newton ont été surtout utiles dans l'étude des courbes algébriques et dans la géométrie des infiniment petits. La méthode de Puiseux, qui est inséparable des découvertes de Riemann, a son fondement dans une construction indiquée par Newton[1].

Leibniz, semble-t-il, avait saisi la différence profonde qui le sépare de Newton, lorsqu'il écrivait au mois d'avril 1716 à l'abbé Conti, pour revendiquer la priorité du *Calcul des Différences* vis-à-vis de la méthode de Newton qui est celle de la *Fluxion des Lignes*. La voie que j'ai suivie, dit-il, est plus *analytique*, tandis que celle de Newton est plus voisine des considérations concrètes. Et ailleurs il reproche à Newton de trop particulariser ses solutions en leur imposant une forme figurée, au lieu que sa propre méthode est à la fois plus simple et plus universelle[3]. On conçoit en effet que Leibniz, parti des notions de caractéristique universelle et d'Analyse combinatoire pour arriver à un calcul général des idées humaines, ait trouvé modeste et particulière la méthode de Newton. Il aspirait à donner un système complet de toutes nos perceptions, et le point de vue métaphysique se mêlait étroitement chez lui au point de vue proprement mathématique. Procédant d'une façon toute différente, Newton ne séparait pas les considérations infinitésimales des données physiques ou cinématiques qui

1. V. *Picard*, Traité d'Analyse, T. II, p. 348.

2. *Epist. Leibnitii ad abb. Conti*, p. 396-7. « Ad hunc calculum perveni, non per linearum Fluxiones, sed per numerorum differentias, animadvertans tandem quod hæ differentiæ applicatæ quantitatibus perpetuo crescentibus evanescunt relative ad quantitates differentes, quanquam supersunt in seriebus numerorum. Et hanc viam magis analyticam existimo. Cum geometricus differentiarum calculus, qui idem est ac calculus Fluxionum, sit casus peculiaris calculi analytici Differentiarum in genere, qui casus peculiaris commodior fit ad differentias evanescentes. »

3. *Lettre de Tschirnhaus à Oldenburg*, 1 septembre 1679 « ... Non obstante quod existimem, ad quantitatem quamvis ad infinitam seriem æquipollentem reducendam, fundamenta adhuc dari et simpliciora et universaliora... » — Dans sa deuxième lettre à Oldenburg, Newton se défend de cette critique (Cf. Ed. Castillon, f. 339).

servent à les interpréter. Les idées de temps et de vitesse, de force et d'accélération, jouent un rôle essentiel dans l'application de la méthode des fluxions. En faisant appel à ces idées concrètes, Newton ne croyait pas particulariser sa méthode, il pensait la ramener à ses vraies origines et à son véritable emploi. D'après lui, les données continues de la mécanique sont la seule source de notre idée de continuité[1]. Si l'on s'en tient comme Leibniz à la logique, voire même à une Arithmétique abstraite, on pourra bien parler d'une continuité fictive, conçue *a priori* comme un axiome métaphysique. Tandis qu'en faisant intervenir dès le début, dans les signes et dans les règles du calcul, une interprétation tirée du mouvement des corps, on est fidèle à la fois à l'instinct mathématique qui est avant tout un instinct de mesure, et à l'instinct physique ou mécanique, qui exige toujours la possibilité d'un contrôle.

1. C'est en partant de là que Newton a été amené à réintégrer dans la géométrie cartésienne les constructions « mécaniques » des courbes. L'équation algébrique d'une courbe ne donne qu'une idée imparfaite de sa continuité. C'est en la décrivant par un mouvement convenable qu'on mettra cette continuité en évidence. Newton, en cherchant pour les coniques des descriptions mécaniques continues, a été conduit à des méthodes originales de transformation des courbes. Il découvrit de la sorte l'homologie et peut-être l'homographie. — V. par exemple *Principes*, L. I. S. 4, Lemme XXI et Prop. XXII.

CHAPITRE IV

LES NOTIONS FONDAMENTALES DE LA MÉCANIQUE

Les Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle contiennent toute la mécanique de Newton. C'est l'ouvrage qui est aujourd'hui encore à la base de la mécanique rationnelle, et l'on peut dire que tous les progrès faits par cette science depuis deux siècles ont été accomplis dans la voie indiquée par Newton. Mais aux yeux de Newton lui-même, ce n'était pas la dynamique seule, c'était la physique tout entière qui devait se ranger sous ses Principes Mathématiques. Les lois de l'équilibre et du mouvement ne sont pas le seul cas d'application de sa méthode. L'optique, l'élasticité, l'acoustique, la théorie du frottement, celle des marées, celle des courants fluides ou visqueux peuvent se traiter par les principes du calcul aussi bien que la Cinématique ou la Statique. Ainsi la portée de l'ouvrage de Newton est aussi étendue que le titre l'indique. C'est bien la « philosophie naturelle » c'est-à-dire l'ensemble des sciences physiques, que Newton prétend constituer. Il se peut qu'au cours de son livre il consacre plus de développements à certains cas d'un intérêt tout particulier : la gravitation universelle, la théorie des marées, les lois du mouvement des solides dans un milieu résistant, tels sont les points qui sont traités avec le plus de détail. Mais ce ne sont pas les seuls qui soient mis en lumière. Au contraire on sent partout chez Newton le juste sentiment de la portée que peuvent avoir ses propositions. Il lui arrive fréquemment de faire ressortir l'analogie d'un problème mécanique et d'un problème physique, comme par exemple du problème de trois corps et de celui des mouvements de la mer. En ce sens on peut dire avec exactitude que les *Principes de la Philosophie*

Naturelle sont le premier traité de Physique Mathématique.

Il n'y a pas d'exemple avant Newton de phénomène physique nettement expliqué par une théorie mathématique complète. Si nous exceptons quelques travaux de Galilée sur les machines simples[1] et quelques formules d'Archimède relatives à l'hydrostatique, il n'est pas excessif de dire que la physique du XVII[e] siècle ne possédait aucune formule rigoureuse. Sous l'influence des recherches de Descartes, mais surtout grâce aux belles expériences de Pascal, on s'acheminait lentement vers un système de déterminations numériques d'où des relations fécondes devaient sortir. Newton est le premier qui ait fait passer en pratique l'idée d'une physique démonstrative. Pour lui le Calcul infinitésimal rend possible ce qui restait chez ses prédécesseurs à l'état d'indication idéale : l'assimilation des grandeurs physiques aux grandeurs géométriques et l'application aux symboles qui représentent les premières des modes opératoires admis pour les secondes. C'est en Mécanique pure certainement que cette assimilation est le plus facile. Mais la nature n'admet point de barrière entre la mécanique des corps solides, la déformation des milieux élastiques et la fluidité des systèmes gazeux. Pareillement l'application du calcul ne se limitera point à l'étude des corps ou des corpuscules compacts. Les procédés qui servent à donner une idée des propriétés de la matière réussissent partout. Tout ce qui dans la nature est susceptible d'apparaître comme quantité peut être réduit en expression mathématique. La Physique Mathématique, loin d'être un chapitre de la Mécanique rationnelle, la renferme comme cas particulier.

Les *Principes* se présentent comme un ouvrage d'une composition entièrement mathématique. Ils sont divisés en trois livres, et chaque livre comprend, avec des définitions et des axiomes, une série de Lemmes, de Propositions et de Corollaires se suivant d'une façon démonstrative. On reconnaît là les longues chaînes de raisons qui caractérisent la méthode euclidienne et que Descartes avait imitées dans les *Principes de la Philosophie*. Faut-il en conclure que Newton obéisse à une

1. Surtout le levier, le moufle, la poulie. Galilée donne aussi la théorie exacte d'un appareil qu'il nomme « bilanciotto » et qui est une sorte de balance hydrostatique.

inspiration semblable à celle qui poussait Descartes, et qu'il croie ne pouvoir présenter de vérités certaines si elles ne revêtent une forme géométrique ? L'œuvre de Newton est-elle déductive comme le système de Descartes, est-elle au contraire indépendante de la forme qui la recouvre, expérimentale dans son essence et mathématique seulement par accident ?

Afin de répondre à cette question, il faut remarquer que la première édition des *Principes* date de 1687 et qu'avant cette époque Newton s'était déjà fait connaître comme physicien et comme expérimentateur. Son invention du télescope de réflexion et la communication qu'il fit à la Société royale de Londres des premiers résultats sur la dispersion datent de l'année 1672. L'une et l'autre de ces découvertes avaient soulevé d'ardentes polémiques. Malgré la sûreté de sa méthode et la prudence de ses affirmations, Newton s'était vu entraîner dans des débats très vifs, souvent plus passionnés que précis. D'un caractère naturellement inquiet et d'une sensibilité aisément irritable, Newton, qui était sorti vainqueur de ces luttes, en avait gardé un sentiment d'aversion dont il ne se débarrassa jamais. Les polémiques personnelles, qui pourtant ne devaient épargner ni son astronomie, ni son optique, ni son calcul des fluxions, lui semblaient horriblement pénibles. L'expérience lui avait fait voir bien vite que l'accumulation des résultats concordants ne suffit pas à persuader toujours. L'aveuglement, les préjugés, le souci des théories admises sont des causes profondes de mésintelligence que l'évidence d'une expérience délicate ne suffit pas toujours à lever. En vain Newton répondait à ses critiques : refaites les expériences et vous serez convaincus vous aussi. Les expériences étaient refaites dans des conditions légèrement différentes, et les résultats demeuraient discordants. C'est alors que Newton, pour couper dans la racine toute possibilité de dispute stérile, se décida, mais se décida malgré lui, à revêtir désormais toutes ses publications d'une forme strictement mathématique. Les *Principes*, dès la première édition, furent écrits sur le modèle d'Euclide. L'*Optique*, dans ses éditions successives[1] devient de plus en plus géométrique. De cette façon Newton se donnait l'avantage d'éliminer à priori toutes

1. 1704, 1717.

les objections vagues portant sur des points de détail pour ne laisser place qu'à une critique serrée des arguments et des calculs.

Ce serait pourtant une erreur de croire que la forme mathématique semblât à Newton la meilleure en soi. S'il avait pu s'en dispenser, il est vraisemblable qu'il l'eût fait, comme on en peut juger par la fréquence et la longueur de ses Scholies. Les Scholies des *Principes* sont comme des points d'arrêt dans la suite des déductions mathématiques. L'auteur, las de rester sur le terrain de l'abstraction, y passe à la pratique en donnant soit des exemples, soit des analogies qui illustrent sa pensée. Parfois même il est montré dans les Scholies par quelle voie historique Newton s'est élevé à telle ou telle proposition, que la nécessité d'un enchaînement parfait l'a obligé d'exposer à son rang logique. D'autres fois il met en lumière les relations qui existent entre le théorème général qu'on vient de démontrer et certains cas particuliers où il a été établi précédemment.[1] Enfin il arrive que Newton consacre des Scholies à une justification de son mode de calcul et de sa terminologie mathématique.[2] De toutes façons on peut dire que les Scholies renferment une bonne part de la physique de Newton et qu'on y trouve les vues les plus hardies de sa Mécanique céleste.

Dans l'*Optique* de 1704 les Scholies ne suffisent plus. Newton se voit obligé d'intercaler dans la série de ses théorèmes des « Expériences » (experimenta) qui sont les prémisses nécessaires des arguments suivants. On voit que les goûts de Newton l'auraient porté de préférence vers un mode d'exposition qui fût plus souple et plus accessible. S'il a choisi l'appareil mathématique, ce n'est point par scrupule de rigueur, ou parce qu'il croyait impossible de trouver ailleurs une explication satisfaisante. L'esprit du physicien était trop développé chez lui pour qu'il plaçât la clarté sensible au-dessous de la précision géométrique.

Descartes, comme Spinoza, attachait aux démonstrations mathématiques une vertu particulière. Il est impossible d'arri-

1. V. par exemple les Scholies des Probl. IV et V (Prop. IV et X) du L. I.

2. C'est le cas du Scholie du L. I, sur la méthode des premières et dernières raisons, p. 46 sqq.

ver, pensait-t-il, à une intuition vraiment infaillible, si l'on ne soumet pas la raison humaine à une discipline syllogistique et à un formalisme mental. Il existe une méthode et une seule de se représenter les choses dans l'ordre où elles existent, c'est de les rattacher les unes aux autres par une nécessité géométrique. De là les démonstrations de la métaphysique cartésienne et les théorèmes célèbres de l'*Éthique*. Newton est loin de ces arrière-pensées. Pour lui, comme nous allons le voir, la nature est un ensemble complexe qu'on peut aborder de différents côtés. Il n'existe pas une déduction et une seule qui permette de construire l'univers. Le rôle des mathématiques n'est pas un rôle créateur. Elles doivent se contenter d'enregistrer d'une manière commode des correspondances qui échapperaient autrement. Leur rôle n'est vraiment essentiel que lorsqu'il s'agit de faire état d'une donnée pour en découvir d'autres par l'expérience. Là elles permettent de ramener une recherche à ce qu'elle comporte d'indispensable et suppriment les intermédiaires. Si par exemple je veux démontrer que les planètes s'attirent en raison inverse du carré de leurs distances, le calcul apprend qu'il reviendra au même d'observer à l'aide du télescope si elles se meuvent sur des trajectoires elliptiques. Le calcul sert donc de passage entre le fait observé et la conclusion permise. Cette conclusion pourrait peut-être s'obtenir directement par la voie expérimentale. Mais si l'on veut éviter les objections stériles, il vaut mieux procéder par voie indirecte et substituer les mathématiques à l'expérience. La géométrie n'est pas une fin que l'expérimentateur propose à ses recherches, une expression définitive donnant prise sur la vérité absolue. C'est un moyen de persuader les incrédules par un langage plus clair que les faits.

Il est impossible de lire le début des *Principes* sans être frappé de la gêne qu'éprouve Newton à poser ses Définitions et ses Axiomes. Ce n'est pas qu'il s'agisse d'idées confuses. Newton n'énonce que des Définitions nettes et ses Axiomes n'ont rien d'arbitraire. Mais l'ordre systématique où il les range a quelque chose de factice. On sent que les notions primordiales[1] mises par lui à la base des sciences physiques ne peuvent

1. *Principes*, Ed. Castillon, L. I, p. 1-16.

s'établir déductivement et qu'en même temps elles sont incompréhensibles sans les Lois énoncées un peu plus loin [1]. Si l'ordre et la connexion des choses étaient les mêmes que l'ordre et la connexion de nos idées, les définitions de Newton ne seraient pas acceptables, parce qu'elles ne forment pas une série linéaire. La définition de la force, celle du mouvement, celle de l'espace sont solidaires l'une de l'autre et il est impossible de dire laquelle des trois donne logiquement naissance aux deux autres. De même, le principe d'inertie, le principe de l'égalité de l'action et de la réaction, le principe de Newton, sont inséparables les uns des autres. Ils servent à comprendre les définitions précédentes en même temps qu'ils se justifient par elles. Ainsi il faut admettre dès l'abord que la suite réelle des idées n'est pas rendue exactement par l'ordre mathématique dont se sert Newton. La liaison véritable des concepts est ici une dépendance mutuelle. Toutes les notions qu'on rencontre au début des *Principes* forment un système, mais la valeur de ce système ne vient pas de ce qu'il offre une apparence déductive, elle vient de ce qu'il forme un groupe coordonné dont les éléments se conditionnent les uns les autres. Montrons d'abord le rôle qu'assignait Newton aux Définitions mécaniques analogues aux Définitions de la géométrie euclidienne. De là nous passerons aux Axiomes ou Lois du mouvement, qui éclairciront en retour les définitions posées.

Il est nécessaire de mettre à la base de la Physique Mathématique des définitions rigoureuses. Cela résulte du programme même que Newton s'est tracé. L'esprit de sa méthode est facile à saisir dès le début des *Principes* et déjà dans la préface écrite par Newton en 1686. « Toute la difficulté de la Philosophie, dit-il, paraît consister à trouver les forces qu'emploie la nature par les phénomènes de mouvement que nous connaissons, et à démontrer par là ensuite les autres phénomènes. C'est l'objet qu'on a en vue dans les propositions générales du Ier et du IIe livre, et on en donne un exemple dans le IIIe, en expliquant le système de l'univers. Car on y détermine par les propositions mathématiques démontrées dans les deux premiers livres les forces avec lesquelles les corps tendent vers le soleil et les

1. *Ibid*. p. 17 sqq.

planètes. Après quoi, à l'aide des mêmes propositions mathématiques, on déduit de ces forces les mouvements des planètes, des comètes, de la lune et de la mer[1] ».

La méthode de Newton va donc être mixte. Il est loin de croire qu'un procédé synthétique, analogue à celui de la physique cartésienne, suffise à constituer toute la science. Une pareille conception pouvait se justifier à l'époque d'Aristote où le monde réel était divisé en genres correspondant aux catégories de notre esprit. Alors on peut comprendre qu'un petit nombre de définitions absolues contiennent en puissance tout le savoir humain. Il suffira d'appliquer une logique rigoureuse à la classification des formes pour faire la synthèse du réel.

Déjà Descartes est moins excusable d'avoir voulu constituer une hiérarchie de phénomènes sur le seul fondement de quelques définitions premières. Il devait comprendre que la variété de la nature dépasse de beaucoup la sphère de nos prévisions et qu'à aucun moment nous ne pouvons prétendre à un système de définitions assez vaste pour embrasser tout le possible. Les découvertes physiques, géométriques, astronomiques, presque contemporaines des écrits de Descartes et pourtant incompatibles avec eux sont une preuve que le cadre de ses *Principes* était trop étroit. Les notions de « mouvement », de « choc », de « quantité d'action », qui sont à la base des *Météores* devaient céder la place aux idées nouvelles de force vive, d'inertie et de travail. Celles-ci à leur tour se modifieront bientôt, et Newton bien qu'il en fasse usage, ne leur attribue pas une valeur absolue.

Pour lui, la partie synthétique de la science, celle qui déduit des définitions admises la suite des vérités qu'elles renferment, n'est ni la seule, ni la plus importante. Elle doit toujours être précédée de recherches analytiques, qui aboutissent justement aux définitions. Prenons par exemple la notion de moment, telle qu'elle intervient au début de la théorie de l'équilibre des corps solides. Cette notion ne doit pas être envisagée à la manière cartésienne comme une définition légitime en soi, parce qu'elle est claire et distincte, et applicable aux choses parce qu'elle est a priori. Ceci ne saurait expliquer ni pourquoi

1. *Princ.* Préface de 1686, p. XVI.

elle est féconde, ni pourquoi elle est limitée. Car on ne voit pas qu'une définition rationnelle puisse être le point de départ d'une synthèse d'abord exacte, puis seulement approchée, finalement tout à fait insuffisante. C'est le cas pour la notion de moment, celle d'action mutuelle, celle de quantité de mouvement. Valables dans certains cas simples, elles ne répondent plus aux faits sous des conditions plus compliquées. Il faut donc qu'en même temps qu'on les applique on se rende compte de leur portée. Ceci exige qu'on en recherche l'origine concrète. On verra alors que la définition des moments, loin de traduire une conception a priori, résume une série d'observations relatives au levier, à la balance, à l'équilibre des corps flottants ; la définition des quantités de mouvement est aussi l'expression condensée de nos observations sur le choc des balles ou sur l'effet des projectiles ; l'action des corps est une expression vague qui répond en fait à la répartition de l'énergie dans certains systèmes à liaisons complètes, par exemple dans les machines simples. Toutes ces notions élémentaires, tirées d'observations déterminées, ne peuvent s'utiliser dans tous les cas. Il est vrai qu'on peut les étendre à des exemples assez différents, et c'est précisément cette extension qui rend la mécanique possible comme science. Mais en même temps qu'on les élargit par l'induction on relâche le lien qui les rattache aux faits, et on se rapproche de la limite où les phénomènes seront assez nouveaux pour nécessiter l'emploi de notions nouvelles.

Le domaine propre de la Mécanique est cette région intermédiaire, où après avoir dégagé par l'analyse certaines définitions utiles, on en fait l'extension synthétique à des cas imprévus. Pour employer le langage de Newton, nous dirons que la Mécanique rationnelle consiste à trouver les forces qu'emploie la nature par les phénomènes du mouvement que nous connaissons. Ces forces ou causes une fois trouvées nous en déduisons des mouvements nouveaux, qui seront comme les premiers des cas particuliers d'une règle générale. Si cette généralisation n'était pas possible, si les forces tirées de l'étude de certains cas n'étaient applicables à aucun cas analogue, il serait bien inutile de les avoir dégagées. La recherche des causes pour les causes n'est pas l'objet véritable de la science. Newton

estime, à l'encontre de Descartes, que la connaissance des causes n'a qu'un intérêt pratique. Une fois énoncées en un langage précis et revêtues de définitions appropriées, elles rendent possible sans effort ultérieur l'explication de phénomènes nouveaux. Le but à poursuivre n'est donc pas l'explication correcte d'un fait isolé. Il ne suffit pas, par exemple, de savoir que le retard apporté au mouvement des projectiles est dû à la résistance de l'air. Ce qu'il importe de posséder ce sont des catégories de causes ou d'explications. Pour cela il est nécessaire que les causes reçoivent une définition mathématique. Elles gagnent ainsi une généralité analogue à celle de l'Algèbre comparée à l'Arithmétique. Il conviendra, pour suivre notre exemple, de dégager clairement l'idée de *résistance*, opposée à celle d'action directe, de lui imposer une définition nominale, et de vérifier si cette définition se confirme par les mesures. De même, la force appliquée à un corps est assurément la cause de son mouvement. Mais cette cause ne nous apprend rien si nous ne l'exprimons d'une manière précise. La définition générale de la force devra se tirer par induction de certains cas connus et il restera à examiner si cette définition facilite l'étude des cas inconnus. On voit que si la Mécanique de Newton commence par des définitions, celles-ci ne ressemblent en rien aux définitions d'Euclide ou aux définitions métaphysiques de Spinosa. Même si Newton ne s'était pas astreint à un mode d'exposition mathématique, l'esprit de sa méthode l'eût amené à poser quelques définitions primordiales. Seulement ces définitions ne sont pas la source a priori de toute vérité. Tirées par induction de quelques expériences simples, elles vont, une fois traduites dans le langage des nombres, donner la clef d'expériences plus complexes. Il suffira la plupart du temps de les appliquer au problème posé pour trouver les équations de ce dernier. Mais à raison même de leur fécondité dans la synthèse de la Philosophie Naturelle, il est nécessaire de leur donner au début un fondement inébranlable, en les justifiant par l'expérience.

Newton ne donne nulle part la définition du *corps solide* tel que l'étudie la mécanique. Il estime qu'il y a là une notion de bon sens qu'il suffit d'énoncer pour la faire comprendre. Est-ce à dire que l'idée de système invariable nous soit complètement suggérée par l'expérience et qu'il suffise de l'obser-

vation courante pour la dégager sous sa forme la plus pure ? Ce serait là, d'après Newton, un empirisme grossier et hâtif. Nous avons vu que les mathématiques emprunteront elles aussi leurs définitions à l'expérience et qu'il n'était pas jusqu'à la méthode des fluxions dont les artifices ne fussent calqués sur les lois de la nature. Mais en même temps nous avons ajouté que le symbolisme mathématique adjoignait aux idées de bon sens un élément capital, la possibilité de la mesure. Tandis que l'expérience ne fournit jamais que des grandeurs fluentes ou variables, le calcul invente des étalons, c'est-à-dire des unités invariables pouvant servir de terme de comparaison. Une transformation du même genre se produit au début de la mécanique rationnelle. Les corps que nos sens nous révèlent sont bien le type sur lequel est construit le corps solide idéal. Mais ici encore la science a besoin d'une fixité parfaite que la réalité ne fournit jamais.

Si nous voulons que les propriétés mécaniques restent comparables avec une certaine unité, il faut les rapporter à un corps schématique dont les propriétés soient invariables et qui puisse servir d'étalon. Le corps solide, indéformable, est un modèle de ce genre. Ses propriétés ne sont pas différentes en nature de celles que les corps concrets nous présentent. Mais il possède à un degré éminent la rigidité, l'inflexibilité, l'impénétrabilité qui ne se trouvent réalisées ailleurs que d'une façon imparfaite. L'abstraction intervient ici pour donner une forme rigoureuse à ce que le bon sens perçoit confusément. Le corps solide de la mécanique est une sorte de corps limite dont les solides naturels se rapprochent plus ou moins. Si nous enlevons à ces derniers toutes leurs propriétés élastiques, c'est-à-dire une partie de leurs propriétés réelles, nous aboutissons à une notion limite, qui est celle du corps indéformable. Remarquons que les propriétés physiques d'un objet ne peuvent s'exprimer en un langage précis que si elles sont absolues. La viscosité, l'élasticité, ne peuvent s'estimer que par rapport à la rigidité théorique. Comme le but de toute définition mathématique est de permettre un langage commode, on conçoit qu'on ait dû forcer l'expérience pour en tirer, par raison de continuité, une définition idéale.

Le même fait se produit au début de la Mécanique des

Fluides [1]. Ici encore le savant a affaire à une notion tirée du bon sens. Donner du *corps fluide* une définition réelle, c'est-à-dire une définition capable d'en suggérer l'idée à celui qui ne la possède pas, est une tâche inutile et peut-être impossible. Ce n'est point le rôle du physicien de créer des notions de toutes pièces en vue de les imposer à la réalité. Il doit au contraire s'inspirer de ce que chacun voit autour de soi. La fluidité est une caractéristique des corps qui est immédiatement accessible à nos sens. C'est une propriété susceptible de plus et de moins, et dont nous devinons vaguement qu'on peut la mesurer. La tâche du physicien est de déterminer un type ou modèle de fluidité auquel on pourra comparer tous les corps. Comme pour le cas du solide parfait, il se laissera guider tout d'abord par les notions vulgaires. Mais ces notions seront pour lui le moyen de passer à la limite. Il définira, en invoquant la continuité, un corps plus fluide que tous les corps naturels, ce sera le fluide parfait « Les corps fluides sont ceux qui cèdent à toute espèce de force qui agit sur eux, et qui se meuvent très facilement entre eux. » Un tel corps n'est jamais réalisé objectivement, pas plus qu'il n'existe autour de nous de corps qui résiste à la déformation d'une manière parfaite. Mais il suffit que dans l'un et l'autre exemple le cas idéal soit la limite vers laquelle tendent les cas réels pour qu'une comparaison utile soit possible. La définition du solide comme celle du fluide sont un premier effort tenté par Newton pour appliquer la précision mathématique aux phénomènes concrets. Si l'on veut rendre ces derniers mesurables, il est nécessaire de les traduire dans le langage des nombres. Une définition remplit son office, lorsqu'en rendant possible des mesures, elle reste fidèle à la fois à l'expérience et à l'analogie.

Le volume d'un corps, la surface qui le limite, les points dont il se compose sont autant de données familières dont la définition peut sembler inutile. L'esprit le plus simple est si accoutumé à ces notions banales qu'on voit difficilement ce qu'une définition pourrait apprendre de nouveau. De fait ce n'est pas le but de Newton de suggérer ces différentes notions à ceux qui ne les posséderaient pas. Mais il convient de se rendre compte

1. Cf. *Principes*, L. II, S. 5, p. 301.

de leur origine afin de voir ce que nous sacrifions de la réalité pour gagner le droit de nous servir des nombres. Le volume d'un corps est une propriété physique de tous points comparable aux autres propriétés physiques [1], comme la masse ou le poids spécifique. C'est une des erreurs de la théorie cartésienne d'avoir assigné un rôle à part aux propriétés de volume dans l'ensemble des propriétés corporelles. Cédant à un besoin de géométrie abstraite, Descartes avait fait de l'étendue l'essence même des corps matériels, les autres caractères sensibles étant pour lui des conséquences fatales des rapports de grandeur. On comprend alors que la mécanique géométrique l'ait seule préoccupé, et qu'il n'ait pu songer un instant à essayer l'application directe des mathématiques aux qualités sensibles, telles que la chaleur, la pesanteur, l'élasticité. Il eût cru en agissant de la sorte aller contre les principes du mécanisme.

Newton au contraire envisage l'espace occupé par les corps, leur volume et leur surface, comme des propriétés visuelles de ces corps, tout comme leur poids ou leur tension sont sensibles à notre appareil musculaire. L'introduction des mesures de volume doit donc être préparée par des définitions convenables, aussi bien qu'il faut définir la mesure des forces, celle des masses ou celle des vitesses. Ici encore la notion abstraite va se présenter comme une limite imposée aux données naturelles. Si nous voulons que la définition du volume nous conduise à des conclusions vérifiables, il est nécessaire et suffisant que ce volume soit déterminé idéalemement par des expériences différant fort peu des mesures réelles. Il convient donc d'envisager le corps comme limité par une couche de plus en plus ténue et d'appeler surface ou superficie de ce corps la limite vers laquelle tend cette couche lorsque son épaisseur décroît indéfiniment [2]. La contenance d'un vase est déterminée

1. On sait que cette idée a reçu une éclatante confirmation des théories thermodynamiques. Non seulement les formules fondamentales de la Thermodynamique permettent de comparer rigoureusement le volume à l'entropie, mais encore il a été possible, grâce au principe de Carnot, de définir une fonction de l'état du corps qu'on a désignée sous le nom de « volume généralisé. »

2. Cf. *Principes*, L. II, S. 12, Prop. LXXIII, Scholie, p. 205. « Les superficies que je suppose ici former un solide par leur assemblage ne sont pas des superficies purement mathématiques, ce sont des orbes dont l'épaisseur est si petite qu'on la peut regarder comme nulle, c'est-à-dire

de la sorte par une définition de tous points semblable à celle qui sert à déterminer la solidité ou la fluidité. Le volume, comme le poids, nous est révélé vaguement par nos sens et ne devient susceptible d'interprétation numérique que si on se fonde sur la continuité.

On peut faire un raisonnement analogue lorsqu'il s'agit d'établir la notion de point physique. Les centres vers lesquels tendent les corps, les points où sont appliqués les forces, les lieux où se produisent les rencontres de projectiles ne sont pas des points mathématiques. Ce sont toujours des espaces physiques, souvent très petits, parfois inappréciables. C'est encore le besoin d'appliquer au réel un mode de mesure au moins approché qui a amené les physiciens à substituer aux positions variables leurs limites abstraites. En agissant de la sorte ils n'ont fait autre chose qu'étendre aux phénomènes physiques le procédé qui avait déjà réussi dans le domaine mathématique. Il suffit que le point limite où nous supposons qu'une force s'applique soit à une distance inappréciable aux sens de tous les points de la zone d'application réelle pour que nous soyons sûrs à l'avance de n'admettre que des erreurs insensibles. Comme d'ailleurs la substitution d'un point géométrique à toute une région inconnue du corps facilite grandement les prévisions et les mesures, on peut dire que cette substitution est légitime. Les « petites lignes physiques » et les « parties linéaires du milieu[1] » sont de même des définitions limites permettant d'introduire le calcul dans la Philosophie Naturelle. La question ne se pose pas de savoir si de pareilles lignes ou de pareils éléments existent, pas plus qu'il n'y a lieu de se demander si les forces agissent en des points géométriques ou si les corps sont composés d'atomes. Il suffit d'admettre une fois pour toutes que ce sont là des définitions physiques, fondées sur des analogies réelles, et permettant l'emploi des mesures. Tant que le résultat des expériences, loin de contredire ces définitions, gagne au contraire par leur emploi en clarté et en cohésion,

les orbes évanouissants qui composent une sphère, lorsque leur nombre et leur ténuité sont augmentés à l'infini. J'entends de même par les points qui composent les lignes, les superficies et les solides, des particules de ces quantités dont l'étendue est si petite qu'on peut les négliger. »

1. Cf. *Principes*, L. II, S. 8, Prop. XIII, p. 405.

on peut dire qu'elles sont utiles. Il n'y aurait lieu de les réformer que le jour où le progrès des sciences montrerait entre la définition et la mesure un désaccord observable.

La définition de la *masse* est donnée par Newton dans la première page des *Principes*. Cette définition, malgré sa simplicité, est peut-être la plus importante de toutes, et il est intéressant de comparer l'idée que se faisait Newton de la masse matérielle avec l'idée qu'on admet aujourd'hui[1]. On verra que sur plus d'un point Newton a eu le pressentiment exact du rôle qui revient à la notion de masse.

Remarquons d'abord qu'avant lui Képler et Galilée s'étaient servis de cette idée, mais sans reconnaître les difficultés où peut conduire la comparaison des masses. De plus, ils confondaient trop souvent la masse et le poids, ne voyant dans la balance qu'un instrument de mesure des poids. Il est indiscutable que la notion de masse se présente sous un jour différent selon qu'on l'applique à un corps déterminé ou à la comparaison de corps hétérogènes. Prenons d'abord un corps bien homogène, un volume d'air par exemple à température constante. Cet air présentera des propriétés bien différentes selon qu'il remplit un récipient très grand ou qu'on le confine dans un espace très petit. Dans un cas sa tension est très faible, dans l'autre il peut acquérir une pression capable de surmonter la cohésion des solides. Ces différences d'état commencent par être perçues sous forme qualitative, et lorsque nous voulons en apprécier la valeur nous introduisons une notion quantitative, celle de *densité*. Il est extrêmement remarquable que l'idée de densité soit donnée par Newton comme une idée fondamentale, antérieure à celle de masse[2]. Cette idée n'a pas besoin d'être expliquée, Newton la considère comme claire par elle-même et il s'en sert pour définir les autres. Il est nécessaire de rappeler ici que la notion de densité venait de recevoir une illustration nouvelle par les célèbres expériences de *Boyle*. La compressibilité de l'air avait été étudiée par le savant anglais

1. Appell, *Traité de mécanique*, Ch. I et E. Picard « *Quelques réflexions sur la mécanique suivies d'une première leçon de Dynamique*, Paris, Gauthier-Villars, 1902.

2. V. *Rosenberger*, III. Theil, Der Inhalt der Principien der Naturlehre, p. 173.

entre certaines limites de température, et on conçoit que Newton, familiarisé avec les résultats de *Boyle*, ait admis l'idée de densité comme une notion primitive. Quoi qu'il en soit, la densité d'un gaz varie, à température donnée, selon le volume qu'il occupe, et cependant, le gaz restant le même, *quelque chose* doit demeurer constant. Cet élément constant, Newton l'appelle la « quantité de matière » du gaz. La « quantité de matière » ne tombe pas directement sous le sens, mais nous concevons vaguement ce que ce mot signifie. Pour faire de cette idée vague une idée scientifique, il faut d'abord en donner une définition quantitative, puis vérifier par des mesures que cette définition répond à la réalité. Or la quantité de matière augmente évidemment avec la densité d'une part, avec le volume de l'autre. L'idée la plus simple est de la définir comme proportionnelle à ces deux facteurs, et pour la commodité du calcul on peut la supposer égale à leur produit. Il reste à examiner par l'expérience si le produit de la densité par le volume est effectivement une constante physique, et c'est ce qui résulte, avec une approximation très grande, des expériences de *Boyle*. Alors la définition de Newton devient légitime. A une réalité qui reste invariable (l'air sur lequel on opère) nous avons fait correspondre un nombre invariable (la quantité ou masse de cet air). On vérifie de plus qu'en opérant sur des volumes différents d'un même gaz, pris sous les mêmes conditions de température et de pression, les constantes numériques qu'on leur fera correspondre seront différentes : elles seront doubles pour des volumes doubles, comme elles seraient doubles, à volume constant, pour des densités initiales doubles. L'idée du sens commun reçoit ainsi à la fois une confirmation et une extension. La quantité de matière, qui est une caractéristique d'un gaz donné, varie dans le sens prévu lorsque nous modifions les facteurs dont elle dépend. On peut dire que la *masse* d'un corps est un nombre constant attaché à ce corps, et qui va permettre la mesure précise des propriétés mécaniques du corps.

Si nous passons du cas d'un gaz homogène à celui de gaz de nature différente, nous pouvons étendre à chacun d'eux la définition précédente et trouver quelle est la quantité de matière, qui lui correspond. De même, si nous prenons des solides

comme la neige ou la poussière[1], il nous sera possible de leur appliquer la définition générale des masses. Mais en affectant ainsi chaque corps d'un coefficient qui lui est propre, nous avons rendu possible la comparaison de matières hétérogènes. Qu'il s'agisse du soufre, du fer ou de l'eau, les nombres qui mesurent la quantité de matière sont tous de même espèce. Les masses seraient-elles donc indifférentes à la nature particulière des corps ? Dénoteraient-elles une propriété commune aux objets qualitativement les plus disparates ? Voilà la question que Newton doit résoudre s'il veut donner à l'idée de masse toute sa généralité.

Remarquons que la définition des masses, telle qu'on l'a donnée tout à l'heure, repose sur une hypothèse. Nous avons admis que les masses étaient exactement égales au produit des densités par les volumes, alors que l'expérience nous apprend seulement qu'elles sont proportionnelles à ce produit. La difficulté n'apparaît pas si nous nous bornons à étudier les états successifs d'un même corps. Mais lorsque nous passons d'un corps à un autre, qu'est-ce qui nous assure que le coefficient de proportionnalité supprimé de nos formules ne prend pas une valeur différente ? Il se peut que ce coefficient soit caractéristique de la nature du corps et varie lorsque les propriétés physiques, chimiques, élastiques varient. Ce serait alors faire une série d'hypothèses peu naturelles et peu concordantes que de définir partout la masse d'une manière statique, comme le produit de la densité par le volume. Si l'on veut éviter la contradiction, ou pour le moins les incohérences, il faut vérifier scrupuleusement que toutes les définitions statiques de la masse sont compatibles entre elles. Pour cela il faut d'après Newton recourir à des expériences nouvelles et compléter les définitions statiques par des définitions dynamiques.

Avant d'expliquer la définition nouvelle que Newton va donner des masses, il convient d'insister sur le rapprochement qu'il fait entre les *Définitions* en général et les *Mesures*. Nous avons dit souvent que la philosophie naturelle avait pour but essentiel la constitution d'un système de mesures. C'est le besoin pratique de la mesure qui est à l'origine des sciences

1. *Principes*, L. I, Déf. I.

physiques comme il a servi d'aiguillon au développement des sciences mathématiques. La façon la plus simple de satisfaire à ce besoin eût été de constituer, dans chaque ordre de phénomènes, une unité particulière convenablement choisie, de réaliser cette unité au moyen d'un étalon commode, et de superposer, chaque fois qu'il est nécessaire, l'étalon ou un de ses sous-multiples à la grandeur qu'on veut évaluer. Cette façon de procéder serait la seule possible si les différents ordres de grandeurs que nous nous proposons d'évaluer étaient entièrement hétérogènes entre eux. Il faudrait alors évidemment une unité de longueur pour évaluer les longueurs, une unité de surface pour évaluer les surfaces, une unité de masse, une unité de temps, pour évaluer les masses et les temps, etc. C'est probablement la première idée qui soit venue à l'esprit de l'homme d'employer ainsi dans chaque cas spécial une unité de mesure spéciale. Mais l'observation des lois de la nature n'a pas tardé à lui faire voir qu'il était possible de rapprocher l'un de l'autre certains ordres de phénomènes. Par exemple il s'est aperçu bien vite que la surface d'un carré ne restait pas invariable lorsque le côté changeait de longueur, qu'elle se modifiait suivant une fonction simple des modifications subies par le côté, et qu'on pouvait admettre très exactement la loi de proportionnalité à la seconde puissance du côté. De même il a été reconnu de bonne heure que les nombres dont on se sert pour mesurer les volumes sont mathématiquement proportionnels aux cubes des dimensions linéaires. Plus tard d'autres relations furent découvertes entre la longueur des courbes, l'aire qu'elles enferment, la courbure qu'elles affectent, et la longueur de quelques lignes simples telles que les ordonnées et les abscisses. De là l'idée qu'il était inutile d'introduire des unités spéciales de surface, de volume, de courbure, etc. On admit qu'il était plus simple de regarder les unités correspondantes comme des unités dérivées et de rechercher par des lois mathématiques à exprimer leurs relations avec l'unité de longueur, qui seule est fondamentale. De la sorte la mesure directe de quantités difficilement accessibles a pu se remplacer par une mesure indirecte, celle des longueurs fondamentales en fonction desquelles s'exprime la quantité qu'on désire mesurer. Mais ceci n'a pu se faire que grâce aux définitions géométriques. C'est parce

que la géométrie est arrivée peu à peu à ramener à des définitions simples la construction des aires, le tracé des courbes, la genèse des surfaces et des volumes, qu'il a été possible de se fonder sur des relations établies *a priori* pour éviter une foule de mesures pénibles. Au lieu d'être obligé de recourir sans cesse à des unités indépendantes et peu maniables, on arrive à évaluer une aire ou un volume par un petit nombre de déterminations linéaires.

Un effet du même genre se produit en physique. Là les objets que l'on rencontre sont d'une hétérogénéité encore plus grande. Les quantités de chaleur ou de lumière, les pressions, les tensions, les densités, sont autant de réalités irréductibles qui semblent exiger pour leur mesure des unités elles aussi irréductibles. Le degré, qui sert à la mesure des températures, la toise, qui sert à la mesure des distances, le grain, qui sert à la mesure des forces, sont autant d'étalons bien distincts, entre lesquels nos sens ne peuvent établir de rapport. Mais ce que les mathématiques ont fait *a priori*, les sciences de la nature ont pu peu à peu le tirer du progrès des observations. Elles aussi ont découvert entre des quantités en apparence incomparables des relations sinon déductives du moins expérimentalement certaines. C'est ainsi que le principe d'Archimède établit une relation homogène entre des nombres qui représentent des réalités d'aspect bien différent, un poids, un volume, une poussée verticale. C'est ainsi encore que les lois de Boyle, contemporaines du temps où écrivait Newton, établissent un rapport numérique entre des volumes et des poids spécifiques. Plus tard la science découvrira des relations que Newton ne pouvait soupçonner entre un travail et une quantité de chaleur (principe de l'équivalence), entre une intensité de courant et un flux magnétique (loi de Laplace), entre une masse matérielle et une masse électrique (lois de l'électrolyse). Ces exemples font voir que la signification d'une loi physique est toujours la suivante : elle permet la définition indirecte d'une quantité qu'il serait malaisé d'évaluer directement. Si par exemple nous avons à mesurer la quantité totale d'électricité qui a traversé un voltamètre, il suffira d'une mesure indirecte, celle d'un volume, ou mieux celle d'un poids. De même la quantité de chaleur dégagée par un frottement, par un changement d'état ou une



combinaison chimique pourra s'évaluer indirectement si l'on se rapporte à sa définition telle qu'elle résulte des lois chimiques, thermochimiques ou thermodynamiques. En somme tous les principes généraux de la physique ou de la philosophie naturelle sont autant d'équations mathématiques entre des grandeurs concrètes hétérogènes. Il suit de là que le choix des unités ne doit plus se faire d'une façon arbitaire. Il convient qu'elles obéissent aux relations qui subsistent entre grandeurs d'espèces différentes. Il faudra par exemple que l'unité de chaleur soit la même que l'unité de travail si l'on admet que le travail peut se transformer intégralement en chaleur. On devra se servir d'une unité de vitesse liée à l'unité d'énergie si la force vive d'un mobile est une des formes de son énergie. De même les unités lumineuses, magnétiques, électriques devront satisfaire aux relations simples qui résultent de l'électromagnétisme ou de la photométrie.

Newton, bien qu'il ne pût prévoir toutes les relations dont la science allait s'enrichir, avait bien compris l'influence exercée par les lois physiques sur les définitions. On peut voir au début des *Principes,* comme aussi au Livre II et même dans l'*Optique,* qu'il jugeait nécessaire d'approprier le choix des unités à l'état présent de nos connaissances. Les relations que Galilée avait découvertes dans le cas de la chute des corps, celles que Boyle venait d'établir dans le cas de la compression des gaz, mais surtout les propres découvertes de Newton sur l'oscillation d'un pendule dans un lieu quelconque allaient influer fortement sur l'idée qu'il devait se faire de la mesure des masses. Nous avons dit que la mesure directe et statique des masses, celle qui consiste à attribuer à chaque corps une masse proportionnelle à sa densité, laissait en suspens la question de savoir si la masse de corps différents est une grandeur qui peut se comparer à elle-même. On va voir maintenant que Newton, partant de principes dynamiques, aboutira à une nouvelle définition des masses fondée sur une loi expérimentale. Alors au lieu d'une mesure directe, nous pourrons à la faveur de cette définition procéder à des mesures indirectes. Comme la mesure des surfaces peut se faire par une simple évaluation de lignes, le calcul des masses va s'obtenir par des observations faites sur des longueurs. Il

restera à vérifier par l'expérience que la nouvelle définition des masses cadre bien avec celle qui ressort des expériences de Boyle.

« Je désigne, dit Newton dans la première définition des Principes, la quantité de matière par les mots de *corps* ou de *masse*. Cette quantité se connaît par le poids des corps. Car j'ai trouvé par des expériences très exactes sur les pendules, que les poids des corps sont proportionnels à leur masse. Je rapporterai ces expériences dans la suite. » Les expériences auxquelles Newton fait allusion, et qui sont en effet un modèle de précision scientifique, sont celles qu'il décrit au début de la sixième section et à la fin du livre II[1]. Mais d'où vient que la notion de poids intervienne ici ? Serait-il nécessaire, pour la mesure des masses, de se servir de l'idée de force et particulièrement de la pesanteur ? Il semble bien que ce soit l'idée de Newton et l'on peut éclaircir sa pensée de la façon suivante.

Prenons une quantité de matière assez petite pour pouvoir être assimilée à un point matériel, par exemple une goutte d'eau. Nous savons qu'il suffit de la choisir assez ténue pour que les erreurs résultant de l'assimilation à un point tombent en dehors de la limite d'observation. Laissons agir sur ce point une force déterminée, ce qui ne signifie pas autre chose que la placer en un endroit de l'espace où il ne reste pas immobile de lui-même. Nous pourrons supposer notre goutte d'eau à l'extrémité d'un fil très fin et la soumettre à l'action de la pesanteur. Si l'on suppose l'adhérence parfaite on peut amener la goutte à rester immobile bien qu'elle subisse l'attraction de la terre. Observons alors le fil qui la supporte. Nous verrons qu'il s'est très faiblement allongé et que la tension résultant de cet allongement maintient en équilibre le poids de la goutte. Suspendons au même fil, dans le même endroit, à la place de la goutte d'eau un morceau de fer. Choisissons-le de dimensions très petites de façon qu'il soit lui aussi assimilable à un point matériel. Il pourra arriver, si l'on s'arrange de façon

1. Prop. XXIV, Th. XIX, Cor. 7. « Et de là on voit tant la manière de comparer les corps entre eux quant à la quantité de matière de chacun, que celle de comparer les poids du même corps en divers lieux, pour connaître la variation de sa gravité. Et par des expériences très exactes j'ai toujours trouvé que la quantité de matière dans chaque corps était proportionnelle à leurs poids. » Voy. aussi le Scholie de la p. 379.

convenable, que le fer reste suspendu en équilibre après que le fil aura subi le *même* allongement. Ainsi deux points matériels différents, placés dans des conditions identiques, peuvent produire des effets identiques. Ceci prouve que les propriétés distinctives du fer et de l'eau n'interviennent pas dans l'expérience que nous venons d'esquisser. Le résultat de cette expérience ne dépend ni de la couleur, ni de la forme, ni de la dureté des corps en présence. Si l'allongement du fil est resté le même quand on a substitué le fer à l'eau, c'est que malgré les différences apparentes de ces deux corps, quelque chose est resté invariable en eux. C'est cette invariabilité que nous exprimons en disant que les deux corps ont la même *masse*. Remplaçons maintenant le fer par du cuivre, par du plomb, par un corps quelconque. La même définition sera valable, et nous mettons ainsi en évidence une propriété commune à tous les corps, propriété susceptible d'égalité, la masse matérielle.

En fait, l'expérience idéale d'où nous sommes partis n'est pas celle dont s'est servi Newton. Il est remarquable qu'il se soit adressé à une expérience beaucoup moins directe, celle des oscillations du pendule. Mais la portée de ces expériences reste celle que nous avons indiquée. Deux points matériels de nature différente peuvent osciller, toutes choses égales d'ailleurs, dans des temps égaux. Newton convient alors de dire qu'ils possèdent des masses égales. Cependant une difficulté se présente : deux masses que nous considérons comme égales parce qu'elles déforment un même fil de la même longueur, seront-elles encore égales si nous les comparons au moyen du pendule ? En d'autres termes, l'égalité des masses est-elle indépendante de l'instrument qui nous sert à la constater, comme cela est évidemment nécessaire si la notion de masse doit être caractéristique des corps ? L'expérience permet de répondre d'une manière affirmative. La déformation des fils, les oscillations du pendule, la tension d'un ressort, l'équilibre d'une balance peuvent servir indifféremment à contrôler l'égalité des masses. Si cette égalité est vérifiée par l'un de ces moyens, elle le sera par tous les autres.

Une fois définie l'égalité des masses, il ne reste plus qu'à en définir l'addition. Il est clair que le même procédé pourra

servir, au moins dans de larges limites. Une masse sera double, triple d'une autre si elle donne sous l'action d'une force quelconque une déformation double, triple de la première. Ici encore la définition est à peu près indépendante de l'instrument qu'on utilise, pourvu qu'on observe seulement des cas moyens et qu'on passe aux cas extrêmes par analogie.

Nous sommes ainsi amenés à attribuer aux différents points matériels, M, M′, M″,... des coefficients m, m', m'',... que nous appellerons les *masses* de ces points. Ces coefficients forment un système de nombres qui caractérisent la manière dont se comporte un point quelconque sous l'action d'un milieu. Ils peuvent se classer par ordre de grandeur et donnent lieu à une comparaison précise des « quantités de matière » de chaque corps. Surtout, et c'est là pour Newton le point important, la manière dont ils sont introduits va permettre une mesure indirecte, c'est-à-dire dispenser de substituer à la masse donnée une masse étalon ; il va nous être possible dorénavant de remplacer la mesure des masses par une mesure de temps, de poids ou de longueur. La physique nous apprend que des masses égales produisent sur une balance des déviations égales ; suspendues à des pendules égaux, elles oscillent dans des temps égaux. En nous appuyant sur ces lois naturelles il est possible de simplifier la mesure des masses. Si l'on connaît par exemple le poids et le temps, la masse s'en déduira par le calcul. On voit que la définition dynamique des masses se justifie par la commodité de ses applications. L'expérience nous enseigne au demeurant qu'elle est d'accord avec la définition statique, tirée des considérations de densité.

Que fût-il advenu si la masse d'un corps, telle que nous la déduisons des expériences de Boyle, et la masse du même corps, telle qu'elle résulte de la comparaison des poids, eussent été différentes, ou pour parler d'une manière plus précise, si le système de nombres proportionnels auquel mène la comparaison des densités eût été incompatible avec celui qui dérive de la comparaison des poids ? Remarquons que cette question n'est point factice. Newton semble dire au début des *Principes* que la « quantité de matière » de la neige, de la poussière, ou d'un corps solide comprimé pour quelque cause que ce soit, est soumise aux mêmes lois qu'une masse gazeuse.

Ici l'erreur est évidente. Mais même en ce qui concerne les gaz, du jour où l'on se rendit compte qu'il y a des cas où la théorie de Boyle est en défaut, il fallut se demander si l'idée de masse peut subsister comme notion statique.

Il est certain que si Newton avait pu prévoir ces difficultés, il les eût résolues par un appel à l'expérience. L'égalité des masses fondée sur celle des densités n'est jamais vérifiée d'une manière absolue, pas plus que lorsqu'elle est fondée sur l'égalité des temps d'oscillation. Dans l'un et l'autre cas nous atteignons une précision qui dépend de la perfection de nos appareils et de nos sens, mais qui peut ne pas être la même. Il s'agit de savoir si le rapport des densités est une quantité susceptible d'une mesure plus exacte que le rapport des temps d'oscillation, ou si c'est le contraire. Bien que Newton ne résolve pas la question d'une manière positive, il est visible qu'il attribuait une précision bien supérieure aux mesures effectuées avec le pendule qu'à celles dont Boyle s'était servi. Il devient évident alors que les secondes pourront se contrôler par les premières, mais qu'il serait absurde de tenter la vérification inverse. D'ailleurs ni les unes ni les autres ne nous donnent la valeur rigoureuse des masses. Seulement l'approximation qu'on obtient par le pendule est beaucoup plus grande que l'autre. Il s'en suit que le désaccord apparent né de la double définition des masses peut se concilier aisément avec les exigences de la rigueur physique. Il suffit de faire de la notion de masse non pas une notion absolue, mais une notion limite semblable aux autres pour admettre qu'un certain procédé de mesure permette d'en approcher plus qu'un autre, et rendre de la sorte aux définitions leur sens véritable, qui est toujours provisoire.

Newton a clairement compris que cette notion de *masse*, dont il devait faire état dans toute sa mécanique, n'était par rapport à la réalité qu'une approximation première. « Je ne fais point attention ici, dit-il, au milieu qui passe librement entre les parties des corps, supposé qu'un tel milieu existe[1]. » C'est là une allusion certaine soit au milieu qui propage les perturbations lumineuses, soit à celui qui transmet les actions planétaires. Newton admettait la possibilité qu'un tel milieu

1. *Principes*, L. I, Déf. I.

fût doué de masse matérielle ou encore intervînt par sa présence pour modifier la masse matérielle des corps. Mais s'il en est ainsi, que deviennent nos comparaisons de densités ou nos pesées ? En faisant de la masse un coefficient spécifique des corps, nous admettons expressément qu'elle est invariable d'un état à l'autre et suffit à caractériser le corps dans quelque milieu qu'il se trouve plongé. Maintenant nous entrevoyons la possibilité que cette masse elle-même soit variable, ou bien parce qu'elle comprend la masse d'un volume variable d'éther, ou bien parce que cet éther la modifie d'une manière inconnue. Nous approchons alors de la véritable pensée de Newton, qui est celle de beaucoup de physiciens modernes. La masse d'un corps ne nous est connue que par des expériences approximatives, et sa constance ne peut être admise qu'à titre conventionnel. Il en est de la masse comme de toute propriété physique. Elle peut se développer en fonction continue des paramètres qui définissent l'état du corps, et bien que le premier terme de ce développement, qui est une constante absolue, soit généralement prépondérant, il y a des cas où les autres ne sont pas négligeables. Il se peut par exemple que la masse dépende de la vitesse et que le terme d'où ressort cette influence soit négligeable aux vitesses ordinaires. Mais dans les cas exceptionnels où la vitesse approche de celle de la lumière, le terme du premier ordre peut devenir très grand. Nous assistons alors à ce fait paradoxal d'une masse qui augmente avec la vitesse et qui peut devenir infinie pour une vitesse finie [1]. On peut dire qu'un pareil paradoxe n'aurait pas surpris Newton. L'empirisme qui lui est familier le préparait à reconnaître que la notion de masse, telle qu'elle est développée au début des *Principes*, n'a rien d'absolu. C'est une première approximation, qui suffit dans la mécanique ration-

1. C'est précisément ce qui est réalisé, d'après les travaux de *Kaufmann* et *Max Abraham*, dans la dynamique de l'électron. Le rapport $\frac{e}{m}$ de la charge à la masse va en diminuant quand la vitesse v s'approche de V, vitesse de la lumière. Cela veut dire qu'en supposant la charge e constante, la masse m augmente avec la vitesse et devient infinie pour $v = V$, comme le prévoit la théorie électromagnétique. — Voy. *Kaufmann*, Nachrichten der Ges. d. Wissenschaften zu Göttingen, 1901 n° 2, et Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 13 oct. 1902. *Max Abraham*, Sur la Dynamique de l'Electron, dans *Ions, Electrons et Corpuscules*, Paris, Gauthier-Villars, p. 12, T. I.

nelle, mais qu'une science plus complète peut trouver en défaut.

La définition des *forces* se place immédiatement après la définition des masses. L'existence de la force est, aux yeux de Newton, une donnée expérimentale qu'on pourrait se passer de discuter. Pour parler plus exactement, il ne faut pas croire qu'en admettant la force nous faisions une hypothèse. Nous exprimons seulement par un terme précis ce que nos sens constatent à leur manière, savoir l'existence du mouvement dans la nature. Mouvement et force sont deux termes corrélatifs, qui répondent à la même réalité. Chaque fois que nous voyons un mouvement se produire, nous pourrons dire aussi : là agit une force, et chaque fois que nous recourons à une force c'est pour traduire le fait du mouvement.

Nous ne risquons donc pas de tomber, à propos des forces, dans aucune difficulté physique ou métaphysique. De pareilles difficultés peuvent apparaître lorsqu'on fait de la force une entité abstraite qui préside à l'accomplissement du mouvement. On la conçoit alors comme une cause dont le mouvement est un effet, et il est naturel qu'on soit amené à chercher comment cette cause se rattache à son effet. De là les objections des sceptiques, qu'une théorie comme celle d'Aristote ne pouvait réfuter.

Mais Newton, guidé d'instinct vers les conceptions positives, se garde de définir la force comme une cause agissante. S'il parle de son « action », de sa « vertu »[1], ce n'est jamais que par métaphore et pour se rapprocher du langage commun. La vérité est que Newton se faisait de la force une idée purement mathématique. Il avait été frappé de ce fait que chez aucun de ses prédécesseurs, pas même chez Galilée ou chez Descartes, la notion de force n'avait été mise à la base de la mécanique rationnelle. Les moments, les quantités d'action, les quantités de mouvement étaient les concepts autour desquels on avait essayé d'ordonner la science. Pourtant le sens commun, qui est souvent la forme rudimentaire de l'esprit scientifique, nous fait voir dans les cas les plus simples l'importance de la notion de force. Assurément cette force est conçue par lui comme

1. *Princ.* L. I, Def. VI.

vague et qualitative. Mais c'est le rôle de l'observation physique, c'est aussi le rôle des mathématiques, d'apporter la précision là où elle n'existe pas encore. Et lorsqu'il s'agit des forces, cette transformation est possible sans qu'il soit besoin d'hypothèses métaphysiques. La seule perception du mouvement est l'indice d'une modification des choses, et c'est pour mesurer cette modification que nous faisons intervenir l'idée de force. Cela ne prouve pas, remarquons-le bien, que la force soit l'instrument ou le point de départ du mouvement constaté. Cela veut simplement dire qu'elle lui est coordonnée, c'est-à-dire qu'à tout mouvement observable nous pouvons faire correspondre, sous le nom de force, un ensemble de phénomènes simultanés, et que l'analyse de ces phénomènes facilite la mesure du mouvement. Ainsi le mouvement est l'indice de la force [1], la force donne une idée du mouvement, et c'est tout ce qu'on en peut dire. Au fond les deux notions sont purement nominales, et servent surtout à appliquer le langage des nombres aux faits naturels. Etudier la « quantité » et les « propriétés » de la force sans nul souci de sa nature intime, tel va être le but immédiat de Newton [2].

Avant d'expliquer comment Newton arrive à la définition et et à la mesure des forces, il convient de rechercher les raisons pour lesquelles cette notion de force, si peu approfondie chez ses prédécesseurs, a été considérée par lui comme le pivot de toute la mécanique. Aujourd'hui il nous semble évident que ni la statique ni le dynamique ne peuvent se passer d'une pareille notion. La recherche des conditions d'équilibre du corps solide nous semble presque impossible à faire sans la théorie de la décomposition des forces et de leur recomposition en une force et un couple. Mais surtout la Dynamique du point, à plus forte raison la Dynamique des systèmes, nous apparait inabordable

1. *De Mundi. System.* p. 7. « Ex motus lege prima certissimum est vim aliquam requiri. Nobis propositum est quantitatem et proprietates ipsius eruere, atque effectus in corporibus movendis investigare mathematice. »

2. *De Mundi Syst.* (Londres 1731) Ed. Castillon, T. II, p. 6. « Et quem admodum, ex descensu lapidis demissi, demonstrative colligitur eumdem gravitare, neque minus certum indicium gravitatis est perpetua illa projectorum deflexio in terram; sic omnis omnium, in spatiis liberis, motorum corporum de recto tramite deviatio, et perpetua in locum quemvis deflexio, certissimum est indicium *vim aliquam existere*, quâ corpora undique in locum illum urgentur.

si l'on ne fait pas usage expressément des forces agissantes, soit qu'on exprime séparément l'équilibre de chaque point sous l'action combinée des forces données et de la force d'inertie, soit qu'on se serve de relations générales comme le principe des vitesses virtuelles qui donnent d'emblée les équations relatives à tout point du système.

Peut-être Galilée et Descartes, se sont-ils servis, au moins vaguement, de l'expression mathématique des forces en vue d'obtenir les conditions de l'équilibre, mais ni Descartes ni Galilée n'ont connu l'équation fondamentale qui est à la base de la Dynamique du point. La relation célèbre qui unit les forces, les masses et les accélérations n'a été établie que par Newton. Si Descartes s'est flatté de construire une explication mécanique de l'univers, il faut reconnaître qu'il s'était rendu la tâche singulièrement difficile. Le chaos de particules diversement formées dont il veut tirer l'univers est un chaos mouvant. Les molécules du premier élément et celles du deuxième élément sont dans une instabilité continuelle. Elles se déplacent et se compriment les unes les autres de façon à transmettre les actions les plus petites jusqu'aux limites les plus éloignées du monde. Il est remarquable que la cosmogonie cartésienne, fondée sur l'équilibre mobile de toutes les molécules, ait pu expliquer les lois de la pesanteur, celles de l'optique et de l'acoustique, et un grand nombre de phénomènes météorologiques, sans que Descartes ait fait usage des équations du mouvement du point. Les systèmes mécanistes qui ont suivi Descartes ont souvent retrouvé les mêmes résultats, mais c'est en appliquant un calcul de moyennes à des équations très nombreuses. La théorie cinétique des gaz, a pu arriver ainsi à un développement parfait, en simplifiant les équations de la Dynamique par l'introduction des valeurs moyennes. Descartes, au contraire, a dû établir tous les détails de sa construction par de simples considérations géométriques. La notion de force apparaît bien chez lui dans la « quantité d'action » qu'un corps exerce sur l'autre. Mais nulle part il n'énonce avec précision la proportionnalité des accélérations aux forces. On peut donc admirer la puissance de synthèse dont sa cosmologie est le témoignage, d'autant plus qu'il manquait des matériaux dont aujourd'hui nous ne pouvons nous passer. Cependant son monde de tourbillons devait

bientôt céder le pas au monde mieux ordonné de la gravitation universelle. C'est que l'univers cartésien, s'il présente des apparences régulières, n'en est pas moins le théâtre de forces toujours changeantes. Il n'est pas une partie de l'espace qui ne soit remplie de tourbillons hétérogènes et n'obéisse à des forces discordantes. Le jeu des actions et des réactions fait que toutes les impressions de l'univers se retrouvent dans un tourbillon donné, et que ce tourbillon présente des mouvements qui ne se rencontrent dans aucun autre. Si nous plaçons la même masse de matière d'abord dans un tourbillon, puis dans un autre, elle subira des actions différentes, et ces actions ne pourront devenir égales que par un extraordinaire hasard. Pour parler le langage moderne nous dirons que l'univers cartésien se présente comme un *champ de forces variables*. Les effets moyens de ces forces pourront en gros s'égaliser, et c'est ce qui rend possible une comparaison des mouvements ou des vitesses. Mais aux yeux d'un observateur subtil qui pourrait suivre, particule par particule, tous les chocs qui se passent dans l'univers, il n'y a pas deux régions identiques ni où s'exercent des forces identiques. Hétérogénéité de la matière et variabilité de la force telles sont les caractéristiques de la conception cartésienne.

Abandonnons maintenant le point de vue cartésien pour revenir aux idées qui ont guidé Newton. Ce sont à coup sûr les travaux de Galilée qui ont donné à Newton sa conception de la force. La découverte des lois de la pesanteur devait avoir sur l'esprit de Newton un effet décisif. Nous verrons plus tard ce qu'il en a tiré au point de vue physique. Mais il faut signaler dès maintenant l'importance qu'avait l'exemple de la pesanteur pour la définition des forces constantes. Lorsque nous laissons tomber un corps sans vitesse initiale, Galilée avait démontré nettement qu'il décrit dans des temps donnés des espaces qui croissent comme les carrés des temps. Cette relation numérique devait servir plus tard à trouver les équations de la dynamique. Là n'était pas son seul intérêt. Galilée avait aussi fait voir que l'expérience réussit invariablement avec tous les corps et en tous les lieux[1]. Soit que nous employions une sphère de métal, soit que nous utilisions un grain de sable, l'accélération du mouve-

1. Cf. *Principes*, L. III, Prop. VI. Newton retrouve déductivement le résultat des expériences de Galilée.

ment de chute demeure rigoureusement constante. Elle est la même à Florence et à Rome, à la surface du sol et au haut d'une tour. Il existe donc des régions très vastes où tous les corps se comportent de la même manière. Le mouvement qu'ils prennent est toujours régulier et ne dépend d'aucune circonstance extérieure. C'est cette idée que nous traduisons aujourd'hui en disant qu'il existe des « *champs de forces constants* » et la pesanteur offre l'exemple le plus simple d'un champ de force constant.

Galilée avait entrevu et Newton va développer une conséquence importante de ce fait. Si tous les corps placés dans le champ terrestre y prennent des mouvements identiques, il est donc possible, dans le mouvement du corps, de dégager un élément caractéristique *non du corps mais du champ*. Au lieu que dans le système des tourbillons tous les mouvements sont infiniment variés et nous obligent à concentrer notre attention sur les particules variées qui les subissent, ici nous avons l'exemple de mouvements parallèles, homogènes, constants. Nous pouvons donc faire abstraction des vitesses, des chocs, des trajectoires, pour considérer le mouvement en lui-même indépendemment des corps qui sont mus. Alors il est possible de le comprendre par le milieu dans lequel il se passe, et d'attribuer à ce milieu des propriétés mathématiques qui serviront à la mesure du mouvement. Ce sont ces propriétés qui s'appellent des forces, et les forces se présentent alors, nom comme les causes du mouvement réel, mais comme les indices de son existence.

On voit que les expériences de Galilée ont donné à Newton la possibilité de faire ce que Descartes n'avait pu tenter : considérer l'espace où se passe le mouvement comme le siège d'une grandeur constante dont le mouvement est la manifestation. Il est extrêmement remarquable que le premier champ de force dont la Physique ait eu à s'occuper ait été un champ de forces constant. Si les lois de la chute des corps avaient dépendu des temps et des lieux, la création de la Mécanique Rationnelle eût été impossible. Newton s'en est si bien aperçu qu'il attacha toute sa vie la plus grande importance aux confirmations expérimentales des travaux de Galilée. La possibilité d'une influence pertubatrice due au frottement de l'air l'oc-

cupait particulièrement. A cet égard les expériences précises de Boyle étaient venues lever toutes les objections, et Newton ne se lasse pas de s'y référer. En se servant du tube à vide, Boyle avait montré avec toute l'approximation désirable « qu'une plume et de l'or tombent avec une égale vitesse »[1]. C'était la confirmation décisive de l'existence d'un champ de forces constant.

L'idée de force, tirée de la pesanteur, participe encore d'un autre caractère. Le champ de la gravité ne dépend pas des masses, mais de plus il est *isotrope* : il ne se déforme pas quand la terre tourne sur elle-même.[2] Nous savons aujourd'hui qu'il n'en est pas ainsi de tous les champs de forces. Il en est qui sont fonction non seulement de la position des masses en présence, mais de leur vitesse et de leur accélération relatives. Ceux-là ne peuvent être étudiés commodément que si, en les décomposant en champs élémentaires, on arrive à les ramener à des champs de force constants. Si le champ de la gravité eût été de cette nature, il est évident que la notion de force n'aurait pu s'en déduire que très difficilement. Au lieu de cela le champ de la pesanteur est le type le plus simple de ce que nous nommons aujourd'hui un champ *newtorien* et *isotrope*.[3] Cela est si vrai que les petites variations de la pesanteur suivant la latitude n'ont pas suffi à faire rejeter l'idée d'un champ de forces constant et ont été expliquées par la superposition à ce champ d'un champ analogue, dû au renflement équatorial de la terre[4]. En même temps l'étendue du champ terrestre s'est trouvée beaucoup plus grande que Galilée ne l'avait pensé. L'espace où la pesanteur agit se développe d'une façon symétrique autour de la terre, et il suffira à Newton d'en élargir le rayon pour passer du champ de la « gravité » à celui de la « gravitation » Quoi qu'il en soit, c'est aux recherches de Galilée qu'il faut faire remonter la découverte des champs de forces constants

1. *Principes*, L. III, Scholie Général.

2. *Principes*, L. I, Déf. VIII : « La gravité, à des distances égales, est la même de tous côtés. »

3. On trouvera une définition de ces termes dans *Vaschy*, Traité d'Electricité, chez Baudry et dans *Poincaré*, le Potentiel Newtonien, Naud éditeur.

4. C'est Newton lui-même qui dans les *Principes* a fait la théorie de ce phénomène.

et l'on va voir comment cette notion permettra à Newton de définir, puis de mesurer des forces quelconques.

Supposons donné un champ de forces constant, par exemple celui de la pesanteur, et proposons-nous d'explorer ce champ. Il nous suffira d'y situer un corps et de l'abandonner à l'action du champ, afin d'examiner le mouvement qu'il va prendre. Car il est évident que le champ ne peut se révéler à nous tant qu'il n'agit pas et que les particularités du mouvement pourront seules nous faire apprécier les forces. A quoi reconnaîtrons-nous que les forces sont vraiment constantes? A ce qu'un point matériel abandonné sans vitesse en un endroit quelconque du champ prendra partout le même mouvement, suivra ls même trajectoire. Il est facile de démontrer alors que ces mouvements présenteront partout la même accélération[1]. Aussi *l'égalité de l'accélération* en tous les points d'un champ est la condition nécessaire et suffisante pour que ce soit un champ de forces constant. Mais alors l'idée devient toute naturelle de prendre la valeur constante de cette accélération pour mesure de l'efficacité du champ. Nous savons qu'une mesure n'est autre chose que la découverte d'un nombre qui reste le même lorsque le phénomène correspondant demeure invariable. Ici la mesure des accélérations fait voir qu'elles jouissent de cette propriété. Nous disons donc, par définition, que la valeur commune des accélérations est la mesure de *l'intensité du champ*.

Hâtons-nous d'ajouter que cette valeur commune n'est pas directement observable. Il faut pour la déterminer se servir d'un point matériel dont on étudie la chute. Or sitôt qu'on fait intervenir un point matériel, on introduit dans l'expérience un élément qui ne dépend plus du champ mais qui est lié à la nature du corps. Nous voulons parler de la masse, c'est-à-dire de ce coefficient spécifique qui caractérise les points matériels comme l'accélération caractérise le milieu ambiant. La force exercée sur un point matériel sera par définition une quantité complexe savoir le produit de la masse par l'accélération du champ. Ainsi définie, cette force est susceptible d'une évaluation rigoureuse, soit par un moyen statique (équilibre d'une balance) soit par un moyen dynamique (travail accompli). Si nous laissons

1. V. Picard, *Quelques réflexions sur la mécanique*, p. 37.

la masse constante, c'est-à-dire si nous explorons ce champ avec un point matériel *toujours le même,* les forces qui le sollicitent forment un système de nombres proportionnels aux accélérations. Dans un champ rigoureusement constant les uns et les autres seront invariables. Dans un champ lentement décroissant comme le champ terrestre, on verra les forces et les accélérations dminuer lentement lorsqu'on se déplace du pôle à l'équateur ou qu'on s'élève du niveau de la mer au sommet des montagnes [1]. De toutes façons, les « forces motrices » étant proportionnelles aux « forces accélératrices », il sera possible d'avoir par les premières une mesure des secondes [2] et d'en déduire pour tous les cas possibles l'effet du milieu sur un corps donné.

On voit que les forces sont définies par Newton, selon sa propre expression, d'une façon « purement mathématique ». Il faut entendre par là que les forces, comme les masses, et comme toutes les quantités physiques, ne sont qu'une désignation commode de grandeurs expérimentales. Nous constatons dans certaines expériences qu'il y a des éléments plus propres que d'autres à donner une idée des phénomènes. Ce sont ceux-là que nous choisirons pour en faire la mesure des autres. Mais ce serait une erreur de croire qu'ils nous renseignent sur la « cause physique » ou sur la « raison » des phénomènes. Lorsque nous sommes convenus de désigner par force le produit d'une masse par une accélération, nous n'avons rien fait de plus dans la voie d'une explication concrète que par les conventions de tous points analogues sur les forces vives ou les moments. Les unes et les autres sont purement nominales et ne peuvent prétendre qu'à abréger le langage. C'est qu'en effet une explication concrète n'est pas ce

1. *Principes*, L. I, Déf. VIII, p. 7. « A la surface de la terre où la force accélératrice de la gravité est la même sur tous les corps, la gravité motrice ou le poids des corps est proportionnel à leur masse. et si on était placé en des régions où la force accélératrice diminuât, le poids des corps diminuerait pareillement. Ainsi il est toujours comme le produit de la masse par la force centripète accélératrice. »

2. Newton désigne par « force accélératrice » ce que nous appelons accélération et par « force motrice » la force proprement dite. Cf. *Principes*, Déf. VIII. « La force accélératrice est à la force motrice ce que la vitesse est au mouvement, car de même que la quantité de mouvement est le produit de la masse par la vitesse, la quantité de la force motrice est le produit de la force accélératrice par la masse. »

que la physique doit chercher. S'il faut entendre par cette explication la détermination des causes efficaces, il est clair que la science sur ce point ne dépassera jamais les idées du bon sens. Mais nous savons que le but véritable de la Philosophie Naturelle est plus modeste et plus positif. Il s'agit simplement pour elle d'aboutir à un système de signes qui permette une comparaison facile des choses. A cet égard il n'est pas niable que l'idée de la force, définie par Newton, est infiniment plus précieuse que les indications de Descartes ou de ses disciples. On peut même dire que, définissant la force par l'action accélératrice d'un champ constant, Newton ouvrait au mécanisme des horizons que Descartes n'avait pas entrevus.

S'il fallait se limiter comme Descartes à dire qu'il y a *force* là où il y a *choc*, il n'est pas certain a priori que le domaine des forces mécaniques s'étende à tous les ordres de phénomènes. Il se pourrait qu'il existât des mouvements dont la propagation fût plus complexe et ne pût se ramener à un échange d'énergie opéré par le choc des corps. Ainsi la propagation des ondes liquides ou celle des ondes lumineuses ne se font pas nécessairement sous l'effet d'actions cartésiennes. En définissant la force d'une façon extrêmement générale comme un produit de coefficients donnés par l'expérience, Newton laissait la porte ouverte à une extension graduelle de ses principes. C'est ainsi qu'il lui sera possible de définir les forces de pression dans un liquide, les forces de résistance dans un fluide, les forces d'inertie dans un corps quelconque, par une voie analogue à celle qui mène à la définition des poids. Il suffit qu'on puisse dégager des expériences un produit de deux coefficients dont l'un peut s'interpréter comme une masse et l'autre comme une accélération, pour que l'analogie permette d'étendre les notions mécaniques à ces cas nouveaux. Ainsi le mécanisme de Newton ne consiste pas à remplacer toutes les forces par des forces mécaniques, ce qui ressemblerait fort à une hypothèse. Il consiste à faire rentrer les forces de toute sorte, aussi bien les forces mécaniques que les autres, dans un même type d'expression analytique permettant des mesures et des comparaisons.

Nous avons dit jusqu'ici que la force se manifeste par le mouvement. Lorsqu'un corps abandonné librement se met en

mouvement de lui-même, nous disons qu'il vient de subir l'action d'une force. Comme il nous est impossible de comprendre qu'un mouvement commence tout à coup si quelque chose ne s'est modifié dans le milieu ambiant, la force nous apparaît d'abord comme liée aux conditions *extérieures*. Nous disons qu'elle « provient » des corps environnants et qu'elle « s'applique » au corps qui se déplace. De là la désignation de *force appliquée* (vis impressa) dont Newton fait usage. La force appliquée ou imprimée est « l'action par laquelle l'état du corps est changé, soit que cet état soit le repos ou le mouvement uniforme en ligne droite [1]. » Il est évident que cette force prend naissance avec l'action et disparaît avec elle. Une fois que le corps a subi l'impulsion première, soustrayons-le à l'action continuée du milieu, la force appliquée cessera d'agir.

Prenons l'exemple d'un projectile expulsé violemment d'une arme. Tant que la balle reste en contact avec la surface intérieure de l'arme, la force imprimée produit son effet. Sitôt que par la vitesse acquise le contact avec l'arme est rompu, il n'y a plus de force directement appliquée à la balle. Celle-ci continue sa marche, et pourtant il ne s'exerce sur elle aucune force extérieure. Nous faisons abstraction, bien entendu, de l'action de la pesanteur et de la résistance de l'air. Nous nous trouvons donc ici dans un cas paradoxal. Le mobile est *soustrait à tout champ de forces* et il persévère pourtant dans un mouvement donné. Il y a plus. Nous savons par une expérience séculaire que la vitesse du mouvement va diminuer petit à petit. Au bout d'un temps généralement très court le corps est revenu à son état de repos. Mais Galilée, Huyghens, Newton ont montré tour à tour que ce retour au repos se faisait lui aussi sous l'action d'une force. C'est parce que l'air est un milieu matériel dont la résistance n'est pas négligeable, c'est parce que l'effet de la pesanteur finit par l'emporter sur celui de la force propulsive que la balle finit par s'arrêter. C'est donc la présence d'un champ de forces très petites qui modifie à la longue le mouvement, et ce fait n'a rien que de conforme avec l'idée que nous nous faisons de la force. Mais si nous supposons la résistance de l'air diminuée jusqu'à l'infini, si l'action pertur-

1. *Principes*, L. I, Déf. IV.

batrice de la gravité est éliminée dans la mesure du possible, le mouvement commencé va se constituer et rien ne l'arrêtera.

En d'autres termes, plus on approche de l'état limite où toutes les forces sont annihilées, plus le mouvement a de tendance à se propager sans altération. C'est aussi ce qu'on constate lorsqu'on lance une bille sur un plan parfaitement poli. A mesure qu'on élimine les frottements, on voit le mouvement de la bille gagner en constance et en durée. Nous arrivons donc à une idée qui semble incompatible avec celle dont nous sommes partis. Un mouvement, disions-nous, ne peut avoir lieu sans l'action d'une force, soit en ce qui concerne la première impulsion, soit en ce qui regarde les modifications ultérieures. Ici nous voyons un mouvement se conserver sans l'action d'une force et même se perpétuer d'autant mieux qu'il est plus à l'abri des forces étrangères. Il y a là un désaccord inconcevable entre les effets et les causes, en même temps qu'une violation expresse du principe de continuité.

Ce principe ne peut être en défaut. Il nous faut donc chercher une interprétation nouvelle des expériences précédentes, et cette interprétation va nous obliger à admettre des *forces d'inertie*.

Observons d'abord que la force appliquée ne rencontre jamais le corps dans un repos parfait. Sans compter ce qu'il y a d'arbitraire dans la conception du repos absolu, il est clair qu'un corps quelconque subit toujours l'effet de ses états antérieurs, en même temps qu'il peut obéir à des champs de forces qui nous demeurent inconnus. Alors la force qui va s'appliquer à ce corps, et qui émane d'un milieu que nous considérons à part, ne trouvera pas le corps indifférent à tous les mouvements possibles. Tout se passera comme si l'objet était soumis à un champ préexistant et si, pour modifier son repos apparent, il fallait commencer par neutraliser ce champ. De même lorsqu'à la fin de l'expérience nous voulons supprimer la force appliquée pour ramener le corps à l'état initial, il se trouve que cet artifice ne suffit pas. Les états antérieurs par où le corps a passé ont laissé une trace durable. Il faut pour en neutraliser l'effet créer une force de signe convenable et d'intensité déterminée. C'est l'existence de ce champ antagoniste qui a suggéré l'idée des forces d'inertie.

Lorsque nous parlons de l'inertie d'un corps, ou de sa tendance à persévérer dans l'état où il se trouve, nous énonçons, dans un langage de convention, un fait expérimental. C'est parce que le mouvement et le repos ne se créent jamais de toutes pièces, mais se ramènent insensiblement l'un à l'autre par le jeu des forces appliquées, que nous avons été amenés à admettre des forces autres que les forces appliquées. Ces forces expliquent qu'un champ quelconque n'agisse jamais ni instantanément, ni complètement. La force imprimée (vis impressa), laquelle émane du milieu extérieur, rencontre toujours une force antagoniste, qui a son siège dans l'objet même (vis insita). Ceci est vrai non seulement, comme l'explique Newton, des actions mécaniques, mais de toutes les actions de la nature. La pression exercée sur une masse fluide rencontre toujours une cause antagoniste que nous interprétons comme une contre-pression. Les modifications du courant qui traverse un circuit rencontrent une tendance à la stabilité, que nous interprétons comme un contre-courant, et ainsi de suite. Les *forces d'inertie* ont donc à la fois un caractère concret et une portée générale. Les forces ordinaires sont l'expression commode dont nous nous servons pour expliquer le mouvement, les forces d'inertie sont un terme analogue qui caractérise la résistance aux variations.

On peut s'élever par d'autres considérations à la définition des forces d'inertie. Nous savons que lorsqu'un corps est en équilibre sous l'action de forces données, il se développe en des points déterminés des forces antagonistes, dites forces de réaction. Leur résultante est égale en grandeur à celle des forces primitives. L'équilibre d'un système matériel suppose donc l'égalité de grandeurs homogènes, forces d'action d'une part, forces de réaction de l'autre. Le mouvement d'un corps est assimilable à une suite d'états d'équilibre. A chaque moment il y a équivalence entre les forces directement appliquées et d'autres grandeurs homogènes, que nous devons nécessairement concevoir comme des forces. L'équation fondamentale de la dynamique

$$F = MA \qquad (1)$$

où F est la force appliquée, M la masse, A l'accélération du

mobile, peut en effet s'interpréter autrement que nous ne l'avons fait jusqu'ici. Nous nous sommes contentés d'y voir une relation expérimentale permettant la définition mathématique des forces. Mais si nous portons notre attention sur la signification physique des deux membres de la formule et si nous nous rappelons que dans toute mesure concrète on doit comparer des grandeurs homogènes, nous serons conduits à admettre, si la grandeur F est conçue comme une force, que le produit équivalent MA doit lui aussi s'interpréter comme une force. L'équation (1) deviendra alors identique à une équation d'équilibre. Elle exprimera qu'à chaque instant du mouvement d'un point, il y a équilibre entre la force appliquée et la force d'inertie attachée à ce point, et nous conviendrons de mesurer l'inertie, comme la force extérieure, par le produit de la masse M et de l'accélération A.

Cette manière de voir présente un avantage que n'avait pas la précédente. Elle montre que la force d'inertie n'est pas essentiellement une force « résistante », mais qu'elle peut être conçue aussi comme une force « impulsive[1] ». L'égalité (1) peut en effet signifier aussi bien que le mobile se meut sous l'action directe de la force dont il est le siège (vis insita) et qu'il rencontre dans les propriétés du milieu une inertie de nature spéciale mesurée par la force appliquée. Pour parler un langage plus moderne, nous dirons que puissance et résistance sont deux notions corrélatives, dont la distinction repose sur des raisons pratiques. La force d'inertie a tiré son nom de ce qu'elle s'oppose le plus souvent aux modifications que nous avons intérêt à produire. Mais il est des cas où elle les favorise, et elle devient alors l'équivalent exact d'une force ordinaire[2]. Ajoutons que la formule fondamentale (1) montre clairement pourquoi l'inertie est compatible avec le mouvement. Ce n'est pas en effet la vitesse, c'est l'accélération seule qui entre dans l'expression de la force d'inertie. Si l'accélération est nulle, cette force sera

1. V. *Principes*, Déf. III, « On peut la considérer (la force d'inertie) sous deux différents aspects, ou comme resistante ou comme impulsive : comme résistante en tant que le corps s'oppose à la force qui tend à lui faire changer d'état, comme impulsive en tant que le même corps fait effort pour changer l'état de l'obstacle qui lui résiste. »

2. Par exemple dans l'application des volants ou des régulateurs d'inertie aux machines thermiques ou hydrauliques.

nulle, et pourtant le mouvement continuera. Les mouvements uniformes sont donc compatibles avec l'absence de champ extérieur, parce qu'ils ne suscitent pas de réaction interne. Alors que tous les autres mouvements sont l'indice de forces appliquées, les mouvements uniformes se caractérisent parce qu'ils peuvent s'opérer sans dépense de travail.

Newton ne s'est proposé nulle part de donner une explication psychologique de la force. Dans les *Principes* moins que partout ailleurs il se hasarde à analyser une semblable notion, et cette réserve se comprend si l'on se rappelle que les *Principes* furent rédigés sous forme mathématique à seule fin d'échapper au reproche d'hypothèse ou d'arbitraire. Newton préfère poser la force comme une convention primordiale, plutôt que d'en rechercher, à la façon de Locke ou de Leibniz, l'origine psychologique. Il croit rester fidèle ainsi aux méthodes euclidiennes, et réduire le plus qu'il est possible l'élément subjectif de la théorie. Malgré cela, les tendances empiristes de Newton se révèlent dans son langage. Il est visible qu'il considérait la force comme une donnée immédiate des sens qui est fournie à l'occasion de l'effort musculaire et que nous étendons par analogie au monde objectif. Des expressions comme celle-ci : « le pouvoir de résister qui est en la matière » ou « l'effort que fait un corps pour se rapprocher du centre », montrent que Newton n'hésitait pas, pour la clarté de l'exposition, à emprunter ses comparaisons à la psychologie. Il eût sans doute adopté facilement le point de vue qui sera plus tard celui des empiristes anglais : faire dériver l'idée de la force des impressions musculaires et l'étendre par association aux objets matériels. « La force exercée par la main pour retenir la pierre est égale et contraire à la force par laquelle la pierre tend la fronde[1]. » Pourtant la première est sentie par le sujet, la seconde n'est qu'une convention dont nous nous servons pour simplifier le langage.

On peut dire que les notions de bon sens, celles qui dérivent de l'expérience personnelle jouent pour Newton un rôle aussi grand en Mécanique qu'en Mathématiques. Il est utile et recommandable de tirer certaines analogies de nos perceptions les

1. *Principes*, Déf. V, p. 4.

plus simples. Il suffit, pour éviter tout malentendu, d'employer avec prudence des expressions nettement définies. Voilà pourquoi Newton se servira sans cesse des expressions d'effort, d'attraction, de propension, de force impulsive. Ces expressions n'ont dans son esprit aucune portée métaphysique[1]. Il ne veut nullement donner à entendre que les corps agissants se comportent comme des points spirituels ou des monades. Les efforts qu'ils exercent les uns sur les au tres sont des manières de voir purement idéales. Une seule chose demeure positive, c'est le mouvement avec ses propriétés. Lorsque, sous le nom de forces, nous cherchons à lui assigner des causes, notre seul but est de faciliter les mesures. Du moment que les mots de cause ou d'attraction sont, malgré leur aspect métaphysique, employés comme des symboles abstraits, ils pourront conduire à des inductions fécondes. Il n'y a donc pas lieu de les bannir du vocabulaire de la Philosophie Naturelle. Il suffit de les employer en connaissance de cause, et de ne leur demander qu'un fil directeur.

La comparaison des forces mécaniques avec l'effort musculaire a une première conséquence très importante. Lorsque j'agis, mon impulsion m'apparaît toujours comme émanant d'un centre qui est moi pour s'orienter vers un objet extérieur. De même lorsque je subis l'action d'un objet, cette action est toujours représentée comme dirigée de l'objet vers moi. En d'autres termes l'effort que j'accomplis s'offre comme le type des *actions centrales* : il émane toujours de la conscience ou se concentre vers elle. Newton transporte cette idée familière aux champs de force que la mécanique nous présente. Les forces physiques vont apparaître comme des grandeurs orientées, et orientées vers des centres fixes. Jusqu'ici en effet les forces d'inertie se sont présentées à nous seulement comme des nombres. Elles sont susceptibles de mesure, mais non sus-

1. *Principes*, Déf. VIII, p. 7. « Au reste je prends ici dans le même sens les attractions et les impulsions accélératrices et motrices, et je me sers indifféremment des mots d'*impulsion*, d'*attraction* ou de *propension* quelconque vers un centre. Car je considère ces forces mathématiquement et non physiquement. Ainsi le lecteur doit bien se garder de croire que j'ai voulu désigner par ces mots une espèce d'action, de cause ou de raison physique. Et lorsque je dis que les centres attirent, lorsque je parle de leurs forces, il ne doit pas penser que j'aie voulu attribuer aucune force réelle à ces centres que je considère comme des points mathématiques. »

ceptibles de figuration. Il leur manque l'élément géométrique qui permette de leur assigner une direction. La théorie des forces centrales va nous aider à combler cette lacune.

La « force motrice » et la « force accélératrice » ne sont pas les seuls aspects de la force mécanique. On peut aussi la définir comme une force « centripète ». Newton veut dire par là que dans tous les exemples réels, les choses se passent comme si la force agissant sur un corps le dirigeait invariablement vers un point fixe ou centre. L'intensité de la force, le nombre MA qui la mesure, peut varier d'un moment à l'autre ou d'un point à l'autre de la trajectoire. Mais la direction de la force reste centrale, c'est-à-dire va passer toujours par le même point.

Ici encore le cas de la pesanteur a permis à Newton d'approfondir une théorie que Galilée avait à peine entrevue. Nous savons que sur une étendue suffisamment petite du globe, le champ de la gravité est le type d'un champ de forces constant. La verticale d'un lieu est la direction commune des trajectoires qu'y suivent les corps pesants, et le faisceau de ces trajectoires en un même endroit est un ensemble de droites parallèles. Mais nous savons aussi que le champ de la pesanteur est symétrique par rapport à la terre. Une rotation de la sphère terrestre sur elle-même laisse invariable le faisceau des trajectoires. Il s'en suit que ces dernières ne sont parallèles qu'à une approximation assez faible. En réalité elles vont concourir en un même point, qui est le centre de la terre. Newton démontre même en toute rigueur que rien ne serait changé aux lois de Galilée si la totalité de la masse terrestre était concentrée au centre de la terre[1]. Ainsi le champ où se meuvent les corps graves est un champ de forces centrales. A chaque instant du mouvement, la trajectoire d'un corps quelconque, lancé avec une vitesse arbitraire, s'infléchit vers le centre de la terre et la force attractive qui le déplace reste normale à la surface du sol.

La force magnétique offrait à Newton un autre exemple d'action centrale[2]. Il est vrai qu'ici les expériences précises qui allaient être tentées au XIXe siècle vont donner tort à Newton. Il

1. *Principes*, L. II, Prop. LXXXII.
2. *Principes*, Déf. VII.

sera démontré que le champ de forces magnétiques le plus général est la superposition d'un champ newtonien et d'un champ déviant ou directeur. Mais si l'on s'en tient aux expériences grossières qui avaient été faites par Descartes, c'est-à-dire si l'on suppose un aimant élémentaire dont les pôles sont physiquement confondus, la loi des forces centrales devient de nouveau applicable. Il en est de même dans le cas théorique où l'un des pôles est rejeté à l'infini et où l'on étudie l'action isolée d'un pôle unique sur une masse magnétique. On peut dire que l'exemple du magnétisme joint à celui de la pesanteur avaient conduit Newton à l'idée que tous les champs de forces doivent être des champs de forces centrales. De fait les actions optiques, les attractions astronomiques, les affinités chimiques, toutes les forces naturelles en un mot, vont être considérées par Newton comme jouissant de la propriété qui appartient aux forces gravitantes.

Nous savons aujourd'hui que la généralisation de Newton était hâtive et défectueuse. Mais en même temps l'histoire nous apprend que cette généralité extrême a été utile pour la constitution de la Physique. Les champs qui n'obéissent pas aux lois de forces centrales sont bien connus aujourd'hui : ce sont par exemple les champs laplaciens qui se présentent en électrodynamique ou les champs tourbillonnaires de la théorie des fluides. Dans les cas de ce genre, la détermination de la force dépend non seulement de la position du mobile, mais de sa vitesse, de sa distance angulaire ou du temps. Il en résulte des difficultés de mesure qui sont aujourd'hui encore presque insurmontables et une complexité extrême dans les lois de l'équilibre et du mouvement. Au lieu de cela le cas des forces centrales est le plus simple de ceux que la Dynamique ait à envisager. Il implique l'existence d'une fonction des forces et entraîne la conservation de l'énergie. Il s'ensuit que l'hypothèse de Newton était la plus appropriée au progrès de la science de son temps. En assimilant toutes les forces mécaniques aux forces centrales de la pesanteur, non seulement il lui sera possible de s'élever au cas de la gravitation, mais encore il suggérera la réduction à un problème d'attraction des problèmes généraux de l'élasticité et de l'optique. Ici comme dans sa *Méthode des Fluxions*, Newton a pressenti d'instinct quelles étaient les directions à

suivre. Il avait pu vérifier en astronomie que l'existence des forces centrales suffisait à expliquer tous les détails des mouvements planétaires. Dans les autres parties de la science, il prévoyait que sa manière de voir faciliterait l'application du calcul. Bien que la Physique moderne ait réduit le principe des forces centrales à des limites plus restreintes, il faut reconnaître que la hardiesse de Newton s'est trouvée justifiée par le succès.

On peut se demander ce que deviennent les définitions de Newton relatives à la force appliquée et à la force d'inertie lorsqu'on se transporte du domaine de la Mécanique Rationnelle au domaine de l'Acoustique ou de l'Hydrodynamique. Lorsqu'un son se propage dans l'air ou dans un milieu autre que l'air, il est clair qu'il y a là un mouvement. Certaines particules de fluide sont déplacées, et l'on peut mettre le déplacement en évidence par des artifices bien connus[1]. De même lorsqu'une onde se propage à la surface de l'eau, là encore il y a mouvement bien que le déplacement réel des particules soit tout différent de ce que les apparences optiques nous présentent. On sait avec quel soin Newton s'est efforcé d'élucider ces deux exemples. La théorie mathématique du son et le mouvement continu des fluides ont été de sa part l'objet de recherches incessantes accompagnées de nombreuses tentatives de vérification expérimentale. Cependant, dans l'un et l'autre cas, les mouvements auxquels nous avons affaire ne ressemblent pas à ceux des corps solides. Il est difficile de les assimiler au transport d'une masse invariable le long d'une trajectoire déterminée, plus difficile encore de se faire une idée des forces qui président à ces mouvements. Nos yeux ne peuvent suivre exactement les positions successives de l'objet mobile, et le phénomène nous apparait plutôt comme un état moyen du milieu que comme la translation d'un système invariable. Comment parler de la masse matérielle d'un élément fluide pris isolément? Cette masse est une fiction, et rien ne prouve que l'élément fluide se comporterait de la même façon une fois qu'on l'aurait séparé des éléments voisins. Comment définir l'accélération d'une particule déterminée au sein d'un

1. L'expérience des flammes de König par exemple.

milieu ? C'est là encore une expérience impossible, nous ne voyons jamais que des mouvements d'ensemble où la particule perd son individualité. Mais si la masse et l'accélération ne sont pas déterminables empiriquement, comment pourrons-nous évaluer la force, qui est le produit de ces deux quantités ?

L'idée de force doit subir dans des cas de ce genre une modification profonde. Dans le langage de Newton, comme dans celui des physiciens modernes, les forces appliquées aux liquides, aux fluides, aux milieux continus en général, portent le nom de *pressions*, de *tensions*, plutôt que celui de forces proprement dites. Nous admettons qu'un liquide enfermé dans un vase subit une *pression* sur toute sa surface, et que cette pression se transmet dans tout le corps jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint. De même nous considérons que l'ébranlement de l'air, cause de la production du son, s'accompagne d'un état de *tension* et de *détente* alternatives. C'est encore ainsi que Maxwell considère les phénomènes électromagnétiques comme résultant d'une tension ou d'une torsion de l'éther.

Dans tous les cas semblables, — et Newton en connaissait déjà un grand nombre —, la force apparaît comme une grandeur *qui se propage* en même temps que le mouvement. Il est impossible de concevoir que le mouvement s'explique par une force éloignée du lieu où il se produit. Du moment que le mouvement, véhicule du son, se transporte d'un endroit à un autre, il faut que la force productive du son, c'est-à-dire la compression de l'air se transporte parallèlement. Pareillement la propagation des ondes liquides ne peut se faire sans une propagation de la force agissante, qui est liée à l'élasticité du milieu. L'extension à cette classe de problèmes de nos idées ordinaires sur la force va entraîner un perfectionnement de la notion de force elle-même. Il faudra admettre que la force, conçue sous forme de pression dans le milieu, est non seulement l'indice du mouvement, mais encore son véritable satellite. Lorsque le mouvement gagne des régions nouvelles, la force se développe avec lui, et lorsqu'il rétrograde vers son point de départ, la force se replie en même temps.

On comprend alors, en faisant retour du cas de l'Hydrodynamique à celui de la Mécanique, que Newton ait pu, même

dans le cas des solides, songer à une propagation de la force agissante. Lorsque nous disons que cette dernière est dirigée vers un centre, cela veut dire aussi qu'elle émane d'un centre[1] et l'on doit concevoir que les objets rapprochés du centre en ressentiront les premiers les effets. Par exemple, dans le cas de la pesanteur, il sera naturel d'admettre que l'attraction due à la masse de la terre s'étend progressivement du centre à la surface et peut atteindre en un temps suffisamment long les régions de l'espace les plus éloignées. Cette transmission physique de la force se fera tantôt rapidement, tantôt lentement « selon l'efficacité de la cause qui la propage du centre[2] ». Dans le cas d'un fluide visqueux, elle sera directement observable à cause de sa lenteur. Dans le cas de la gravitation, elle sera presque instantanée; mais partout elle sera réelle et il sera nécessaire d'en tenir compte.

Le développement de la Physique Mathématique après Newton devait amener, à propos de la définition des forces, une difficulté que Newton ne pouvait soupçonner. « La force imprimée, « dit-il au début des *Principes*, peut avoir diverses origines : « elle peut être produite par le choc, par la pression et par la « force centripète[3] ». Newton regarde comme évident que les forces déduites du choc, celles qui proviennent de la pression et celles qu'on nomme forces centripètes sont toutes de même nature. Il ne pouvait lui venir à l'esprit que les forces fussent parfois des quantités hétérogènes ou que la même force, définie différemment, pût avoir une mesure différente. Les pressions peuvent provenir d'une cause statique, telle que le poids d'une colonne de mercure leur faisant équilibre, ou s'engendrer d'une façon dynamique par l'accélération d'un piston. Les forces magnétiques peuvent ou bien provenir de l'action d'un aimant (forces magnétiques proprement dites) ou de l'action d'un courant électrique (forces électromagnétiques). Il n'est pas évident *a priori* que ces différentes générations de la force aboutissent au même résultat. C'est grâce aux renseignements

1. *Principes*, Déf. VIII, p. 6. « Enfin on rapporte la force centripète absolue au centre comme à une certaine cause sans laquelle les forces motrices ne se propageraient point... »

2. *Principes*, Déf. VI, p. 4.

3. *Principes*, Déf. IV, p. 5.

de l'expérience que nous avons établi peu à peu le principe de *l'unité de la force*. D'après ce principe la nature d'une force ne dépend pas de l'énergie qui lui a donné naissance. Ainsi l'action exercée sur un pôle magnétique est la même avec un courant continu qu'avec un aimant de dimensions convenables [1]. Les pressions qu'on obtient par le jeu d'une pompe sont les mêmes que celles des machines thermiques. Newton avait reconnu dans les cas les plus simples que toutes les forces sont homogènes entre elles. Un choc peut équilibrer une pression comme il peut contrebalancer l'action d'un centre. Le principe de l'unité de la force est implicitement admis par Newton comme un axiome de la Philosophie Naturelle.

Les définitions de la masse et de la force ne sont pas les seules dont la mécanique fasse usage. On sait que les *longueurs* et les *temps* sont inséparables des masses et des forces. Si l'on veut réduire au minimum le nombre des unités mécaniques fondamentales, il en faut admettre au moins trois distinctes. Toutes les grandeurs que nous avons à envisager peuvent se mesurer d'une manière commode si à l'étalon de masse ou à l'étalon de force nous ajoutons une unité de temps et une unité de longueur. Les modernes adopteront définitivement en physique un système d'unités fondé sur l'emploi d'une masse, d'une longueur et d'un temps. Newton se sert de préférence des forces, des longueurs et des temps. Mais de toutes façons il était nécessaire dès le début de la mécanique d'éclaircir les notions de durée et d'étendue afin d'aboutir à un choix d'unités qui fût compatible avec les conditions réelles. C'est la tâche que s'est assignée Newton dans l'important *Scholie* qui termine les Définitions du Livre I des *Principes*. Une partie de ce qu'on peut appeler sa théorie de l'espace et du temps se trouve contenue dans ce scholie, et nous verrons plus tard que sa métaphysique se rattache étroitement à ces vues mécaniques.

Les idées de forces et de masse, telles que Newton les a définies, n'étaient pas extrêmement éloignées des données du bon sens. La notion de densité des corps, celle de pression, de force centripète, d'inertie, sont vaguement connues de tout le monde. Seulement le bon sens les possède d'une façon obs-

1. Cf. *Poincaré*. *Électricité et optique*, le chapitre relatif à l'unité de la force magnétique.

cure et qualitative. Lorsqu'un solide est mis en mouvement, le vulgaire comprend bien que « quelque chose » a dû occasionner le mouvement, mais il ne peut déterminer la mesure de ce facteur mystérieux. L'importance des définitions de Newton vient, comme il l'énonce lui-même, de leur précision verbale. Lorsqu'il emploie les expressions de force d'inertie ou force centripète, il donne une signification précise « à des termes qui ne sont pas communément usités[1] ». C'est là, nous le savons, un progrès essentiel. Toute la marche des Mathématiques s'est faite en appliquant des signes exacts à des notions banales. En Mécanique le même fait se produit. Il importe de donner une forme quantitative à ce que le bon sens perçoit confusément, et le rôle des définitions premières est précisément de faciliter cette transformation.

S'il n'est pas de notions plus communes que celles de temps, d'espace, de lieu, de mouvement, il n'en est pas non plus que l'esprit vulgaire conçoive avec moins de netteté. L'espace et le temps apparaissent communément comme liés aux choses sensibles. Nous les considérons comme des qualités, des propriétés des choses sensibles, et cela nous empêche complètement d'en obtenir une mesure rationnelle. Sur ce point Newton serait d'accord avec des métaphysiciens comme Spinosa ou Malebranche. Il estime comme les disciples de Descartes que la sensibilité ne peut nous fournir que des données imparfaites touchant l'espace et le temps. Il ne pense pas cependant qu'elle soit nécessairement trompeuse. Il n'aurait certes pas admis le paradoxe de la métaphysique de Malebranche, savoir que l'étendue intelligible est entièrement incomparable avec ce que nous fournissent les sens et qu'il faut prendre pour s'en faire une idée le contrepied des données sensibles. Il n'eût pas davantage accepté les théorèmes de Spinosa sur la durée. S'il y a une différence notable entre le temps et l'éternité, du moins cette différence n'est pas une opposition complète. La durée sensible que tout le monde perçoit est identique dans son fond au temps véritable. Elle n'en diffère que par sa confusion et son caractère qualitatif.

S'il n'est pas essentiellement faux de croire que l'étendue et

1. Cf. *Principes*, Déf. III. « On peut donner à la force qui réside dans le corps *le nom très expressif* de force d'inertie. »

la durée tombent sous l'application de nos sens, il faut remarquer du moins que « pour n'avoir considéré ces quantités que « par leurs relations à des choses sensibles, on est tombé dans « plusieurs erreurs[1] ». C'est que l'espace et le temps sont avant tout des réalités naturelles, comme les masses, comme les forces, comme les mouvements. Si l'on veut en faire des objets mathématiques, il est indispensable, ici comme ailleurs, d'introduire l'idée d'égalité, puis celle d'addition. Or les sens ne peuvent donner ces idées que sous certaines conditions, très particulières. Lorsque deux espaces nous semblent égaux c'est toujours en supposant qu'on les rapporte aux mêmes repères. Lorsqu'un temps nous semble double d'un autre, cela veut dire qu'un phénomène bien déterminé, par exemple l'écoulement du sable dans le sablier, s'est produit une fois pendant le premier alors qu'il s'est répété deux fois dans le second. Mais qu'est-ce qui prouve qu'avec d'autres repères la mesure des longueurs eût été la même ? Il est des cas expérimentaux où le contraire se produit, et tous les phénomènes de mouvement relatif en sont des exemples. Pareillement d'où pouvons-nous conclure que les temps mesurés avec le sablier sont identiques à eux mêmes ? N'avons-nous pas des exemples nombreux de phénomènes qui se succèdent en s'amortissant et dont la durée ne reste pas la même d'une période à l'autre ?

Nous devons dire alors que la mesure des temps, la mesure des espaces, si elles sont faites au moyen des seules données sensibles, peuvent varier selon les circonstances. Il est possible que l'égalité ou l'addition, introduites par une convention déterminée, soient détruites par des observations nouvelles. Si donc nous voulons attribuer une valeur stable aux mesures mécaniques, nous serons amenés à des définitions abstraites de l'égalité et de l'addition. Ce sont des idées rationnelles, des idées *a priori*, qui nous serviront de règle absolue pour la comparaison des réalités sensibles. C'est justement là ce qu'ont essayé de faire Spinosa et Malebranche. Mais toutes les difficultés ne disparaissent pas ainsi. Le rapport de nos définitions abstraites aux phénomènes donnés devient arbitraire. Selon la variété des systèmes théoriques, il faudra se faire des

1. *Principes*, *loc. cit.*

idées différentes de l'espace et du temps réels. Pour garantir à la Mécanique des définitions pratiques, — c'est-à-dire des définitions à la fois exactes et naturelles, — Newton est obligé de procéder à une analyse nouvelle des idées d'espace et de temps. Cette analyse seule pourra nous faire savoir jusqu'à quel point il est légitime d'employer dans le calcul des forces les symboles de temps et les symboles de longueur.

Tout l'intérêt du *Scholie* de Newton repose sur la distinction qu'il établit entre les temps, les espaces, les lieux et les mouvements, en ***absolus*** et ***relatifs***, ***vrais*** et ***apparents***, ***mathématiques*** et ***vulgaires***. Il est impossible d'attribuer une signification constante aux expressions dont se sert ici Newton. Il ne donne nulle part une définition exacte de ce qu'il nomme absolu par opposition au relatif, et il est visible qu'il emploie ces termes dans deux acceptions assez différentes. Il semble qu'on puisse apporter beaucoup de clarté aux idées de Newton en admettant que l'opposition du relatif et de l'absolu revêt chez lui deux formes bien distinctes. Dans un premier sens l'absolu s'oppose au relatif comme le rationnel au sensible, ou comme ce qui est métaphysique s'oppose à ce qui est simplement physique. C'est cette opposition que Newton désigne par celle du *vrai* et de *l'apparent*. A un point de vue tout autre, l'absolu diffère du relatif, comme ce qui est *mathématique* de ce qui est *vulgaire*. Ceci signifie qu'une conception vulgaire est caractérisée par le manque de rigueur. Il se peut fort bien que le vulgaire se fasse une idée claire de certaines choses, mais il ne saura pas situer son idée dans le cadre des idées voisines. Il ne comprendra pas quelles limitations elle doit forcément subir, et en croyant toucher la vérité absolue, il restera malgré tout dans le domaine du relatif. Faire une observation juste sans en apprécier la portée, voilà le caractère de l'esprit vulgaire, et c'est la raison pour laquelle Newton le qualifie de relatif. L'esprit mathématique, comme on le verra bientôt, n'est pas supérieur à l'esprit vulgaire en ce sens qu'il pourrait connaître plus que lui. Les limites imposées au savoir humain règlent aussi bien la connaissance scientifique que la connaissance vulgaire, et il est impossible même au savant d'affirmer, en quelque matière que ce soit, une vérité métaphysique ou absolue. Pourtant le physicien, le mathéma-

ticien possèdent un avantage considérable sur l'homme ordinaire. Ce que ce dernier perçoit vaguement, ils lui donnent une forme numérique. Ce que le vulgaire affirme dogmatiquement ils l'affirment avec une connaissance exacte des conditions où l'affirmation est légitime. Aussi bien les deux choses sont-elles solidaires. L'homme qui se contente d'un sentiment très vague, généralement qualitatif des choses, est aussi celui qui a le plus de tendance à leur donner une portée qu'elles n'ont pas : c'est celui dont les idées seront le plus relatives. Le savant expérimental au contraire cherche à préciser les impressions des sens et leur applique dans la mesure du possible le langage mathématique, et cela même l'oblige à voir jusqu'où ses équations sont valables. Ainsi la supériorité du mathématicien sur l'homme ordinaire n'est pas, comme le langage de Newton pouvait le faire croire tout d'abord, que l'un possède, alors que l'autre ne possède pas, le moyen de connaître le vrai absolu. Ils sont condammés tous deux, par la nature des choses, à se limiter aux rapports observables. Seulement tandis que le premier a conscience de ce qu'il fait, parce que les mathématiques lui font apercevoir à la fois la valeur et les limites de sa méthode, le second, réduit aux impressions sensibles, oublie qu'il opère sur des relations et se méprend sur la portée de ses idées.

Il résulte de là que la confusion de l'espace absolu et de l'espace relatif, du temps absolu et du temps relatif, du mouvement absolu et du mouvement relatif, pourra se faire de deux manières. Ou bien nous confondrons les réalités *vraies* et les réalités *apparentes*, ou nous prendrons les objets *vulgaires* pour des objets *mathématiques*. La première confusion est celle qui eût semblé la plus grave à Descartes ou aux métaphysiciens qui l'ont suivi. Elle consiste dans une assimilation fautive de ce que la raison nous donne *a priori* et de ce que les sens nous représentent dans l'expérience. Ainsi l'étendue intelligible ne peut être identifiée à l'étendue sensible sans qu'il s'en suive, dans le système de Malebranche, une erreur propre à dénaturer la philosophie tout entière. Chez Newton au contraire, pour qui les préoccupations métaphysiques demeurent secondaires, la grande erreur à éviter n'est pas de prendre pour une réalité métaphysique ce qui est simplement

une réalité physique. Une pareille faute peut être grave comme erreur de principe, mais elle n'a pas de retentissement sur tout le développement de nos idées. Le vrai danger est de tomber dans une confusion de l'absolu et du relatif au deuxième sens indiqué plus haut.

Que se passera-t-il en effet si les notions vulgaires viennent prendre la place des notions mathématiques ? Toute définition devient impossible, toute mesure devient illusoire. Admettons que l'astronomie, confiante dans les idées vulgaires, se contente de regarder l'espace comme un milieu lié invariablement à la terre, sans comprendre ce qu'une pareille idée a d'hypothétique et d'improbable. Il en résultera une vue inexacte de tous les phénomènes célestes. Bien plus, les mesures de distances deviendront impossibles, car le système fixe servant de repère a été choisi arbitrairement, et les distances rapportées à ce système varieront suivant une loi qui échappe. Supposons au contraire que l'esprit se rende compte de la valeur conditionnelle de ses conceptions, qu'il reconnaisse ce qu'il y a d'arbitraire dans son choix de l'espace absolu, aussitôt nous rendons aux choses leur situation relative, et des mesures correctes sont possibles. C'est pour cela que dans l'esprit de Newton le principal souci du physicien doit être non pas tant de se séparer du métaphysicien que de se séparer du raisonneur hâtif. Les erreurs métaphysiques sont compatibles avec l'emploi d'un langage exact, et il suffira de changer le sens de quelques termes pour revenir à l'expression fidèle des faits. Tandis que si nous employons un langage obscur, confus, mal défini, pour désigner des choses que nous croyons connaître parfaitement, l'erreur commise est irréparable, il ne reste qu'à recommencer les recherches en partant de définitions nouvelles.

Newton affirme sans démonstration l'existence de l'espace absolu et celle du temps absolu. S'il fallait donner au mot absolu sa signification métaphysique, une pareille affirmation aurait de quoi surprendre. Nous sommes accoutumés à voir chez Newton les vues *a priori* reléguées au second plan et le souci des définitions nominales l'emporter sur le goût des hypothèses. Nous venons de dire que son principal effort n'est pas de séparer les notions rationnelles des notions vulgaires,

mais d'empêcher qu'on attribue à ces dernières une portée qu'elles n'ont pas. Il devient vraisemblable dès lors que l'espace et le temps absolus de Newton ne sont pas ces réalités métaphysiques que le cartésianisme admet *a priori*. Les idées que Newton veut définir sont ici, comme en mathématiques, des idées limites. Elles participent de la nature des connaissances vulgaires, mais possèdent en plus la rigueur et l'uniformité.

Considérons par exemple la notion du temps. « Le temps absolu, vrai et mathématique, sans relation à rien d'extérieur, coule uniformément et s'appelle *durée*[1]. » Est-ce à dire qu'il diffère en nature du temps ordinaire, du temps *relatif?* Newton dit expressément le contraire. Loin de partager l'idée de Spinosa ou de Malebranche pour qui l'éternité est autre chose que le temps, — si bien que les mêmes unités ne peuvent leur convenir, — Newton considère le temps absolu et le temps relatif comme identiques « d'espèce et de grandeur ». On sait que pour Malebranche ou pour Spinoza le temps absolu n'était pas mesurable. Chercher à appliquer à l'éternité les procédés de connaissance qui réussissent dans le monde sensible, c'est faire intervenir l'imagination dans la représentation des concepts, c'est mélanger les impressions sensibles aux vues de l'entendement. De là l'opposition créée par ces penseurs entre la durée physique ou perceptible d'une part, l'éternité métaphysique de l'autre. Newton, et c'est là l'originalité de sa théorie, considère que tout ce qui est grandeur est par essence susceptible de mesure. Le temps vulgaire ou relatif est susceptible de mesure approchée, le temps mathématique ou absolu admet une mensuration exacte.

Que se passe-t-il en effet dans la pratique lorsque nous devons estimer une portion du temps? Il nous est indispensable d'avoir recours à un phénomène pouvant se répéter, et de compter combien de fois ce phénomène se reproduira dans le temps donné. Si ce phénomène ne peut convenir à une mesure exacte de l'intervalle donné, il faudra procéder comme en arithmétique, c'est-à-dire créer des sous-phénomènes, analogues aux sous-multiples de l'unité, à l'aide desquels on

1. *Principes*, L. I, Scholie, p. 10.

puisse mesurer le résidu de la première opération. Si cette approximation ne suffit pas, on en fera une seconde, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive à une évaluation pratiquement exacte. C'est ainsi que le mouvement diurne, par la succession périodique des jours et des nuits, a fourni la première unité de temps. Pour les temps plus petits qu'une journée, les anciens ont créé des mesures plus petites, comme le temps d'écoulement du sablier, les modernes, se conformant davantage aux analogies arithmétiques, ont subdivisé l'unité en parties égales et introduit des unités secondaires. Quel que soit le moyen qu'on applique à la mesure du temps, on suppose toujours quelque chose d'analogue : un phénomène périodique régulier, d'autres phénomènes périodiques à périodes plus courtes servant à mesurer les excédents fractionnaires.

Il est impossible, on le voit, de songer à faire une mesure du temps, si l'on ne possède pas un étalon constant, c'est-à-dire de période invariable. Or qui nous assure en pratique de l'invariabilité des périodes ? On a d'abord pris les jours naturels pour une mesure égale du temps. Mais les astronomes savent depuis longtemps que tous ces jours sont inégaux, et afin de mesurer les mouvements célestes par un temps plus exact ils ont divisé en parties égales l'année solaire moyenne et ont convenu d'appeler jour moyen l'unité provenant de cette subdivision. Est-ce à dire que l'unité nouvelle soit absolument invariable ? Non seulement cela est douteux, mais nous savons que les inégalités séculaires du mouvement diurne deviennent insensiblement appréciables et entraînent un changement du jour solaire moyen. On peut songer alors à se servir de phénomènes autres que les phénomènes astronomiques. Il suffit qu'un phénomène physique se reproduise sans altération pour qu'il puisse servir d'étalon de durée. C'est ainsi que les mouvements du pendule, les vibrations d'un diapason sont devenus le principe des horloges et des chronographes. Cependant ici encore des causes d'erreur se manifestent. La résistance que le milieu fluide oppose aux allées et venues d'un pendule suffit à créer d'une oscillation à l'autre un retard de marche croissant. Les vibrations d'un diapason, au lieu d'être rigoureusement isochrones, sont de période légèrement variable selon l'amplitude et l'amortissement. « Il est très possible, dit

Newton, qu'il n'y ait point de mouvement parfaitement égal qui puisse servir de mesure exacte du temps. Car tous les mouvements peuvent être accélérés et retardés, mais le temps absolu doit toujours couler de la même manière. »

On voit alors ce que sera ce temps absolu. Si nous nous servons d'une unité de temps de plus en plus constante et identique à elle-même, les temps relatifs que nous mesurerons se rapprocheront de plus en plus du temps absolu. Il est impossible d'arriver réellement à un étalon fixe. La mesure exacte du temps est un idéal dont on ne peut qu'approcher. Mais théoriquement on conçoit qu'à l'aide de corrections successives on tire des mesures relatives une mesure absolue du temps. Ainsi lorsque nous parlons du temps absolu, nous n'admettons pas une réalité à part, incomparable avec le temps sensible. Ces deux grandeurs sont homogènes, elles ne diffèrent que par un terme correctif dit « équation du temps [1] ». Le temps absolu est mesurable pour les mêmes raisons que le temps relatif. Mais tandis que dans ce dernier cas les nécessités de la pratique nous contraignent d'employer des unités concrètes, on peut, lorsqu'il s'agit du temps absolu, passer à la limite et faire usage d'unités idéales qui sont par définition invariables [2].

Il faut envisager d'une manière analogue l'*espace absolu*. « L'espace absolu, sans relation aux choses extérieures, demeure toujours similaire et immobile. L'espace relatif est cette mesure ou dimension mobile de l'espace absolu, laquelle tombe sous nos sens par sa relation aux corps, et que le vulgaire confond avec l'espace immobile. » Admettre l'espace absolu, ce n'est pas aux yeux de Newton faire une supposition métaphysique, c'est admettre à proprement parler que des mesures de longueur sont possibles [3]. L'esprit vulgaire est

1. *Principes*. L. I, Scholie. p. 10.

2. *Ibid*. « La durée ou la persévérance des choses est donc la même, soit « que les mouvements soient prompts, soit qu'ils soient lents, et elle serait « encore la même quand il n'y aurait aucun mouvement. Ainsi il faut bien dis- « tinguer le temps et ses mesures sensibles, et c'est ce qu'on fait par l'équa- « tion astronomique. La nécessité de cette équation dans la détermination « des Phénomènes se prouve par l'expérience des horloges à pendule, et « par les observations des éclipses des satellites de Jupiter. »

3. Nous nous plaçons à un point de vue exclusivement historique, et nous cherchons à faire voir comment, dans la doctrine de Newton, le pos-

parfaitement capable de concevoir cet espace absolu. On peut lui reprocher seulement de voir l'espace absolu là où il n'est pas, c'est-à-dire dans des déterminations rapportées à des repères variables. Soit l'exemple du chemin parcouru par la lune sur son orbite. L'esprit vulgaire s'imagine qu'un espace quelconque, pris au-dedans de la terre ou dans le ciel, « est déterminé par la situation qu'il a à l'égard de la Terre[1] ». Il croira que la lune est liée à la terre et décrit autour d'elle une orbite circulaire. De là des déterminations qui ne sont pas fausses par elles-mêmes, mais qui sont fausses par la signification qu'on leur attribue. Si l'on se rendait compte qu'on vient de mesurer des grandeurs relatives, on resterait fidèle au point de vue scientifique. C'est lorsqu'on attribue aux repères terrestres une immobilité absolue qu'on tombe dans l'erreur. L'origine de cette erreur physique se trouve, de l'aveu même de Newton, dans « les nécessités de la vie civile[2] ».

L'espace absolu ou immobile n'est mesurable que théoriquement. En fait, une portion de l'espace absolu est de même nature qu'une partie de l'espace mobile avec laquelle elle peut venir en coïncidence. Ainsi la terre, entourée de son atmosphère est un sphéroïde que nous croyons immobile et qui coïncide à chaque instant avec un sphéroïde identique dans l'espace absolu. Si nous possédions des unités de longueur, de surface, de volume, qui fussent rigoureusement invariables, nous pourrions essayer de procéder à une mesure absolue de l'espace. Mais nous savons que les points de repère, nécessaires dans toute mesure, se modifient constamment. Les systèmes de comparaison que nous supposons fixes vont en se déformant ou en se déplaçant, et les longueurs que nous pensions mesurer absolument seront mesurées par rapport à une

tulat d'un espace absolu est lié à la croyance en une science mathématique. Nous montrons l'importance qu'a eue ce postulat sur le développement de la Géométrie et de la Mécanique. En se plaçant à un tout autre point de vue, il est possible de se demander avec M. H. Poincaré (*La Science et l'Hypothèse*, ch. VII, p. 135 sqq.) quelle est de nos jours la portée de ce qu'on nomme « le principe du mouvement relatif » et dans quelle mesure un pareil principe est une donnée de l'expérience. Nous renvoyons, pour l'étude de cette question, à l'ouvrage de l'illustre géomètre (Paris, chez Flammarion, 1902).

1. *Principes*, L. I, Scholie, p. 8.

2. *Ibid.*, p. 12.

base dont la variation nous échappe. Parfois il est possible d'introduire dans la mesure des longueurs une correction analogue à l'équation du temps. C'est par exemple un fait bien connu des métrologistes que la correction de température propre à chaque étalon. Mais ici encore une approximation indéfinie n'est possible qu'idéalement. Un système vraiment invariable peut se concevoir comme une limite, et c'est là que sera le modèle d'un espace absolu. Les nécessités de la physique concrète nous obligent à la relativité en matière d'espace comme celles de l'astronomie concrète nous obligeaient à la relativité en matière de temps. Dans l'un et l'autre cas l'absolu nous échappe, par l'imperfection de nos connaissances sensibles. Mais aussi dans les deux exemples, nous laissons subsister avec Newton, à titre de limite idéale, la possibilité d'une mesure absolue. Si nous savions à quel mouvement est lié le mouvement de la terre, à quel autre mouvement est lié celui-là, et ainsi de suite jusqu'à l'infini, les mesures que nous nommons relatives pourraient acquérir une valeur absolue. En réalité l'espace absolu et l'espace relatif, comme le temps absolu et le temps relatif, ne diffèrent ni d'espèce, ni de grandeur, « mais ils diffèrent parfois de nombre[1] ». Ceci veut dire que leur estimation peut conduire à des résultats différents selon le système de référence qu'on adopte. L'esprit mathématique ici comme ailleurs se distinguera de l'esprit vulgaire en ce qu'il étudie *les mêmes* objets avec plus de rigueur, en ce qu'il se rend compte à chaque instant de la relativité de ses méthodes et des degrés qui le séparent d'une mesure absolue[2].

Après avoir montré dans quel sens Newton emploie les expressions d'*espace* et de *temps* absolus, on peut décider s'il y a des points de contact entre sa théorie et celle de Leibniz. Pour ce dernier, l'espace et le temps sont de pures relations. Ils résultent de notre manière de voir, et ne sont que des

1. *Principes*, Scholie, p. 8.

2. Cf. *Principes*, L. I, Scholie, p. 11. « Comme les portions de l'espace ne « peuvent être vues ni distinguées les unes des autres par nos sens, nous « y suppléons par des mesures sensibles. Ainsi nous déterminons les lieux « par les positions et les distances à quelque corps que nous regardons « comme immobile, et nous mesurons ensuite les mouvements des corps « par rapport à ces lieux ainsi déterminés. Nous nous servons donc des « lieux et des mouvements relatifs à la place des lieux et des mouvements « absolus. »

formes confuses imposées par notre sensibilité aux rapports objectifs. Il serait donc impossible à Leibniz d'accepter les distinctions de Newton entre l'espace absolu et l'espace relatif. L'espace est toujours absolu, si l'on entend par là qu'il a sa raison d'être dans l'harmonie absolue des choses ; il est toujours relatif si l'on veut dire que sans la multiplicité des êtres il n'y aurait pas de rapports d'espace. Au premier abord, on surprend chez Newton une formule bien voisine des formules leibniziennes. « Tout est dans le temps, dit-il, quant à l'ordre de la succession ; tout est dans l'espace quant à l'ordre de la situation[1]. » N'est-ce pas là un équivalent exact du principe leibnizien, d'après lequel l'espace est l'ordre des coexistences, le temps l'ordre des possibilités inconstantes ? Il serait dangereux d'attacher trop d'importance à l'analogie des deux formules. Newton nous dit expressément que l'idée de lieu, d'espace ou de volume, ne peut se ramener à l'idée de situation. « Les situations, à parler exactement, n'ont point de quantité, ce sont plutôt des affections des lieux, que des lieux proprement dits[2]. » Ainsi Newton ne se range pas à l'idée que les rapports extérieurs des objets peuvent donner naissance aux propriétés spatiales. Pour lui, l'étendue d'un corps n'est pas simplement une dénomination extrinsèque. Le volume ou le lieu est une propriété intime, qui réside, tout comme la pesanteur, dans les moindres particules de l'objet. Nous retrouvons ici l'idée physique, déjà mise en lumière précédemment, que le volume est une propriété spécifique de la matière concrète : il lui est intérieur et a son siège dans toutes ses parties. On voit alors que le relativisme de Newton n'offre avec la métaphysique leibnizienne qu'une analogie verbale. Tandis que Leibniz s'efforce de réduire les propriétés sensibles de l'espace à une idée abstraite d'ordre ou de situation, Newton considère que ces propriétés sont essentielles à l'espace lui-même. Si l'on veut définir un espace absolu, il ne faudra pas éliminer ces propriétés par l'abstraction, il faudra les préciser par le calcul.

Les notions de temps absolu et d'espace absolu amènent Newton à la définition du *mouvement absolu*. Le mouvement

1. *Ibid.*, p. 10.
2. *Ibid.*, p. 8.

absolu est la translation des corps d'un lieu absolu dans un autre lieu absolu, et le mouvement relatif est la translation d'un lieu relatif dans un autre lieu relatif. Supposons un vaisseau poussé par le vent, tandis que le pilote se meut le long du navire. On peut se représenter ce mouvement de façons diverses. Admettons que le navire se transporte de l'orient vers l'occident avec une vitesse constante. Pour un passager immobile sur le pont, le vaisseau représente un certain volume, ou comme dit Newton un certain lieu, auquel son propre corps ou son propre volume est invariablement lié. Cet espace est aux yeux de l'observateur qui en fait partie un espace absolu. Ceci veut dire que le passager aura intérêt à se considérer comme résidant sur un système fixe et à rapporter les apparences optiques à la situation du vaisseau, prise comme invariable. Mais admettons que le navire ait touché terre et que le passager ait pu s'assurer des apparences que présente le vaisseau regardé du rivage. S'il veut conserver les façons de voir qu'il possède à ce moment, il devra, une fois remonté à bord comprendre que les mouvements *absolus* par rapport au navire sont des mouvements *relatifs* par rapport à la terre. Le pilote qui se déplace sur le navire pourra lui sembler mobile par rapport au navire et immobile par rapport à la terre. D'ailleurs, le rivage lui-même est mobile en un certain sens, puisque la terre se transporte dans l'espace en tournant de l'occident vers l'orient. Et ce que nous nommons occident et orient sont des repères qui se déplacent avec la position du soleil. De la sorte on arrive à l'idée que tous les objets emportent avec eux un espace qui leur est lié. Pour un observateur solidaire de cet espace, l'objet paraîtra immobile et le reste de l'univers semblera mobile. Pour un observateur qui se déplace avec un système différent, le repos de tout à l'heure semblera mouvement, et le mouvement repos.

Il y a plus. Lorsque nous prenons un repère fixe pour y rapporter les mouvements extérieurs, notre comparaison ne se fait pas tout d'un coup. Si par exemple nous voulons juger du mouvement d'une feuille d'arbre, nous la comparons d'abord au mouvement de la branche qui la porte, puis ce mouvement à celui d'une grosse branche, et ce dernier à celui du tronc. En d'autres termes, la comparaison du mouvement avec un sys-

tème fixe ne se fait pas d'une manière directe, mais par l'emploi de systèmes intermédiaires qui facilitent le rapprochement. Ce procédé est indispensable dans le cas de mouvements très petits ou très grands, qu'une gradation de mouvements moyens peut seule mettre en évidence. Il suit de là une conséquence importante. Un mouvement peut être plus ou moins relatif selon le nombre des systèmes intermédiaires utilisés pour sa mesure. Or, ce nombre, dans une large mesure, dépend de l'arbitraire de l'esprit, et se détermine par des raisons pratiques. Donc il est indispensable de reconnaître que non seulement l'existence des mouvements relatifs, mais encore le degré de leur relativité, dépendent de notre manière de voir. Nous n'avons pas de règle objective pour déterminer les mouvements absolus. Le choix d'un système invariable est le plus souvent une question pratique. C'est ce que Newton veut faire comprendre lorsqu'il dit qu' « il est très difficile de connaître les mouvements vrais « de chaque corps, et de les distinguer actuellement des mou- « vements apparents, parce que les parties de l'espace immo- « bile dans lesquelles s'exécutent les mouvements vrais ne « tombent pas sous nos sens ». C'est dire que le choix des « espaces vrais » comporte une part d'arbitraire où les raisons subjectives peuvent trouver place.

Cependant, et c'est là un point important, Newton ne renonce nulle part à l'idée du mouvement absolu, pas plus qu'il ne rejette le temps absolu ou l'espace absolu. Bien que les sens ne puissent nous faire connaître le repos absolu, « il serait absurde que les lieux primordiaux se mussent ». La nécessité du repos absolu n'exprime pas autre chose que cette impossibilité. En même temps que nous affirmons le repos absolu, nous affirmons qu'on ne peut l'atteindre actuellement, bien qu'il soit nécessaire de l'admettre comme borne du mouvement relatif. Les mouvements sont avant tout des phénomènes concrets, et ils doivent posséder comme tels une *quantité* déterminable. C'est le sentiment du bon sens vulgaire, c'est aussi la croyance de Newton lorsqu'il pose l'existence du mouvement absolu. Pour la science, un mouvement n'est connu ***entièrement*** que s'il est rapporté à des axes immobiles[1]. Dans la pratique

1. *Principes*. L. I. Scholie, p. 12. « Tous les mouvements qui s'exécutent « dans des lieux mobiles ne sont donc que les parties des mouvements

la commodité des mesures nous oblige à n'évaluer du mouvement que la partie accessible à nos sens. Par là même nous donnons à nos résultats une valeur relative, mais aussi nous avons conscience de la raison qui nous sépare des mesures absolues. La science n'a pas d'autre avantage sur le sentiment vulgaire.

Est-il possible au moins de discerner les mouvements absolus des mouvements relatifs ? Possédons-nous un critérium sensible qui permette de définir dans quel cas un corps se meut dans l'espace absolu, dans quel cas au contraire il est au repos par rapport à cet espace? On sait que ce problème était insoluble pour la physique cartésienne. Descartes, qui réduisait les corps à des fragments de l'étendue, avait dit que la surface des corps est le véritable siège du mouvement. Comme c'est la surface géométrique des corps qui en les séparant du reste de la matière fait leur existence et leur individualité, Descartes soutenait que le mouvement d'un corps s'apprécie aux déplacements de la surface. Lorsque la distance des points de la surface aux points voisins des corps ambiants est variable avec le temps, nous disons qu'il y a mouvement. Lorsqu'elle demeure invariable, nous disons qu'il y a repos. [1] Mais il est évident, pour employer le langage de Newton, que nous n'estimons pas de la sorte le mouvement « entier et absolu » des corps. Nous n'en évaluons qu'une « partie », celle qui est accessible à cet observateur lié aux systèmes ambiants. Supposons les corps ambiants eux-mêmes animés d'un mouvement d'ensemble, il faudra ajouter à la partie observée cette translation commune pour avoir l'expression complète du mouvement. On voit tout de suite que la surface d'un solide pourra rester invariable par rapport aux corps qui le touchent, sans que le solide soit immobile. Il pourra posséder une translation d'ensemble conforme à celle du milieu, et alors son mouvement véritable ne peut s'apprécier relativement à ce milieu.

De là cette idée, dont Newton va faire le plus grand usage,

« entiers et absolus... Ainsi les mouvements entiers et absolus ne peuvent « se déterminer qu'en les considérant dans un lieu immobile. »

1. Cf. Descartes, *Principes de la Philosophie*, IIe partie, § 28. « Que le « mouvement en sa propre signification ne se rapporte qu'aux corps qui « touchent celui qu'on dit se mouvoir. »

qu'il est impossible de discerner le mouvemeut absolu par des propriétés extérieures. Ceci veut dire que la comparaison d'un corps avec des corps voisins ne pourra renseigner jamais sur l'état de repos ou de mouvement que par rapport au système formé par ces corps. Admettons même qu'il existe quelque chose dans la région des fixes, ou beaucoup au delà, qui soit dans un repos absolu. Cette hypothèse est une hypothèse limite que la vérité démentira toujours. Mais même en l'admettant, nous serons incapables de décider si le repos d'un corps terrestre est ou n'est pas comparable à ce repos absolu. Le corps qui est au repos absolu ne tombe pas sous la portée de nos sens, et il faudra bien que nous ayons recours à des corps intermédiaires situés à la surface de la terre, en posant que le repos de ces corps est *plus absolu* que celui de l'objet étudié. Le résultat de notre comparaison sera donc nécessairement relatif et dépendra des conventions faites sur la situation du système de comparaison.

Ici on voit que Newton se rapproche singulièrement du point de vue moderne. Pour la cinématique de nos jours, la différence du mouvement absolu et du mouvement relatif est purement nominale. C'est le choix d'une notation spéciale qui différencie seul, au cours des calculs, les quantités appartenant à l'espace absolu de celles qui sont liées à l'espace relatif. La distinction de ces deux sortes d'espace est donc arbitraire à son point de départ. Il est impossible de connaître, par la simple comparaison des objets, lesquels sont immobiles et lesquels sont mobiles. La comparaison nous apprend seulement s'ils sont mobiles les uns par rapport aux autres. Newton, bien plus nettement que Descartes, était arrivé par des considérations astronomiques à ce relativisme universel. On aurait pu croire qu'il s'y tiendrait définitivement et qu'il effacerait du cadre de la science l'étude des mouvements absolus. Une pareille étude, par les conventions qu'elle suppose, est nécessairement factice et pratiquement stérile. Newton alors, en même temps qu'il a créé la mécanique, l'eût amenée du même coup au plus haut point de perfection logique. Nous allons voir que c'était demander trop au fondateur de la science nouvelle. Newton, malgré ses tendances au relativisme, admet encore la possibilité de reconnaître le mouvement absolu.

A côté des « propriétés » du mouvement, Newton distingue ses « causes » et ses « effets. »[1] Les propriétés du mouvement sont toujours relatives parce qu'elles se tirent d'un rapprochement entre le corps qui se meut et les corps extérieurs. Les causes et les effets du mouvement peuvent être absolus, parce qu'ils existent dans le corps lui-même et ne supposent pour être saisis aucune comparaison avec le dehors. Ce que Newton nomme effets et causes du mouvement, ce sont les forces qui lui donnent naissance ou qui résultent de son accomplissement. Par exemple la force centripète est la cause des mouvements planétaires parce qu'on la constate partout où ils se produisent. La force centrifuge est un effet des mouvements rotatoires parce qu'elle apparaît aussitôt qu'un solide tourne autour d'un axe. Or s'il est une notion de bon sens que Newton admet sans discussion, c'est celle des forces conçues comme des réalité précises, absolues, bien déterminées. Les forces centrifuges ou centripètes peuvent s'appeler des grandeurs naturelles. Elles sont susceptibles d'une mesure intrinsèque, indépendante du point de vue où l'on se place. L'esprit vulgaire comme l'esprit scientifique comprennent que la dépense de travail est une réalité indépendante du choix des axes qui servent à la fixer. Lorsqu'en mouvant le bras je produis de la force, il est clair que cette force est la même pour tout observateur qui l'envisage. Elle ne change pas de valeur selon qu'on l'apprécie à un point de vue ou à un autre. De même l'énergie qui réside dans un corps qui se meut est concrète et bien déterminée. Soit que je suive des yeux la rotation du corps, soit que je me trouve entraîné dans son mouvement, cette énergie existe et possède la même valeur. Mais alors nous nous trouvons en présence d'un indice qui va nous permettre de discerner à coup sûr le mouvement absolu, du mouvement relatif.

Lorsqu'un corps réellement au repos nous semble se mouvoir par rapport à un autre, cette apparence sera bien facile à lever par l'étude des forces mises en jeu. En effet les forces agissant sur un corps ne sont pas des particularités extérieures dont la nature varie avec le système de référence. Les forces sont appliquées directement au corps, elles en sont une pro-

1. *Principes*, L. I, Scholie, p. 11.

priété intime, elles resteraient théoriquement les mêmes si le milieu ambiant disparaissait[1]. Alors l'existence de forces appliquées sera le signe d'un mouvement absolu comme l'absence de pareilles forces sera la marque du repos absolu. En pratique on pourra appliquer ce critérium soit aux forces imprimées soit aux forces centrifuges. Newton donne l'exemple d'un seau d'eau suspendu à une corde qui se détord. Le vase va prendre une rotation absolue, manifestée par l'ascension de l'eau vers les parties supérieures de la paroi. Chaque fois qu'un effort physique est directement appliqué à un corps, on peut dire qu'il y a mouvement absolu. Ainsi le vase d'eau demeurant immobile, on pourrait faire tourner autour de lui une enveloppe cylindrique, et pour l'observateur lié à cette enveloppe, le vase semblerait animé d'un mouvement de rotation analogue à celui qu'on observait tout à l'heure. Les deux cas sont pourtant bien différents. L'eau ne fera pas effort pour monter vers les bords du vase, aucune force centrifuge ne se manifestera· le mouvement sera purement relatif[2]. De même dans le cas de l'astronomie, nous avons constamment à faire à des sphères tournant l'une autour de l'autre ou tournant simultanément autour de leur centre de gravité commun. Comment savoir si c'est là un mouvement absolu, ou une simple apparence? Les forces directement appliquées nous sont inobservables et nous devrons chercher s'il n'y a pas de forces centrifuges qui soient l'effet du mouvement. Les marées résultent précisément du jeu de forces de ce genre et leur existence suffit à prouver le caractère absolu de la gravitation. Cependant, d'après Newton, ce caractère nous serait mieux connu encore, s'il nous était pos-

1. *Ibid.*, p. 12. « Les causes par lesquelles on peut distinguer le mouvement vrai du mouvement relatif sont les forces imprimées dans les corps pour leur donner le mouvement. Car le mouvement vrai d'un corps ne peut être produit ni changé que par des forces imprimées à ce corps même, au lieu que son mouvement relatif peut être produit et changé sans qu'il éprouve l'action d'aucune force. » Et plus loin, page 14. « Le mouvement vrai circulaire de tout corps qui tourne est unique, et il répond à un seul effort qui est sa mesure naturelle et exacte. »

2. *Principes*. L. I, Scholie. p. 13. « Les effets par lesquels on peut distinguer le mouvement absolu du mouvement relatif sont les forces qu'on les corps qui tournent pour s'eloigner de l'axe de leur mouvement. Car dans le mouvement circulaire purement relatif, ces forces sont nulles, et dans le mouvement circulaire vrai et absolu elles sont plus ou moins grandes selon la quantite du mouvement. »

sible de faire l'expérience suivante : joindre les corps qui gravitent par un fil de liaison, et étudier la tension de ce fil. Si ce fil offre une tension réelle, nous saurons que la répulsion des sphères existe objectivement, et nous pourrons distinguer le mouvement absolu d'une pure apparence. Newton attache une importance spéciale aux actions directes s'appliquant aux corps. Partout où elles existent, le mouvement est réel. Même si nous ne possédions nulle part de repère fixe auquel rapporter les mouvements, il nous serait loisible, par l'analyse des tensions, des pressions, des forces centrifuges, de décider quelle est leur vraie nature[1]. Or si l'observation des distances mutuelles est toujours relative, parce qu'elle repose sur des signes extérieurs, l'étude des forces et des tensions est toujours absolue, parce qu'elle s'attaque aux choses elles-mêmes, sans relation à ce qui les entoure.

On peut dire que le relativisme de Newton, si net en ce qui concerne l'espace, le temps, la vitesse, semble subir une restriction en ce qui concerne l'idée de force. Newton n'a pas prévu que les forces peuvent elles aussi être relatives et dépendre dans une large mesure du système auquel on les rapporte. C'est le point sur lequel ses idées seront perfectionnées par la dynamique moderne. Malgré cela il est juste de dire que Newton a eu conscience du rôle de plus en plus important que devait jouer dans la Mécanique Rationnelle l'idée du mouvement relatif. S'il n'a pas développé jusqu'à ses dernières limites les conséquences de cette idée, on peut reconnaître qu'il les a pressenties, et que le relativisme scientifique allait s'engager de plus en plus consciemment dans la voie tracée par Newton.

Malgré la restriction que nous venons de faire, les définitions de Newton, — définition de la masse, de la force, de l'espace, du temps et du mouvement, — constituent le premier exemple d'un système scientifique *positif*. Descartes dans ses *Principes* avait introduit des définitions *a priori*, et nous savons qu'il pensait les fonder sur les axiomes de sa métaphysique. Le sys-

1. *Ibid*. p. 16. « On parviendrait de même à connaître la quantité et la « détermination de ce mouvement circulaire dans un *vide* quelconque « immense, où il n'y aurait rien d'extérieur ni de sensible à quoi on pût « rapporter le mouvement de ces globes. »

tème des définitions cartésiennes est acceptable au point de vue logique. Descartes n'avait pas à se demander si ce système est compatible avec les faits, puisqu'étant clair et distinct il doit s'imposer aux faits. Bacon, pour qui les définitions abstraites sont synonymes d'hypothèses, avait compris qu'il était nécessaire d'instituer des définitions expérimentales, mais il n'a donné nulle part la théorie de ces définitions[1]. Il semble qu'il ait lui-même trop peu pratiqué la méthode positive pour avoir eu des idées exactes sur les notions fondamentales de la mécanique. Newton pouvait accorder à Descartes qu'il faut établir les définitions scientifiques en faisant abstraction des sens, en même temps qu'il estimait comme Bacon indispensable de les faire reposer sur les suggestions de la nature. La masse, la force, le mouvement sont des données concrètes que les sens nous révèlent, mais que l'entendement doit interpréter. Si elles n'avaient rien de sensible, leur application à la réalité serait arbitraire. Si d'autre part elles n'étaient élaborées par l'esprit, nous resterions livrés au hasard des conceptions vulgaires. Newton prétend garder des notions ordinaires l'aspect intuitif et emprunter à l'esprit scientifique le principe des mesures. Peu lui importe que ces notions soient innées ou empiriques. Il suffit qu'elles se montrent calculables pour que l'usage en soit légitime. C'est la première apparition dans la science de l'*esprit positif*.

Il y a plus. Les notions mécaniques sont avant tout des notions pratiques. Ce qui fait l'importance de l'idée de masse ou de l'idée d'accélération, c'est qu'elles sont parfaitement adaptées à l'expression des faits. La description d'un mouvement naturel, qui serait vague ou incomplète si on la faisait en partant de détails quelconques, devient à la fois courte et exacte si on se sert de ces notions. La force, la masse, la vitesse sont des concepts que leur utilité désigne pour donner le schéma du mouvement. Ils permettent des mesures approchées et par suite des prévisions. Mais si nous prétendons faire des mesures pratiques, ou comme dit Newton des mesures utili-

1. Dans les « Desiderata » Bacon faisait place à un chapitre sur « les signes des choses », où il se proposait sans doute d'établir la théorie de la définition.
Cf. *De Dign. et Augm. Scient.*, t. VI, ch. I.

sables dans la vie civile, il nous faut opérer avec des unités qui soient elles-mêmes pratiques. Pour cela nous devons avoir recours à des systèmes de comparaison variables, toujours choisis de façon à rendre les mesures le plus intuitives et le plus faciles. Alors la question se pose de savoir quelle valeur auront nos mesures. Si nous les effectuons de la façon qui nous semble la plus naturelle, s'ensuit-il qu'elles aient en même temps une valeur objective? Et si cette valeur objective leur est refusée, faut-il se contenter d'une simple valeur pratique?

Le caractère pratique des mesures les transforme immédiatement en opérations *relatives*. Cette transformation, nous l'avons vu, n'est pas ce que Newton redoute. Il convient au contraire de se rendre compte que le point de vue auquel nous nous plaçons ne donne des choses qu'une idée relative, et de préciser le degré de cette relativité. On peut dire qu'aux yeux de Newton, c'est là une façon, la plus rapprochée de toutes, de connaître la réalité absolue. L'esprit vulgaire se contente de considérer ses conceptions comme lois de la nature. L'esprit mathématique a pour principe d'introduire la précision partout, et avec la précision un certain relativisme. Est-ce à dire qu'il renonce complètement à se faire l'idée d'un espace absolu, d'un temps ou d'un mouvement absolus? Nous avons vu que sur ce point le *relativisme* de Newton n'est pas intégral. Il laisse subsister, au moins comme idéal, la connaissance des réalités absolues, et si la science ne peut qu'en approcher, elle en peut approcher indéfiniment.

Enfin on ne peut méconnaître le caractère *nominaliste* des définitions de Newton. Nous avons vu plus d'une fois que pour Newton la netteté des idées est solidaire de celle des termes. Ce qui fait l'utilité des mathématiques, ce n'est pas qu'elles introduisent des notions nouvelles, c'est qu'elles appliquent aux notions acquises un langage dépourvu de confusion. L'effort que le physicien doit faire s'il veut que la mécanique soit possible, c'est de rendre les symboles mathématiques applicables aux quantités réelles : c'est là le rôle propre des définitions. Ainsi l'importance des définitions ne vient pas de ce qu'elles préjugent le fond des choses. Au contraire une définition bien faite ne doit rien nous apprendre de plus que le bon sens. La valeur d'une semblable définition est purement ver-

bale. Elle sera acceptable et féconde si les termes dont elle se compose sont clairs et cohérents, si surtout l'élément quantitatif y est mathématiquement mis en évidence. Alors le calcul sera possible, et avec lui les mesures de vérification. « La signification des mots, dit Newton, doit répondre à l'usage qu'on en fait », et ceci est particulièrement vrai des définitions scientifiques. Elles ne peuvent pas s'envisager indépendamment du rôle pratique auquel on les destine et il faut que dès le début elles soient adaptées aux symboles qu'on emploie. Les noms qu'elles introduisent dans la science ont souvent plus d'utilité que les hypothèses dont elles s'inspirent. Il faut donc au début de la mécanique, et le même fait se reproduira au début de toutes les sciences, faire à propos des définitions de véritables conventions de langage. De l'heureux choix de ces conventions dépend en partie le succès de nos idées. Par l'application de ce principe, Newton se sépare une fois de plus de toute métaphysique, pour s'acommoder d'un nominalisme que toutes les sciences adopteront après lui.

CHAPITRE V

LES PRINCIPES DE LA MÉCANIQUE

Avant d'appliquer les *Définitions* fondamentales de la Mécanique à l'étude des mouvements réels, Newton établit d'une manière sommaire les *Lois du mouvement*. Ces lois peuvent aussi porter le nom d'*Axiomes*. On complète de la sorte l'analogie qui existe entre la Mécanique Rationnelle et la Géométrie d'Euclide. Euclide ne considérait pas les définitions premières comme une base suffisante des démonstrations mathématiques. Il faut leur adjoindre des Axiomes ou Postulats capables de rendre les définitions fécondes. Tel est l'axiome que deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles, tel est aussi le postulat des parallèles. Newton, soucieux de donner à ces Principes une forme rigoureuse, devait naturellement, à l'exemple d'Euclide, poser des Axiomes immédiatement après ses Définitions.

Cependant il ne faudrait pas croire que les Lois du Mouvement ne fussent pour Newton que l'équivalent physique des axiomes d'Euclide. Nous avons dit que la forme géométrique, malgré la minutie avec laquelle Newton l'observe, n'était pas tout à fait essentielle au fond de sa pensée. Il s'en sert surtout comme d'une arme contre la critique. En réalité les idées de Newton forment par elles-mêmes un ensemble cohérent, et l'on concevrait qu'elles eussent été exposées, sans rien perdre de leur valeur, sous une forme moins étroitement déductive. Même dans une exposition plus libre, les Lois du Mouvement fussent demeurées le pivot de la Mécanique. Il est visible que pour Newton elles ont une portée universelle, et s'il y insiste dès le début de son ouvrage c'est qu'il aura à s'en servir à chaque instant.

Quel est en effet l'objet des *Principes* ? C'est de permettre l'application des mathématiques à la mesure des phénomènes de mouvement. Or cette application requiert deux conditions. L'une, qui est convenablement remplie grâce aux définitions newtoniennes, c'est l'introduction d'un langage précis permettant l'emploi de symboles quantitatifs. L'autre est plus malaisée à réaliser. Elle suppose la découverte de principes généraux par le moyen desquels on pose les équations. Il se passe ici ce que l'on constate dans la géométrie pure. La géométrie pure n'est possible que si d'une part on définit clairement les objets auxquels elle s'applique, et si d'autre part on établit des relations qui permettent de trouver les égalités fondamentales. En mécanique nous n'avons pas d'autre but que d'établir des relations simples entre des grandeurs bien déterminées. Le rôle des axiomes ou lois du mouvement est précisément de permettre d'énoncer ces relations dans les cas les plus généraux. C'est en exprimant le principe de l'inertie ou le principe de l'égalité de l'action ou de la réaction que nons écrirons les équations de la dynamique. On voit que le rôle des lois du mouvement n'est pas seulement de satisfaire l'esprit en lui fournissant des types généraux selon lesquels tous les mouvements s'opèrent. Les lois du mouvement sont utiles avant tout parce qu'elles donnent des relations immédiates entre les grandeurs mécaniques. C'est pour cela que Newton se réfère sans cesse à ces lois, dans la théorie des fluides comme dans celle des planètes. Elles sont le principe heuristique, qui, une fois admis, permet d'écrire dans chaque cas les équations du problème.

Les lois du mouvement avaient depuis longtemps sollicité l'attention des physiciens. L'effort entrepris par Newton pour en faire l'étude complète avait déjà été tenté par Descartes et ses disciples. Il est intéressant de comparer la manière dont Descartes dans le *Traité du Monde* [1], et dans les *Principes de la Philosophie* [2] expose sa théorie du mouvement avec la doctrine toute différente de Newton. C'est la meilleure manière d'apercevoir le progrès réalisé par la Mécanique positive sur la Mécanique encore métaphysique de Descartes.

1. *Traité du Monde*, ch. VII, « Des lois de la nature dans ce nouveau Monde ».

2. *Principes de la Philosophie*, IIe partie, § 25 et suivants.

D'abord il est une chose frappante à la lecture des théorèmes de Descartes. C'est le dualisme entre force et matière qui se retrouve d'un bout à l'autre de la doctrine. Ce dualisme, qui a entravé si longtemps la découverte des lois véritables du mouvement [1], est un débri des philosophies antérieures dont Descartes malgré lui n'arrive pas à se débarrasser. On y retrouve l'ancienne idée d'Aristote, pour qui la cause efficiente du mouvement se distingue nettement de la cause matérielle, la présence simultanée des deux causes pouvant seule produire un mouvement réel. Pour Descartes, l'idée de matière et l'idée de mouvement se correspondent de la même manière que la substance et ses attributs [2]. La matière peut se concevoir clairement et distinctement par elle-même, le mouvement viendra s'y ajouter lorsqu'il s'agira de construire le monde. C'est ainsi que toute la première partie du *Traité du Monde* est purement statique. Descartes y définit la matière en partant de l'étendue au moyen de considérations purement géométriques et, c'est seulement à partir du chapitre VII qu'il se préoccupe de rechercher les configurations que va prendre le monde une fois qu'on l'assujettit aux lois du mouvement.

De là des difficultés métaphysiques dont Descartes se tire par un appel direct à la théologie. Du moment que la masse est une réalité indépendante qui ne suppose pas la force, il faut pour expliquer l'action des forces sur les masses recourir à une *cause efficiente*. La nature de cette cause expliquera la nature du mouvement et les propriétés de la cause expliqueront les lois du mouvement. Pour ce qui est de la cause première du mouvement, Descartes juge évident qu'il n'y en a point d'autre que Dieu [3]. La nature de Dieu est parfaitement immuable, et le mouvement qui émane de lui participe de cette immutabilité. La simplicité, l'uniformité sont des propriétés

1. Cf. Picard, *Quelques réflexions sur la Mécanique*, p. II.

2. Voy. *Traité du Monde*, ch. VII, Ed. Cousin, p. 253. « Souvenez-vous « qu'entre les qualités de la matière nous avons supposé que ses parties « avaient eu divers mouvements dès le commencement qu'elles ont été « créées. »

Cf. *Principes de philosophie* § 27, IIe partie.

« Le mouvement et le repos ne sont rien que deux diverses façons dans le corps où ils se trouvent. »

3. *Principes de la Philosophie*, IIe partie, p. 151.

de l'être parfait. Le mouvement possédera des propriétés analogues, que nous appelons justement ses lois. On comprend que Descartes, séparant force et matière comme deux réalités intelligibles l'une sans l'autre, et désireux pourtant d'établir d'un bout à l'autre de la science le même lien déductif, se soit vu contraint de recourir à la métaphysique pour justifier ses lois du mouvement.

Newton au contraire ne considère nulle part la force et la matière prises isolément. Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'au fond il les définit l'une par l'autre, la notion de masse ne pouvant s'obtenir que par l'observation d'un champ de forces constant et l'idée de force étant inséparable de celle de masse et d'accélération. Pour être rigoureux, nous aurions dû dès lors avoir recours aux lois du mouvement. Les définitions de la force et de la masse que Newton place avant ces lois n'en sont au fond qu'un résumé commode. Le principe de l'inertie par exemple doit être établi empiriquement avant qu'on définisse les forces d'inertie. Le principe de l'égalité de l'action et de la réaction est implicitement admis dans la définition des forces appliquées. On peut dire que dans les idées de Newton, masse, force et mouvement sont trois notions connexes. Les lois du mouvement sont pratiquement inséparables de la mesure des forces et des masses. Au dualisme obscur de Descartes, qui ne pouvait se maintenir qu'à la faveur de la métaphysique, Newton substitue un fait d'expérience : il n'y a jamais de masse sans force ni de force sans mouvement. Les relations mutuelles entre ces quantités, relations que l'expérience nous donne, sont aussi bien des lois de la force que des lois du mouvement. En tous cas il est inutile de faire intervenir des hypothèses métaphysiques. L'observation correcte des faits, aidée du langage mathématique, suffit à établir sur des bases positives les équations fondamentales de la mécanique.

On trouve chez Descartes une confusion constante entre le mouvement considéré comme déplacement et ce que nous appelons aujourd'hui la « quantité de mouvement ». La quantité de mouvement est regardée de nos jours comme une grandeur purement conventionnelle. C'est le produit de la masse par la vitesse, et ce produit n'est pas directement accessible à nos sens. Il arrive seulement que dans certains problèmes

la quantité de mouvemement demeure constante ou varie selon des lois simples. C'est ce qui se passe par exemple dans le mouvement d'un corps qui n'est soumis à aucune force ou qui obéit à l'action d'une force constamment centrale. Dans le premier cas la quantité de mouvement, dans le second le moment de la quantité de mouvement demeurent constants au cours du temps. C'est ce qu'on exprime en termes mathématiques en disant que le théorème des quantités de mouvement fournit dans des cas de ce genre une intégrale première. Ceci veut dire que dans certains problèmes le produit de la masse par la vitesse est une fonction qui demeure invariante et qui, à cause de cette propriété, peut être employée comme quantité auxiliaire.

Descartes n'était pas assez familier avec l'usage des symboles en mécanique pour s'en tenir à ce point de vue abstrait. Il considère la quantité de mouvement comme une réalité objective, et c'est elle, bien plus que la vitesse, bien plus que la force ou la masse, qui nous donne la mesure exacte du mouvement. Il semble même que Descartes ait réduit tous les problèmes de mécanique rationnelle à la détermination des quantités de mouvement. On comprendrait mal l'importance excessive attribuée par Descartes à cette notion, si l'on ne se reportait qu'aux travaux de Galilée et des autres précurseurs de Newton. Pour ces physiciens, la notion des champs de force et des accélérations qu'ils produisent était déjà devenue suffisamment positive, et au lieu de se limiter à l'étude du « mouvement » ils portaient déjà leurs efforts vers l'étude des forces vives et du travail. Descartes avait connaissance des essais effectués dans cette voie. Mais ici encore l'esprit systématique devait l'attacher à des conceptions fautives. Descartes se proposait avant tout d'aboutir à une explication mécanique du monde, et l'idée qu'il se faisait du mécanisme était trop étroite. Pour lui il n'y a d'explication mécanique que celle qu'on tire du choc des corps, et le but d'une physique rationnelle est de ramener à une rencontre de particules toutes les apparences dont la nature est le théâtre. On peut savoir gré à Descartes d'avoir supprimé de son mécanisme tout ce que les philosophes anciens confondaient avec lui : les « mouvements vers la forme » les « mouvements vers la chaleur », les « mouvements vers la

quantité [1] ». Mais Descartes allait trop loin lorsqu'il ne considérait comme géométrique que le mouvement dû au *choc* des corps. C'est cette définition restrictive qui allait l'amener à donner l'importance qu'il fait aux mesures de « quantités de mouvement ». En effet les lois du choc des corps rentrent précisément dans le cas cité tout à l'heure où le produit de la masse par la vitesse reste constant, et où le théorème des quantités de mouvement fournit une intégrale première. On comprend alors comment Descartes a été amené à prendre le « mouvement » comme une grandeur physique et à y chercher la mesure de toutes les modifications matérielles. C'est la « quantité de mouvement » qui se communique dans le choc, c'est elle qui circule d'un corps à l'autre, c'est elle qui par ses variations indique l'augmentation ou la diminution de l'énergie motrice. Nous savons aujourd'hui que les lois de Descartes sont fausses dans la plupart des cas. D'ordinaire on en attribue la critique exclusivement à Leibniz et à ses disciples. Mais il est certain que les *Principes* de Newton contribuèrent plus qu'aucun autre ouvrage à montrer les lacunes du cartésianisme. La supériorité de Newton sur Descartes va tenir à ce que son mécanisme, n'étant pas imprégné d'idées métaphysiques, pourra se développer librement, et assigner à la notion de « mouvement » un rôle précis mais limité.

Dans son *Traité du Monde* comme dans ses *Principes*, Descartes énonce trois lois du mouvement, qui sont à ses yeux nécessaires et suffisantes pour expliquer le mécanisme de l'univers. Mais il faut considérer comme une quatrième loi l'axiome qu'il affirme dans ces deux ouvrages, savoir que la quantité de mouvement dans l'univers demeure exactement constante. L'origine métaphysique de cet axiome ressort du langage même employé par Descartes. Dieu, par sa toute puissance, a créé la matière avec le mouvement et le repos de ses parties, et il conserve maintenant en l'univers, par son concours ordinaire, autant de mouvement et de repos qu'il en a mis en le créant. La *conservation du mouvement* est donc une conséquence du système de la création continuée. La création du monde est, pour Descartes, un acte de la divinité, et celle-ci a dû mettre

1. *Traité du Monde*, ch. VII, p. 255.

dans son ouvrage la quantité exacte de mouvement requise pour sa plus grande perfection. Mais comme la conservation de l'univers n'est qu'une prolongation de l'action divine et que les raisons déterminantes de cette action sont absolument invariables, il en résulte qu'à chaque instant la quantité totale de mouvement qui se trouve dans l'univers est constante et égale à celle qui s'y trouvait au début.

Nous connaissons d'ailleurs la perfection de Dieu « non seulement de ce qu'il est immuable en sa nature, mais encore de ce qu'il agit d'une façon qu'il ne change jamais. » L'invariabilité des voies de la providence est, comme le dira Malebranche, à la base des lois de la mécanique. Il suit de là que le mouvement initial imprimé par Dieu à l'univers doit se perpétuer sans altération, car si quelque chose disparaissait ou apparaissait, cela ne pourrait se faire sans une modification dans les desseins de la providence. Est-ce à dire que l'état mécanique de l'univers doive être un équilibre parfait ou un repos universel? Descartes pense au contraire que les changements dans la nature et les variations particulières du mouvement sont compatibles avec le principe général de la conservation du mouvement. Un corps peut diminuer de vitesse, sans rien perdre de son mouvement, si en même temps il augmente de masse. La quantité de mouvement reste encore invariable si par l'effet du choc une partie du mouvement passe d'un corps sur un autre. « Toutes fois et quantes que le mouvement d'une partie diminue, celui de quelque autre partie augmente à proportion [1] ». Ceci suffit à démontrer que le mouvement total se conserve dans l'univers. On peut dire que « Dieu agissant toujours de même, et par conséquent produisant toujours le même effet en substance, il se trouve comme par accident plusieurs diversités en cet effet [2]. » Descartes laisse entrevoir par là que la constance des quantités de mouvement est avant tout un postulat métaphysique, et que les irrégularités dont l'expérience peut donner le soupçon doivent, pour des raisons *a priori*, être considérées comme purement apparentes.

La première loi du mouvement d'après Descartes est que

1. *Princ. de la Phil.*, IIe partie, p. 151.
2. *Traité du Monde*, ch. VII, p. 253.

« chaque portion de la matière en particulier continue toujours d'être en un même état pendant que la rencontre des autres ne la contraint point de le changer. » C'est là une loi que nous pourrons comparer avec le premier axiome de Newton, et avec ce qu'on nomme aujourd'hui le principe d'inertie. En donnant à ce principe la forme un peu vague qu'on vient d'énoncer, Descartes accomplissait un progrès notable sur les théories qui l'avaient précédé, et pourtant il reste assez loin des conceptions positives de Newton. Les philosophes qui avaient précédé Descartes s'étaient tous inspirés des doctrines d'Aristote. Pour eux le mouvement n'a pas sa raison d'être en lui-même, il ne se comprend que par le repos. Le repos est la cause finale du mouvement, et tout mouvement, dans la mesure même où il est parfait, tend à se détruire pour revenir au repos. C'est ainsi que les corps qui tombent tendent vers un point où ils seront immobiles, et que les poids mis dans la balance oscillent en se rapprochant de l'équilibre.

Une conséquence immédiate de cette manière de voir est que l'inertie naturelle ne pouvait apparaître que comme un obstacle au repos. Elle n'est jamais un obstacle au mouvement. Les précurseurs de Descartes, loin de comprendre que tout mouvement commencé tende de lui-même à se perpétuer, admettaient que le repos est la fin naturelle de tous les mouvements. L'inertie, telle qu'ils l'envisageaient, n'est autre chose que cette tendance universelle du mouvement vers le repos. Descartes a admirablement compris ce qu'il y avait d'incomplet dans cette manière de voir. Le repos et le mouvement sont deux réalités corrélatives, et loin que le mouvement tende spontanément au repos, ils font effort l'un et l'autre pour se perpétuer[1]. Ainsi Descartes rapporte aux mêmes causes la persistance d'un mouvement commencé et la résistance à un mouvement commençant. L'inertie telle qu'il la conçoit présente un double aspect. Tantôt elle est motrice, tantôt elle est résistante. C'est une vue que nous retrouverons chez Newton.

Mais Descartes s'est laissé entraîner à fonder le principe

1. *Traité du Monde*, ch. VII, p. 256. « Je conçois que le repos est aussi « bien une qualité qui doit être attribuée à la matière pendant qu'elle « demeure en une place, comme le mouvement en est une qui lui est « attribuée pendant qu'elle en change. »

d'inertie sur des considérations métaphysiques. De cette façon il s'est privé de l'avantage que donnent les définitions empiriques, savoir la possibilité d'appliquer le calcul aux objets de nos sensations. Jamais Descartes n'invoque l'expérience à l'appui de sa notion d'inertie. L'inertie, ou tendance à la conservation du mouvement, n'est qu'un cas particulier de la tendance à la conservation de la forme, de la grandeur, de toutes les qualités sensibles. Lorsqu'une partie de la matière est ronde ou carrée, elle ne change jamais de forme spontanément. L'inertie mécanique résulte elle aussi de la règle qui veut que rien ne se modifie sans raison. Au fond c'est un principe voisin du principe de raison suffisante de Leibniz qui explique la tendance des corps à persévérer dans l'état présent. « Une fois qu'une figure a commencé de se mouvoir, nous n'avons aucune raison de penser qu'elle doive jamais cesser de se mouvoir de même force pendant qu'elle ne rencontre rien qui retarde ou qui arrête son mouvement »[1]. Le caractère métaphysique de la science cartésienne apparaît ici bien nettement. Ce sont des motifs rationnels, des considérations *a priori* qui amènent Descartes à sa conception de l'inertie. Les vérifications empiriques que nous pouvons faire entraînent la confirmation, non la certitude. La croyance aux lois de l'inertie est liée directement à tout le système cartésien.

La seconde loi du mouvement pour Descartes est que chaque partie de la matière en son particulier ne tend jamais à continuer de se mouvoir suivant des lignes courbes mais suivant des lignes droites. Lorsqu'un corps est abandonné sans force extérieure son mouvement tend à être rectiligne. Nous ferions aujourd'hui de cette proposition un corollaire de la loi de l'inertie. Nous ajouterions même que le mouvement rectiligne d'un corps abandonné à lui-même sera nécessairement uniforme. Cette dernière propriété a échappé à Descartes, et il se contente dans sa seconde loi de déterminer la *direction* du mouvement que prennent naturellement les corps.

Pour la Dynamique moderne, le triple caractère du principe d'inertie s'explique immédiatement. Il résulte de la définition des forces au moyen des accélérations. Si un corps soustrait à

1. *Principes de la Phil.*, IIe partie, p. 152.

toute force extérieure tend à persévérer dans son mouvement, si ce mouvement est rectiligne et s'il est uniforme, ces trois particularités tiennent à la même raison. Puisque la force est nulle, l'accélération est nulle et le mobile ne peut que se déplacer d'un mouvement uniforme sur la tangente à sa trajectoire antérieure.

Mais Descartes n'avait aucune idée de l'équation différentielle du mouvement d'un point. La géométrie était le seul moyen dont il usât pour caractériser les mouvements. Elle lui avait permis de distinguer dans tout mouvement deux éléments hétérogènes, la grandeur absolue d'une part, l'orientation de l'autre, ou, pour employer son langage, l'action motrice d'une part, la détermination du mouvement de l'autre. L'action motrice se conserve invariable comme on l'a expliqué précédemment. Il restait à faire voir qu'en direction le mouvement tend aussi à se perpétuer. Ici Descartes cite l'expérience de la pierre qui cherche à s'échapper de la fronde, et qui, sitôt qu'on la lâche, se déplace suivant la tangente. Mais pour lui cet exemple ne peut suppléer à une déduction directe. Il faut encore avoir recours à la nature divine pour expliquer que le mouvement conserve en même temps que sa grandeur son inclination. Dieu conserve chaque chose par une action continue, et par conséquent il ne la conserve point telle qu'elle peut avoir été quelque temps auparavant, mais précisément telle qu'elle est au moment qu'il la conserve. Soit un corps se mouvant sur un cercle. A un moment quelconque la tendance actuelle du corps est de s'éloigner suivant la tangente parce que la tangente seule est complètement déterminée par les conditions instantanées du mouvement. S'il tendait à s'éloigner suivant un cercle, une ellipse, ou toute autre courbe ayant même tangente, cet effort ne pourrait s'expliquer par les seuls éléments caractéristiques du mobile au point considéré. Il faudrait faire appel aux points voisins, ainsi qu'aux états antérieurs ou ultérieurs du corps. On peut exprimer l'idée de Descartes sous une forme plus claire. Sitôt qu'un corps s'écarte de la ligne droite, c'est qu'il est soumis à des forces de liaison. Les mouvements circulaires et tourbillonnaires sont fréquents dans la nature, mais ils sont toujours dus aux liaisons mécaniques d'un point mobile avec les points voisins. Un point qui serait entièrement libre se dépla-

cerait nécessairement en ligne droite parce que les états successifs de ce point ne pourraient dépendre que de ses états antérieurs et chacun de ces états est déterminé par un vecteur initial de direction fixe.

Descartes a bien compris que l'inertie de la matière est une propriété vectorielle, c'est-à-dire susceptible de recevoir une orientation. Cette orientation a toujours pour effet de maintenir l'orientation actuelle du mouvement. La seconde loi du mouvement contribue donc avec la première à poser l'immutabilité des lois de la nature. Mais elle n'est pas plus que la première une loi proprement mécanique. C'est l'application aux faits mécaniques d'une vérité métaphysique universelle.

La troisième loi donnée par Descartes est la loi de la communication des mouvements.

Nous avons déjà vu que pour Descartes le choc est le seul mode d'action que les corps puissent exercer les uns sur les autres. Par suite les lois de la communication des mouvements ne sont chez lui que les lois du choc des corps. Si un corps qui se meut en rencontre un autre plus fort que soi il ne perd rien de son mouvement; s'il en rencontre un plus faible qu'il puisse mouvoir, il en perd autant qu'il lui en donne. Cette formule générale est précisée par Descartes dans sept exemples qui correspondent aux cas les plus typiques du choc des corps[1]. Il est hors de doute que ces lois sont le point faible de la mécanique cartésienne. Leibniz, puis Newton, montreront qu'il y a des cas où les lois de Descartes sont manifestement en défaut. En vain Malebranche, à la fin de la *Recherche de la Vérité*, essaye-t-il de fonder d'une manière démonstrative les lois de la communication du mouvement. La tentative cartésienne était condamnée à échouer, parce qu'elle reposait sur un certain nombre d'hypothèses, liées à la métaphysique de Descartes, et qui devaient disparaître avec elle.

L'hypothèse du « plein » est inséparable de la mécanique cartésienne. Si tout l'univers est plein de corps et si néanmoins chaque partie de la matière tend à se mouvoir en ligne droite, il est évident que Dieu dès l'origine a dû créer les particules matérielles de façon que sans céder de leur matière, elles

1. *Principes de la Phil.*, IIe partie p. 159.

puissent céder de leur mouvement. Le mouvement a reçu de Dieu la propriété de ne pas demeurer toujours attaché aux mêmes particules, et de passer des unes aux autres selon leurs diverses rencontres. On constate ici le même phénomène que celui de la propagation des ondes à la surface de l'eau : la masse du liquide reste stationnaire tandis que le mouvement se propage. Descartes concevait le choc des corps comme l'instrument de propagation du mouvement. Comme en même temps il lui était impossible d'admettre une création ou une destruction de mouvement sans faire tort à l'immutabilité divine, il avait été amené à poser *a priori* les lois du choc des corps. Ces lois sont établies de façon que la constance du mouvement total subsiste à travers les modifications partielles. L'expérience d'une part, le calcul de l'autre devaient donner tort aux déductions cartésiennes. Mais il ne fallait pas moins que cette double réfutation, dont Newton sera l'initiateur, pour consommer la séparation de la mécanique et de la métaphysique.

La première loi du mouvement est formulée par Newton de la manière suivante : tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui, et ne le contraigne à changer d'état.

On peut remarquer que Newton comme Descartes met exactement sur le même rang l'état de repos et l'état de mouvement. L'inertie tend aussi bien à maintenir un corps mobile dans son mouvement qu'à laisser au repos un corps qui se trouve au repos. A cet égard le terme d'inertie est assez mal choisi, car la force qu'on désigne de ce nom est aussi bien active que résistante. Il conviendrait plutôt de désigner le principe d'inertie comme une loi de persistance des corps dans l'état présent.

Cela posé, ce principe est-il une véritable loi naturelle, nous renseigne-t-il vraiment sur les rapports des phénomènes, ou exprime-t-il sous forme imagée une simple tautologie ? La tendance des savants actuels va à cette dernière façon de voir [1]. L'énoncé du principe d'inertie répond pour eux à la définition

1. Voy. Picard, *Quelques réflexions sur la Mécanique*, p. 34 et P. Appell, *Traité de Mécanique*, T. 1.

de la force, nous disons qu'une force agit sur un corps lorsqu'il cesse de persévérer dans son état. Alors le principe de l'inertie devient une convention de langage analogue à celles qu'on fait en mathématiques. De même que nous appelons courbure la propriété qui distingue une ligne quelconque d'une ligne droite, nous appelons force la propriété qui distingue l'état variable de l'état permanent des corps. Le principe de l'inertie est ainsi de tous points comparable aux autres lois mécaniques, qui servent à définir la force centripète, la force centrifuge, l'attraction ou le frottement. Il donne la définition de la force, et sa valeur est plus nominale que réelle.

Newton semble être le premier qui ait songé à se placer à ce point de vue. La loi d'inertie est à proprement parler la justification de sa définition de la force. Observons que cette façon de procéder était remarquable à une époque où la notion de force se dégageait à peine des conceptions mythiques et théologiques. Non seulement on ne se préoccupait guère de fonder sur un principe mathématique une définition générale de la force, mais on ne comprenait pas que la force put être numériquement définie, d'une façon uniforme dans tous les cas. Elle passait pour quelque chose d'obscur, de qualitatif, et surtout de très hétérogène : la force mécanique ne se ressemble pas d'un cas à l'autre, elle est une activité variable, comme la force vitale ou la force intelligente.

Newton au contraire a nettement compris le principe de l'unité de la force. Pour lui toutes les forces sont de même ordre, et elles sont comparables à la force d'inertie. Cette dernière est une grandeur géométrique, qui possède un point d'application, une direction et un sens. Il est naturel de concevoir qu'elle agit constamment sur le point matériel même dont elle maintient le mouvement, et que sa direction comme son sens sont ceux de la tangente à la trajectoire. Mais alors les forces centripètes, centrifuges, attractives ou répulsives, qui se manifestent par leur opposition à la force d'inertie, et sont capables de lui faire équilibre, doivent elles aussi être des *quantités géométriques*, possédant une origine, un sens. La force une fois définie comme contrebalançant les effets de l'inertie, il devenait facile de la construire et de la représenter par un vecteur.

Dans la théorie moderne des forces, qui est identique à la théorie des vecteurs, on commence par établir déductivement les propriétés des systèmes de segments, et l'on convient ensuite, sauf vérification expérimentale, d'appliquer aux systèmes de forces les résultats obtenus dans l'étude des segments. Mais l'esprit moderne est si accoutumé à cette assimilation des forces et des vecteurs qu'on a difficulté à admettre le point de vue cartésien, où la force était à peine une grandeur. Les éléments quantitatifs qui font de l'idée de force une notion utilisable scientifiquement, étaient demeurés complètement masqués jusqu'à l'époque de Newton. C'est Newton qui le premier a précisé la notion philosophique de la force et en a fait une véritable quantité. L'inertie des corps avait cessé pour lui d'être une propriété mystérieuse de la nature, pour devenir la simple manifestation d'une loi expérimentale : pour déplacer un corps il est nécessaire de faire intervenir une force extérieure. Ainsi l'inertie telle que la conçoit Newton n'a plus son fondement dans des axiomes théoriques ou dans des conclusions logiques. Elle est seulement la commune mesure que toutes les forces ont entre elles. Le principe de l'inertie est synonyme de celui-ci : toutes les forces sont des grandeurs homogènes. De nos jours la loi de l'inertie frappe surtout par son analogie avec la loi générale de la causalité. Point de mouvement sans force, telle est la formule qui nous semble la plus nette. Mais il ne faut pas oublier que si cette formule paraît aujourd'hui presque intuitive, cela tient à ce que l'idée de force, qui relevait jadis de la métaphysique, est devenue grâce à Newton une idée mathématique.

La loi de l'inertie est donnée par Newton comme une loi expérimentale et par là il s'oppose complètement à la métaphysique de Descartes. Ce n'est pas parce que toute chose se conserve d'elle-même en son état que nous devons croire à l'inertie physique, c'est parce que l'expérience nous la fait constater partout. Les projectiles par eux-mêmes persévèrent dans leurs mouvements, et si la trajectoire qu'ils suivent n'est pas une ligne droite, c'est parce qu'ils subissent quelque perturbation (pesanteur, résistance de l'air, etc.). De même une toupie ne cesse de tourner que parce que la résistance de l'air la retarde peu à peu. Ici la force d'inertie n'a pas pour effet d'im-

primer au corps un mouvement rectiligne, mais un mouvement circulaire. Cependant il n'y a nulle contradiction avec le cas précédent. Lorsque nous disons qu'un point abandonné à lui-même se déplace suivant la dernière tangente à son mouvement, cela suppose le point entièrement isolé. S'il subit l'action d'autres points, les forces émanées de ces derniers viendront se superposer à la force d'inertie pour donner une déviation de la ligne droite. C'est ce qui se passe dans l'exemple de la toupie. Un point appartenant à cette toupie n'est pas libre dans l'espace absolu, son mouvement réel se compose du mouvement rectiligne dû à la force d'inertie et des mouvements déviants provenant des points voisins. On peut même dire que l'aberration du mouvement rectiligne est la preuve, ou si l'on préfère, l'indice de forces étrangères. Ces forces pourront être définies par la déviation qu'elles produisent en un temps donné, et si leur existence est admise, c'est par application du principe de l'inertie.

Ainsi toutes les forces qu'on appelle « *forces de liaison* » et qui rendent solidaires différents points d'un systéme sont définies par Newton d'une manière analogue à celle qui sert pour les forces imprimées. C'est encore parce qu'un mouvement se produit d'une manière imprévue que nous sommes amenés à faire la convention des forces de liaison. Ces forces sont par définition des grandeurs mesurables et leur introduction ne serait arbitraire qu'autant que l'expérience les démentirait. Mais Newton prend grand soin de procéder dans chaque cas à une vérification directe. Dans le cas des systèmes solides, les forces de liaison se manifestent par la rigidité et la cohésion. Dans le cas des fluides elles prennent la forme du frottement ou de la vicosité. Jamais ces forces ne sont rigoureusement nulles. Dans les mouvements les plus libres que nous connaissions, ceux des astres sur leurs orbites, il y a encore des actions étrangères dues aux résistances du milieu interposé[1], et si les planètes ou les comètes conservent si longtemps leurs mouvements progressifs, la cause en est ailleurs que dans leur inertie. La vérité est que la loi d'inertie, tout en étant vérifiable par l'expérience, n'est pas plus que les lois

1. Cf. *Principes*, Axiomes, p. 17.

mathématiques vérifiable rigoureusement. L'incertitude des mesures réelles et l'ignorance des actions cachées ne peuvent permettre que des confirmations de plus en plus précises. La loi de l'inertie apparaît de la sorte elle aussi comme une loi limite. L'idée de bon sens qui lui sert de base est juste et objective. Mais la forme mathématique que nous lui donnons afin de rendre possibles les mesures est une forme idéale qui devance les faits.

La deuxième loi de la mécanique newtonienne se formule de la manière suivante : « Les changements qui arrivent dans le « mouvement sont proportionnels à la force motrice, et se font « dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée. » Cette loi est distincte de la précédente bien qu'elle la complète sur plus d'un point. L'ensemble seul de ces deux lois constitue le principe d'inertie, tel qu'il est admis dans la mécanique moderne. La première loi prend les corps au repos, ou, ce qui revient à peu près au même, dans un état de mouvement uniforme dû à l'effet de l'inertie. Elle affirme que si ce repos cesse ou si ce mouvement change de nature, cela ne peut être dû qu'à l'action d'une force dont l'intensité se mesure justement aux effets perturbateurs qu'elle produit. La deuxième loi tout au contraire prend les corps à l'état de mouvement, et à l'état de mouvement varié. Par conséquent les corps sont déjà soumis à l'action de forces bien déterminées. Elle affirme que si ce mouvement change soit de vitesse soit de direction, cela révèle des forces nouvelles de tous points comparables aux forces primitives.

En d'autres termes, il ressort de cette loi que la manifestation des forces est la même dans le cas des corps en mouvement et dans le cas des corps en repos. La manière dont un corps se comporte en présence d'une force donnée est indépendante de son état de repos ou de mouvement. Un corps qui passe d'un mouvement à un autre présente les mêmes phénomènes qu'un corps qui passe du repos au mouvement, il n'y a pas lieu d'établir de distinction entre les forces motrices et les forces perturbatrices. C'est là un point qui n'était nullement évident *a priori*. La raison pure ne suffit pas à faire voir qu'un mouvement se superpose aussi bien à un autre mouvement qu'au repos, et les vérifications que donne Newton dans

le cours des *Principes* étaient rigoureusement nécessaires.

Cependant, on pouvait les prévoir si, quittant un instant le terrain mathématique, on se réfère aux phénomènes réels et à la continuité qu'ils présentent. Lorsque nous parlons du repos d'un corps et de la résistance qu'il offre au mouvement, nous employons un langage mathématique, utile mais rigide. La réalité des phénomènes ne correspond qu'approximativement à ce langage. Le repos provient toujours d'un mouvement antérieur et n'est qu'une altération de ce mouvement. Il n'y a entre le mouvement et le repos qu'une différence de degré, et jamais on n'observe de passage brusque d'un état à l'autre. Il suit de à immédiatement que la force appliquée à un corps et qui le met en mouvement ne peut agir en un instant. Elle opère d'une manière successive et la rapidité de son action nous en dissimule souvent la durée. Il y a donc déjà dans le cas de l'inertie statique un commencement d'effet dynamique. La force qui met en branle le mouvement produit une série d'impulsions qu'elle modifie successivement, et si nous jugeons qu'elle agit d'une seule fois, c'est que l'effet total nous est seul accessible. On comprend alors que l'inertie des corps doive se manifester de la même façon dans le cas de production d'un mouvement et dans celui d'une modification au mouvement produit. Les deux cas sont physiquement les mêmes et en se servant de la continuité il est bien facile de passer de l'un à l'autre. Quoiqu'il en soit, Newton insiste sur ce fait qu'une « force double pro- « duit un mouvement double, soit qu'elle ait été imprimée en « un seul coup, soit qu'elle l'ait été peu à peu et successive- « ment[1]. » Un grand nombre de théorèmes des *Principes* s'appuyent sur cette proposition, qui est le complément expérimental de la loi de l'inertie.

La manière empirique dont Newton établit le principe d'inertie a été longtemps avant de s'imposer dans la science. L'influence de Descartes et de ses disciples avait fait admettre que le principe d'inertie peut se déduire *a priori*, et les travaux métaphysiques de Leibniz laissent apercevoir la même conviction.

Leibniz rattachait étroitement son idée de l'inertie au système de la monadologie. Pour lui la « force qui est en la matière »

1. *Principes*, Axiomes, IIe loi, p. 17.

n'est qu'une expression obscure de la force qui est innée à toute créature et la porte à accroître ses perceptions. De même que la matière ne peut se concevoir que par rapport aux substances spirituelles, de même l'inertie propre à cette matière est une manifestation confuse des « entéléchies ». Alors il devient évident que l'observation des forces d'inertie n'est pas la meilleure manière de pénétrer dans l'étude intime de la matière. C'est par l'analyse des forces spirituelles qu'il convient de commencer, et cette analyse doit se faire *a priori*. Le principe d'inertie prend donc chez Leibniz une forme qui lui est particulière. « Les corps ne recevraient pas le mouvement s'il n'y en avait « auparavant[1]. » Ceci veut dire que l'indifférence des corps soit au repos soit au mouvement est impossible *a priori*, parce que leur état est toujours un état cinétique déterminé par celui des corps avoisinants. Dire qu'une force est nécessaire pour modifier l'état d'un corps, c'est exprimer que toutes les créatures sont solidaires les unes des autres et qu'une modification correspondante dans l'une ne peut aller sans une modification correspondante dans toutes les autres. Dans la philosophie de Leibniz les lois de l'inertie sont un cas particulier des lois de l'harmonie préétablie.

Dans un tout autre ordre d'idées, et sur un terrain proprement psychologique, beaucoup de philosophes ont tenté depuis Newton d'établir notre croyance à l'inertie de la matière, sinon sur des lois métaphysiques, du moins sur des conceptions subjectives. Depuis *Maine de Biran* jusqu'à *Stuart Mill* un grand nombre de tentatives ont été entreprises pour faire de la loi de l'inertie une loi principalement psychique, dont la transformation en loi physique viendrait de l'association des idées[2]. Mais on peut dire sans témérité qu'aucun de ces essais psychologiques n'a atteint le but visé. On peut considérer comme démontré par l'histoire que la métaphysique d'une part, la psychologie de l'autre, sont également impuissantes à jeter les bases de la science mécanique.

1. *Nouveaux Essais*, L. II, ch. XXI.

2. Une des tentatives les plus récentes en ce sens est celle de M. *Harald Höffding* dans son *Esquisse d'une Psychologie fondée sur l'Expérience*, ch. III, p. 38, chez Alcan, Paris, 1900. L'auteur se réfère d'ailleurs, pour sa conception de la loi de l'inertie, à Galilée, Newton et Maxwell.

L'insuffisance de ces deux disciplines s'est surtout révélée dans les temps modernes, lorsque la notion classique de l'inertie s'est élargie progressivement sous l'influence de découvertes physiques. L'électricité, la chaleur, l'optique ont donné peu à peu des idées nouvelles non seulement sur l'inertie de la matière, mais sur celle de l'éther qui l'accompagne. Ces idées ne pouvaient se prévoir en partant des théories métaphysiques de Leibniz ou de la psychologie associationniste. La vérité est qu'elles correspondent à des faits expérimentaux et ne peuvent se justifier que par l'ordre introduit grâce à elles dans le détail de ces faits. Newton assurément ne se rendait pas compte que sa définition de l'inertie mécanique était destinée à ces extensions successives. Du moins il les rendait possibles, en se cantonnant sur le terrain expérimental. Puisque la force d'inertie n'est qu'une expression commode destinée à rendre mesurables les résistances que nous observons, il est naturel que si des résistances spéciales se présentent tout à coup, nous introduisions pour en rendre compte des inerties de nature spéciale. A cet égard, les définitions de Newton étaient faites pour s'accommoder aux progrès de la science, tandis que les lois *a priori* se transforment en hypothèses devant tout fait nouveau.

Avant de passer aux autres lois du mouvement, il convient de donner quelques explications sur un principe qui se trouve partout sous-entendu dans la mécanique de Newton et qui va servir de fondement à ces lois. C'est le principe d'après lequel l'effet des forces est indépendant de leur point d'application, pourvu que ce point soit toujours choisi sur la direction même de la force [1].

Il y a là une propriété qui est en relation avec les lois de l'inertie. L'inertie d'un corps étant par définition proportionnelle à la masse de ce corps doit résider immédiatement dans chacune des particules qui le composent. Chaque molécule est susceptible par elle-même d'offrir une résistance au mouvement et la résistance totale que nous constatons est la somme géométrique des résistances partielles. Au point de vue

1. Cf. par exemple *Principes*, Axiomes, p. 20. « Les poids feront le même « effet soit qu'ils soient attachés aux points K et L, soit qu'ils soient atta- « chés aux points D et L » (K et D sont sur la même verticale).

mathématique il nous est commode de nous limiter à la considération de cette résistance totale, bien qu'en réalité l'inertie des parties soit seule véritablement concrète. La fiction que nous faisons ainsi nous permet d'attribuer à l'inertie une direction unique et un sens bien défini : ce sont ceux qui sont opposés à l'orientation du mouvement réel. De même lorsqu'il s'agit d'une force « appliquée », nous avons en fait toujours affaire à une multitude de forces concourantes. Quand notre main lance une balle, il n'y a pas impulsion unique suivant une droite unique, mais résultante des impulsions dues à chaque point de contact de la main. Cependant le cas est un des plus simples, un de ceux où nous croyons saisir l'action directe d'*une* force. Si nous parlons ainsi d'une force unique, c'est dans le même sens où nous pouvons parler d'une inertie unique. Notre manière de voir ne correspond pas strictement à la réalité. C'est seulement une vue schématique dont l'intérêt est de faciliter les calculs.

La force appliquée à un corps n'est donc pas physiquement appliquée en un point plutôt qu'en un autre. Si le corps est parfaitement rigide, c'est-à-dire si ses différentes parties sont assujetties par des liaisons invariables, la force doit être considérée comme appliquée à tous les éléments du corps. C'est seulement pour la commodité du langage qu'il convient de remplacer les forces réelles par une force fictive produisant mathématiquement les mêmes effets. Le *point d'application* de cette force n'ayant aucune réalité physique pourra être supposé variable. Pourtant il devra se déplacer sur la direction même de la force, parce que si la force totale est une quantité fictive, la direction réelle du mouvement est une donnée concrète. On comprend alors la portée qu'il faut attribuer au principe de Newton. Il sert à substituer d'une façon commode les symboles mathématiques aux grandeurs réelles. Si dans certains cas, comme dans le cas des corps élastiques, il n'est plus indifférent d'appliquer les forces en un point ou en un autre, il ne faudra nullement en conclure que le principe de Newton est faux, mais plutôt que le langage géométrique avec lequel nous interprétons les faits est impropre à servir de la même façon partout.

Nous avons dit que l'état d'un corps reste nécessairement le

même tant qu'aucune force ne vient le déranger. La force qui produira le mouvement ou qui modifiera le mouvement acquis viendra de l'action des corps extérieurs. Nous savons qu'elle va se rencontrer avec l'inertie propre du corps et que du concours de ces deux forces résultera un « équilibre mobile ». Il convient de pénétrer dans le détail du mécanisme de ces transformations.

Les forces d'inertie et la force appliquée sont aux yeux de Newton situées *dans* le corps. Ceci ne veut dire en aucune façon qu'il les considère comme des réalités matérielles susceptibles d'être localisées en une portion de l'espace plutôt qu'en une autre. Cette conception n'a d'ailleurs rien d'absurde, et nous ne tarderons pas à voir qu'en Angleterre les physiciens successeurs de Newton adoptèrent des idées analogues. Pour Newton, la force est purement symbolique, c'est un signe qui permet la figuration du réel. Mais précisément pour cette raison il convient de la superposer à la réalité qui lui correspond. En disant qu'une force réside en un corps, nous employons une expression sommaire pour désigner une idée juste. Nous voulons dire qu'il faut localiser la force là où ses effets se font sentir. De même quand nous parlons de point d'application des forces, cela veut dire que la représentation des forces est commode pour se rendre compte des phénomènes qui se passent *dans le voisinage* de ce point. Le cas des corps solides, envisagé tout à l'heure, est un cas d'exception. Ici le point d'application de la force peut varier de position dans l'espace. Mais cela tient à ce que le corps solide est une conception théorique. Les différentes parties qui le composent sont supposées à ce point solidaires que le mouvement de l'une entraîne *instantanément* toutes les autres. Les corps réels sont de nature différente. Les phénomènes qui se passent dans certaines de leurs parties doivent tirer leur raison de forces locales agissant sur ces parties mêmes. Il ne faut pas oublier que la définition des forces, celle des masses et celle des vitesses ne sont rigoureuses que dans le cas du point matériel. Il faut toujours supposer que l'on a affaire à une masse de matière pratiquement assimilable à un point pour que les axiomes de la mécanique s'appliquent. Alors il devient évident que lorsqu'un corps se meut, chaque élément de volume qui le com-

pose est le siège d'une force particulière. Un corps ne se met jamais en mouvement tout entier d'un seul coup. Les forces qui l'entraînent se propagent peu à peu dans l'intérieur de sa masse, et c'est seulement lorsque le système a pris un déplacement d'ensemble que nous pouvons, pour abréger le langage, parler de l'effet d'une force unique.

Il suit de là que la surface des corps est nécessairement le seul endroit par où les forces puissent agir sur eux. Du moment qu'une force ne peut modifier que les seules particules où elle réside, il est certain que pour déformer un corps, les forces doivent d'abord déformer sa surface. Les perturbations apportées à l'état de la surface feront surgir, en vertu des liaisons du système, des forces de réaction qui à leur tour modifieront les couches profondes. En tous cas, si nous limitons une masse matérielle par une surface géométrique, le contact de la surface du corps avec les corps voisins est la condition nécessaire et suffisante de toute modification dans son état physique.

Les considérations qui précèdent sont l'origine d'un principe que Newton admet d'un bout à l'autre de son ouvrage, dont il fait parfois des applications expresses[1], mais qu'il jugeait si évident qu'il n'en donne nulle part l'énoncé. Nous voulons parler du principe de ***non-action des forces à distance***, qui devait prendre une influence si grande sous l'influence des travaux de *Faraday* et de *Maxwell*.

Ce principe résultait pour Newton d'une part de la définition des forces, d'autre part des faits expérimentaux. La définition de la force nous apprend en effet qu'une force n'agit point là où elle n'est point, et l'expérience nous fait voir qu'une force n'apparaît pas où il n'y a pas contact. La force est essentiellement pour Newton quelque chose qui vient de l'extérieur vers l'intérieur[2], et qui prend naissance lorsque la surface d'un corps est commune avec un ou plusieurs autres corps. Un système isolé, c'est-à-dire rigoureusement protégé contre tous les

1. Par exemple en optique, lorsqu'il explique les effets de la lumière par l'ébranlement d'un milieu interposé.

2. Cf. *Principes*. L. I, p. 6. « Cette force en tant qu'elle se répand du « centre dans tous les lieux qui l'environnent pour mouvoir les corps qui « s'y rencontrent. »

contacts extérieurs ne pourrait donner naissance spontanément à des forces. La force s'y conserverait invariable comme nous savons aujourd'hui que l'énergie y demeure constante.

Mais ceci, semble-t-il, est propre à modifier profondément notre idée primitive des forces. Les forces nous apparaissaient comme agissant sur des masses, elles nous apparaissent maintenant comme agissant sur des surfaces. Il est facile de concilier les deux conceptions, si l'on consent avec Newton à renoncer aux idées géométriques absolues pour n'envisager que la réalité des faits. Les surfaces que l'expérience nous présente sont au fond des volumes extrêmement ténus. On ne saurait mieux se les figurer que comme des couches de transition ou de passage qui séparent un milieu d'un autre[1]. Ces couches ont une masse matérielle, et les forces qui y résident rentrent dans nos premières définitions. Elles se propagent graduellement non pas d'une surface géométrique jusqu'à l'intimité du volume, mais des volumes les plus superficiels jusqu'aux plus profonds. Newton n'a alors aucune peine à appliquer le principe de non action à distance aux forces de choc et de pression. La question était plus délicate en ce qui concerne les forces centripètes et nous verrons que les adversaires de Newton ont tiré de là un grand nombre d'objections à sa théorie de la gravitation. Ils considéraient comme impossible qu'un astre en entraîne un autre par l'effet d'une attraction à distance, et ils accusaient Newton de faire revivre les idées métaphysiques du moyen âge. Il est remarquable que l'embarras de Newton dans cette question était dû exclusivement à son esprit positif. Il était persuadé que les actions planétaires devaient s'opérer, comme toutes les autres, au contact, et nécessiter l'intervention d'un milieu. Mais ce milieu ne lui était pas accessible *expérimentalement*. Il n'en fallait pas plus pour l'éloigner des hypothèses et l'empêcher d'admettre l' « éther » *a priori*. Malgré cela, le principe général de non-action à distance lui semblait vrai dans ce cas comme dans les autres. Seulement l'état des connaissances astronomiques ne permettait pas encore de l'en dégager.

Le principe de non-action à distance est un de ceux dont la

1. C'est le point de vue auquel les physiciens se sont systématiquement placés depuis les travaux de Helmholtz.

science devait le plus tirer profit. Mais il est curieux de noter que ce principe allait rapidement changer de caractère. Chez Newton il est purement expérimental. Chez Faraday, chez Maxwell, et chez la plupart des physiciens modernes il prend l'universalité d'un axiome *a priori*[1].

Déjà Descartes, dans le *Traité du Monde*, avait énoncé quelque chose d'analogue au principe de non-action à distance, mais il prétendait fonder ce principe sur des données *a priori*.

Pour lui, il faut partir de cet axiome que l'espace est *plein*. Le vide est inconcevable logiquement, cela résulte de ce que l'étendue est parfaitement continue de sa nature. L'espace n'a ni lacunes ni interruptions. Mais l'espace c'est la matière, il faut donc que la matière soit partout contiguë à elle-même. De plus, les particules de cette matière sont parfaitement rigides et incompressibles. Il faut pour que le mouvement ait lieu qu'une particule prenne la place d'une autre, celle-ci se substituera à une troisième, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on revienne à une particule qui remplace la première. Il y aura eu de la sorte permutation circulaire d'un nombre fini d'éléments. Chacun d'eux aura déplacé par contact l'élément qui le précède, et il n'y a pas un point de la chaîne qui n'ait reçu le mouvement d'un point immédiatemement voisin. Telle est la conception que Descartes se faisait des « tourbillons » ou mouvements circulaires. Il est évident *a priori* que les actions de contact peuvent seules s'y manifester[2].

Chez Newton le principe de non-action à distance est d'origine purement empirique. Newton hésite à en faire application à des cas où l'on ne peut invoquer que des arguments rationnels. Au fond ce principe, comme tous les principes de la mécanique newtonienne, n'exprime qu'une loi limite. Nous ne sommes jamais certains, dans un cas expérimental, que le système auquel nous avons affaire soit parfaitement isolé. Nous savons même qu'un isolement parfait est impossible, et tout ce que nous pouvons chercher, c'est à faire voir que lorsque l'isolement augmente, le corps suit de plus en plus les lois de la seule inertie. Newton avait déjà compris les difficultés que

1. Cf. P. Drude, *Physik des Æthers*, ch. I, § 5.

2. Cf. *Principes de la Philosophie*, IIe partie, § 33.

la présence de l'air apporte à l'isolement mécanique d'un système. Nous savons aujourd'hui que même dans le vide un corps n'est pas à l'abri du rayonnement. Malgré cela nous sommes plus affirmatifs que Newton. Nous pensons que le principe de non-action à distance s'applique à tous les cas, même au rayonnement. Cette hardiesse nous vient non de Newton, mais des idées théoriques de Faraday et de Maxwell[1].

Ces physiciens, loin de se contenter d'admettre le principe de non-action à distance dans les cas où l'expérience le suggère, sont allés jusqu'à l'ériger en axiome dans les cas où elle semble les contredire. Il est curieux que les tendances empirites aient pu s'allier avec une vue si hardie. Faraday, puis Maxwell, ont porté leur attention sur les phénomènes magnétiques ou électriques qui constituent le domaine d'élection des actions à distance. L'attraction d'un courant sur un courant, l'attraction d'un pôle sur un élément de courant étaient considérées jusqu'à eux comme des forces s'exerçant à distance. En montrant que le milieu diélectrique ou magnétique est le véritable siège des forces électromagnétiques, Maxwell a ramené toutes les lois de l'Électromagnétisme au principe des actions de contact. Cette généralisation est faite *a priori*. L'idée qu'une force pût agir là où elle n'est pas semblait à Maxwell théoriquement absurde. L'expérience prouve indirectement qu'il avait raison. On peut dire qu'il était plus physicien que Newton, mais il faut ajouter qu'il était plus métaphysicien que lui.

Le *principe de l'égalité de l'action et de la réaction* est un de ceux qui sont le plus importants dans la mécanique de Newton. Il est facile d'en comprendre la raison si l'on se reporte au rôle propre des principes. Ils ont pour but, non pas de fournir simplement un résumé des faits, mais de procurer dans chaque cas les équations du problème. Le principe de l'égalité de l'action et de la réaction est admirablement approprié à cet usage. Il donne, par son énoncé même, une relation d'égalité entre certaines grandeurs, alors que tous les principes analysés jusqu'ici nous apprenaient seulement que ces grandeurs

1. V. Maxwell, *Matter and Motion*, § 41. « Chaque fois que nous rencontrons un changement dans le mouvement d'un corps, nous pouvons ramener ce changement à une action qui met ce corps en rapport avec un autre, c'est-à-dire à un contact ».

existent. Il suffira de considérer comme connu l'un ou l'autre des deux termes de la relation, pour que celle-ci puisse s'interpréter comme la véritable équation du problème. C'est ainsi qu'on établit les lois du choc des corps, en supposant connues les forces développées par le choc. Le principe de l'égalité de l'action et de la réaction devient de la sorte l'instrument essentiel de la mécanique mathématique.

Parmi ceux qui ont le mieux pressenti avant lui le principe de l'égalité de l'action et de la réaction, Newton cite, outre *Galilée*, le Chevalier *Christophe Wren*, *J. Wallis* et *Huygens* [1]. Newton ne cite nulle part Descartes et l'on pourrait croire que les théories cartésiennes ont été sans influence sur son esprit. Mais il suffit de lire le Corollaire III des Lois du mouvement et de voir le rôle prépondérant qu'y joue la notion de « quantité de mouvement », pour se persuader que la mécanique de Descartes n'a pas été étrangère à Newton.

Descartes, nous sommes obligés de le reconnaître, n'a pas connu le principe de l'égalité de l'action et de la réaction sous sa forme générale. L'idée qu'il se faisait de « l'action » était assez confuse, et comportait un mélange des notions de masse, de direction et de vitesse. Mais Descartes a insisté fortement sur un cas particulier de la loi de l'action et de la réaction, où, malgré l'inexactitude de son langage, il a été l'initiateur de la vérité. Nous voulons parler des lois du choc des corps, telles qu'on les trouve exposées par exemple dans les *Principes de la Philosophie* [2].

Descartes explique que la rencontre de deux corps solides peut donner lieu à plusieurs alternatives. D'abord le corps choqué peut être incomparablement « plus fort » que le corps choquant. En d'autres termes, la quantité d'action mise en jeu dans la rencontre est insuffisante pour modifier l'état du premier corps, tandis qu'elle est suffisante pour modifier celui du second. Tout se passe comme si le premier corps ne subissait pas d'action. Le corps le plus faible est dévié, son mouvement change de « détermination », non de « quantité ». Dans ce cas Descartes méconnait entièrement le principe de l'égalité de

1. *Principes*, L. I, Scholie, p. 28.

2. *Principes de la Philosophie*, IIe Partie, § 41.

l'action et de la réaction. Il pense que le corps le plus petit subit une action observable, tandis que l'autre ne manifeste la trace d'aucune réaction. Descartes ne comprenait pas que pendant le choc la surface de contact est le siège d'une réaction égale à l'action. Si maintenant les deux corps en présence sont de dimensions, de vitesses, de « forces » comparables, alors le choc se manifestera, quoique inégalement, sur l'un et sur l'autre. On verra l'un des corps se déplacer dans un sens avec une vitesse nouvelle et l'autre se déplacer, soit dans le même sens, soit en sens opposé, avec une vitesse généralement différente. Un cas intéressant est celui où les deux corps sont de masse égale et se heurtent avec des vitesses égales. Dans ce cas Descartes, démontrait *a priori* que le choc devait être suivi de repos. En général le mouvement n'est pas détruit, il se conserve de part et d'autre, ou du moins il se conserve dans l'ensemble la même « quantité de mouvement ».

On voit revenir ici cette notion qui est la seule vraiment précise de la mécanique cartésienne. Grâce à elle, dans le cas du choc Descartes est en état de donner une signification nette à la notion si flottante « d'action motrice ». Il mesure l'action par la quantité de mouvement et il démontre que la partie du mouvement qui est perdue par un des deux corps est intégralement recouvrée par l'autre. Ceci explique que les vitesses après le choc puissent différer des vitesses avant le choc et aussi qu'elles puissent différer entre elles. Le choc est régi par la répartition, non des vitesses, mais des « mouvements ». La quantité de mouvement, comme on l'a vu plus haut, se conserve théoriquement constante, et si elle diminue dans une partie du système il faudra qu'elle augmente de la même valeur dans l'autre. On pourra dire alors, abstraction faite des signes, que le mouvement communiqué aux deux corps, qui se rencontrent est nécessairement le même. Estimant les mouvements en sens contraire, on dira que leurs effets se balancent. Le principe de la conservation du mouvement donne ici un énoncé bien voisin de celui de l'action et de la réaction. Si Descartes n'a pas étendu ce dernier en dehors des lois du choc, c'est qu'il n'avait pas, en dehors de ce cas, de définition précise de « l'action ».

La théorie de Descartes devait être reprise à la fin du XVIIe siècle par *Malebranche*, qui, dans ses lois de la Communication du Mouvement, essaye de mettre d'accord les déductions de Descartes avec les résultats expérimentaux si exacts qui venaient d'être publiés par *Mariotte*[1]. Avant lui des physiciens comme *Wren* et *Huyghens* s'étaient déjà résolument lancés dans la voie expérimentale pour aborder l'étude du choc et de la distribution des actions. Des expériences avaient été faites soit avec des corps parfaitement élastiques, soit avec des corps relativement mous. Il est incontestable que ces expériences avaient été sollicitées par les théories de Descartes, et Newton qui devait les répéter avec plus de succès se trouve souvent, même à son insu, sous l'inspiration d'idées cartésiennes.

Les expériences sur le choc des corps préoccupèrent Newton pendant une grande partie de son existence et il répéta à plusieurs reprises les séries de mesures dont il devait faire état. Il se servait pour ces mesures de deux pendules qu'il faisait se heurter d'une certaine hauteur. Ces pendules avaient dix pieds de long, il y suspendait des corps tantôt égaux et tantôt inégaux, et il les faisait se choquer en tombant de très haut, comme de huit, douze et seize pieds. Il avait calculé d'avance, dans les différentes hypothèses possibles, à quelle hauteur devaient s'élever après le choc les deux pendules. Si la loi de l'action et de la réaction est vérifiée, si les corps sont parfaitement élastiques et se rencontrent bien au point le plus bas de leur course, la théorie laisse prévoir qu'ils remontent chacun à une hauteur égale à celle d'où ils descendent, et que le phénomène se répétera, abstraction faite d'une petite perte de vitesse due au frottement de l'air et aux résistances passives. « Or, nous dit Newton, j'ai toujours trouvé, à des différences près qui étaient moindres que trois pouces dans les mesures, que lorsque les corps se rencontraient directement, les changements de mouvement vers les points opposés étaient toujours égaux, et que par conséquent la réaction était toujours égale à l'action[2] ». Newton varie les conditions de l'expérience en opérant sur des masses inégales ou qui tombaient de hau-

1. Traité de la percussion ou du choc des corps.
2. *Principes*, L. I, Scholie p. 30.

teurs inégales. Les nombres trouvés confirmaient les premiers avec des erreurs qui ne dépassaient jamais deux pouces.

La conclusion naturelle de ces différentes expériences eût été de corroborer la théorie de Descartes et de confirmer, dans le cas du choc des corps, le principe de la conservation du mouvement. Pourtant Newton ne cite qu'accessoirement cette signification de ses expériences. C'est surtout le principe de l'égalité de l'action et de sa réaction qui lui paraît démontré par ses mesures. On a là un exemple curieux de la multiplicité d'interprétations dont certaines expériences physiques sont susceptibles. Selon les idées qui sont le plus en faveur ou dont la considération est la plus familière, la même expérience pourra mettre en lumière des propriétés bien différentes. Un siècle plus tard, *Scheele* trouvera dans la combustion de l'hydrogène ou « air inflammable » comme principal produit de la réaction du « calorique », l'eau n'étant qu'un produit secondaire. Pour *Lavoisier et Laplace*, au contraire c'est la formation de l'eau qui est le phénomène essentiel, la chaleur dégagée n'est qu'un accessoire. Il s'est passé quelque chose d'analogue dans le cas qui nous occupe. La considération de la « quantité de mouvement » était essentielle au système de Descartes, pour qui l'idée d'action et de réaction n'était pas encore parvenue à maturité. Sous l'influence des travaux de Wren et de Huyghens, Newton était arrivé à comprendre l'importance de cette idée, en même temps que les quantités de mouvement lui semblaient de plus en plus accessoires. On comprend alors que le même phénomène, le choc des corps solides, étudié théoriquement par Descartes et ses disciples, les ait amenés à construire une mécanique toute qualitative et souvent erronée, tandis que Newton abordant le problème par la voie expérimentale en a tiré tout de suite le principe général de l'égalité de l'action et de la réaction, et avec ce principe toute la mécanique rationnelle.

Descartes ramenait l'idée d'action à l'idée de mouvement, c'est-à-dire au produit de le masse par la *vitesse*. Newton est le premier qui ait vu que le principe de l'égalité de l'action et de la réaction s'applique non aux mouvements, mais aux forces, c'est-à-dire au produit des masses par les *accélérations*.

L'existence des *forces de réaction* se constate non seulement dans le cas de la dynamique, mais encore dans le cas de la statique. Si par exemple le doigt presse la pierre, la pierre exerce en même temps sur le doigt une pression égale et de signe contraire. Tout corps qui en tire un autre est en même temps tiré par cet autre. « Si un cheval tire une pierre par le moyen d'une corde, il est également tiré par la pierre. Or la corde qui les joint et qui est tendue des deux côtés, fait un effort égal pour tirer la pierre vers le cheval, et le cheval vers la pierre[1] ». Dans tous les cas de ce genre, il y a équilibre de forces. Tantôt ces forces ne produisent qu'un effort statique, comme dans le cas du doigt qui presse la pierre sans parvenir à la déplacer. Tantôt elles s'exercent pendant le mouvement, comme dans l'exemple du cheval qui transporte la pierre. Dans les deux cas, le mot de réaction peut se prendre en un double sens. Ou bien on considère la force de réaction comme une cause qui s'oppose à l'action, ou on la fait résider dans ses effets qui sont inverses de ceux de la force imprimée. C'est la même ambiguïté que nous avons rencontrée lorsqu'il s'est agi de définir la force d'inertie. On pouvait se ranger à l'opinion vulgaire qui envisage la force d'inertie comme une cause préexistante dans le corps, ou adopter la définition de Newton, pour qui l'inertie est toujours consécutive à la force et révélée par les mouvements qu'elle produit. Il va sans dire que cette ambiguïté est levée par Newton de la même manière lorsqu'il s'agit de la force de réaction et lorsqu'il s'agit de la force d'inertie. La force de réaction n'existe pas dans les corps comme une réalité antérieure au mouvement. Nous observons seulement que certaines conditions font naître dans les corps qui se touchent des mouvements inverses, et comme la mesure de ces mouvements se fait toujours par des nombres contraires, nous disons que les uns sont le signe d'une action, les autres le signe d'une réaction.

On voit que le principe de l'égalité de l'action et de la réaction est au fond la définition précise du mot *reaction*, comme le principe de l'inertie est la définition précise du mot *force*. La force telle qu'elle est admise du vulgaire ne serait jamais

1. *Principes*, L. I. Axiomes, IIIe Loi.

devenue une notion scientifique si le principe de l'inertie n'avait pas fait voir qu'elle est susceptible de mesure. On peut comparer la force au produit d'une masse par une accélération et lui faire correspondre un nombre bien déterminé. De même on peut dire que le bon sens possède l'idée confuse de réaction. Mais cette réaction est à peine une grandeur, elle est quelque chose de surtout qualitatif. Une fois au contraire qu'on a défini la force de réaction par un nombre égal et de signe opposé à celui qui mesure l'action, on introduit dans la science un concept positif, dont l'emploi sera d'autant plus fécond qu'il n'est pas restreint aux seuls cas de bon sens.

Newton démontre-t-il le principe de l'égalité et de la réaction? Il semble que dans sa IIIe loi du mouvement, il se contente de l'énoncer comme un axiome. Les expériences faites dans le cas du choc permettent d'étendre cet axiome à tous les cas réels. Pourtant si l'on se réfère au Scholie qui termine l'exposé des lois du mouvement, on y trouve un essai de démonstration du principe de l'action et de la réaction. Cette démonstration est toute *a priori* et sur le type des arguments déductifs de Descartes. Elle va nous fournir le premier exemple d'un procédé de raisonnement fréquent chez Newton et sur lequel nous aurons à revenir à propos de la méthode physique.

Dans certains cas le principe de l'égalité de l'action et de la réaction est vérifiable directement. C'est ce qui arrive par exemple dans le cas déjà cité du cheval tirant la pierre. Ici l'équilibre de la corde tendue est la preuve de l'égalité des efforts mis en jeu. Newton veut démontrer *a priori* que le principe se vérifie aussi dans le cas des attractions à distance, où l'existence des tensions du milieu échappe à toute observation[1]. Supposons que deux corps A et B s'attirent suivant une loi quelconque et que leur mouvement relatif soit empêché par un obstacle. Les deux corps viendront heurter l'obstacle et continueront à le presser avec une force dépendant de la loi d'attraction. Si l'action de A sur B n'était pas égale à la réaction de B sur A, l'obstacle subirait des efforts inégaux et offrirait moins de résistance au déplacement d'un corps que de l'autre. On verrait alors tout le système, composé des deux corps et de

1. Cf. Article « *Mechanics* » de l'*Encyclopædia Britannica*, § 1-13 (Auth. Prof. Tait).

l'obstacle, subissant l'action différentielle créée par l'inégalité des forces, se déplacer vers l'un des centres. C'est là une conséquence nécessaire du principe de l'inertie, appliqué à un système isolé. Mais cette conséquence absurde montre l'absurdité du point de départ. L'expérience idéale que nous venons de tenter serait tout autre dans la pratique. L'action de A sur B serait rigoureusement égale à la réaction de B sur A et le système total resterait au repos.

Il est curieux de voir Newton se servir du raisonnement par l'absurde pour discuter les conséquences d'une *expérience idéale*. Ce procédé logique revient constamment chez lui. Il lui servira à démontrer le principe d'Archimède et beaucoup d'autres principes. Mais cette fiction d'une expérience idéale ne pouvait satisfaire l'esprit positif de Newton. Aussi la démonstration qu'il vient de donner du principe de l'égalité de l'action et de la réaction doit-elle se compléter par des recherches empiriques sur l'attraction du fer et de l'aimant. A cet effet Newton plaçait le fer et l'aimant chacun séparément dans de petits vaisseaux sur une eau dormante, et il amenait les deux vaisseaux au contact. L'observation lui faisait voir que ni l'un ni l'autre ne prenaient de mouvement, mais qu'ils soutenaient par l'égalité de leur attraction les efforts mutuels qu'ils font l'un sur l'autre. Si on les amène d'abord au repos, ils persistent dans ce repos, si on les déplace d'un mouvement commun, ils obéissent à la seule inertie. On le voit, Newton ne néglige rien pour donner du principe de l'égalité de l'action et de la réaction une démonstration physique. La preuve *a priori* que nous avons citée d'abord était un effort intéressant pour déduire ce principe du principe d'inertie. Mais Newton a bien vite compris ce qu'une pareille déduction a de fallacieux, et il est revenu aux vérifications de fait, seules valables pour un axiome de fait.

Restant sur le terrain des faits, est-il possible de ramener l'un à l'autre le principe de l'égalité de l'action et de la réaction et le principe d'inertie? Les vérités expérimentales traduites par ces deux principes ne sont-elles pas irréductibles l'un à l'autre?

A cette question il faut répondre que la loi de l'action et de la réaction apprend plus que la loi de l'inertie. Cette dernière

est l'expression scientifique de la conservation de la « force » dans un même corps. Elle nous apprend que si nous isolons une partie de la matière par une surface géométrique, rien ne peut se modifier dans le déplacement d'ensemble du volume, si rien n'est modifié d'abord dans l'état de la surface. Pour qu'un mouvement change de nature, il faut qu'il reçoive un apport de l'extérieur, et c'est justement cet apport qui reçoit le nom de force. Envisageons maintenant un ensemble de plusieurs surfaces, limitant des corps distincts, qui sont tantôt au contact et tantôt disjoints. Chacune de ces parties possède une inertie propre et une résistance particulière au changement d'état. Si nous voulons malgré tout modifier cet état, il peut être commode de faire un appel non pas à une force entièrement extérieure, mais à une de celles qui existent déjà dans les corps voisins. Nous pourrons par exemple nous servir de l'inertie d'une masse en mouvement pour accélérer le mouvement d'une masse moindre animée d'une moindre vitesse. La force ainsi empruntée du dehors prendra le nom d'action. Mais pour que cette opération soit possible, il ressort de toutes les expériences qu'une force *égale et de même signe* doit être perdue par l'autre partie du système. C'est l'énoncé même du principe de l'égalité de l'action et de la réaction.

A ce nouveau point de vue, ce principe s'interprète de la façon suivante. D'après le principe de l'inertie, les corps extérieurs à un corps donné sont les seules sources auxquelles ce dernier puisse emprunter du mouvement ou de la force. Il reste à savoir si ces corps extérieurs sont une source illimitée de force, à laquelle on puise sans la tarir, comme dans l'ancienne théorie du fluide électrique il était possible d'extraire d'un corps neutre une quantité illimitée d'électricité. Le principe de l'égalité de l'action et de la réaction répond à cette question par la négative. On ne peut enrichir le mouvement d'un corps sans appauvrir *exactement de la même quantité* le mouvement des corps voisins. Il est impossible, en particulier, qu'un corps au repos possède, par sa seule inertie, la faculté d'accélérer le mouvement d'un autre. L'action motrice ne peut-être empruntée qu'aux corps en mouvement et dans la mesure même de leur mouvement. On voit que ce principe d'inertie n'implique pas exactement la même chose que le principe de l'égalité de

l'action et de la réaction. Le premier nous apprend seulement qu'un corps, pour modifier son état, doit subir l'action d'une force. Le second nous enseigne en outre qu'un autre corps, qui a prêté sa force, se modifie toujours proportionnellement à l'effet produit.

Une fois admis le principe de l'égalité de l'action et de la réaction, on peut s'en servir soit pour la mesure des actions, soit pour la mesure des réactions. Il va d'ailleurs sans dire que ces deux notions sont corrélatives. Une force considérée dans certains cas comme une action pourra, dans d'autres circonstances, se présenter comme une réaction.

Il se passe ici ce que nous avons déjà constaté à propos de l'inertie, qui peut être considérée tour à tour comme motrice ou comme résistante. Lorsque nous faisons tourner une toupie entre nos doigts, la force de rotation imprimée à la toupie nous apparait comme une action, et la pression qu'elle exerce contre la main prendra le nom de réaction. Mais la terre elle aussi tourne autour de son axe. Pourtant la force avec laquelle elle nous entraîne nous apparait comme une action. Les mêmes observations s'appliquent au mouvement d'un fluide dans un vase fermé. Lorsque nous comprimons le fluide, sa résistance se présente comme une réaction, quand au contraire nous le laissons se détendre, l'effort qu'il exerce prend le nom d'action. Ces deux termes n'ont jamais qu'un sens relatif. Il dépend de la nature particulière des problèmes de savoir si telle force doit être considérée comme une action ou comme une réaction.

Quoi qu'il en soit, la mesure de l'une est la conséquence immédiate de la mesure de l'autre, précisément à cause du principe qui veut qu'elles soient égales. La plupart du temps les réactions nous intéressent assez peu. Nous tenons surtout à connaître les forces que nous dépensons et les effets qu'elles produisent, mais le mécanisme des réactions intermédiaires nous est indifférent. Ainsi lorsqu'un solide repose en équilibre sur un plan incliné, nous tenons à savoir la relation qui existe entre son poids, sa forme, et l'angle que peut atteindre son inclinaison avant qu'il y ait glissement. Mais la mesure des forces de frottement qui s'exercent entre le corps et le plan n'a pour nous que peu d'importance. De même lorsque nous nous



servons du levier, il nous intéresse de savoir quel travail utile nous mettons en jeu. Mais les réactions qui s'exercent au point fixe n'ont pas besoin d'être calculées. On les passe généralement sous silence, bien qu'elles soient l'équivalent exact des forces appliquées.

C'est pour cette raison que la mesure des réactions est généralement négligée en mécanique. Les réactions se présentent surtout comme des grandeurs auxiliaires qu'il y a intérêt à introduire dans les calculs pour en tirer ensuite, par élimination, la valeur des actions. Tout au contraire la mesure indirecte des forces au moyen des réactions qu'elles suscitent est, on peut le dire, le problème essentiel de la mécanique. Il existe une multitude de forces que nous ne pouvons superposer directement à nos étalons de mesure. Telles sont non seulement les forces électriques, magnétiques, hydrodynamiques, mais un grand nombre de forces mécaniques, comme les forces de torsion ou d'élasticité. Ces forces sont difficilement comparables à des poids, qui sont les forces les plus aisément maniables. Aussi l'idée est-elle venue naturellement à l'esprit de Newton et de ses successeurs de remplacer la mesure directe de ces forces par la mesure de poids équivalents. Pour cela, *en vertu du principe de l'égalité de l'action et de la réaction*, il suffit de faire produire à ces forces des effets mécaniques dont on puisse contrebalancer l'action par celle de la pesanteur. La « force portante » d'un aimant se mesurera par le poids maximum qu'il peut tenir avant la rupture. On mesurera l'élasticité d'un ressort en l'équilibrant par des poids produisant l'allongement unitaire. Les forces électriques elles-mêmes s'évalueront de même façon au moyen de l'électromètre absolu[1].

Il n'est pas jusqu'à la mesure des poids qui ne repose, Newton l'a compris, sur une application tacite du principe de l'égalité de l'action et de la réaction[2]. Ce que nous mesurons à l'aide de la balance, c'est au fond l'attraction de la terre. Cette attraction, ou comme dit Newton, cette « force centripète motrice » nous est inaccessible directement. Aussi cherchons-

1. V. Pour le principe de l'électromètre Kelvin. *Eric Gérard, Leçons sur l'Electricité*, T. I. p. 95.

2. Cf. *Principes*, L. I, Déf. VIII.

nous à lui faire produire des réactions que nous équilibrons ensuite par des forces connues. La force de la gravité se connaît « par la force contraire et égale qui peut empêcher le corps de descendre ». La balance n'est donc qu'un instrument permettant de substituer à la mesure des actions la mesure des réactions. On pourrait en dire autant de la plupart de nos appareils de physique. Le principe de l'égalité de l'action et de la réaction est en ce sens le principe directeur de toute mesure.

Newton ne semble pas avoir eu le soupçon que le principe de l'égalité de l'action et de la réaction pût être dans aucun cas en défaut. Cette confiance était naturelle à une époque où ce principe venait d'être découvert, et n'avait pu recevoir de contrôle que dans les matières purement mécaniques. La mécanique rationnelle confirme nécessairement le principe de Newton. La mesure des forces y est justement fondée sur la loi de l'égalité de l'action et de la réaction, et il est évident qu'elle ne pourra jamais se démentir elle-même. Mais il y a lieu de se demander si ce principe, dont nul ne critique l'emploi lorsqu'il s'agit de problèmes purement mécaniques, devait demeurer sans exception dans le domaine plus vaste de la Physique moderne.

Si nous nous plaçons d'abord au point de vue des phénomènes électriques et magnétiques, l'histoire des sciences nous montre un curieux exemple d'objection portée au principe de l'égalité de l'action et de la réaction. On a vu plus haut que Newton avait tenté des vérifications expérimentales de son principe dans le cas des actions magnétiques. Ces expériences l'avaient confirmé pleinement dans son idée, et toutes les *expériences* tentées après lui en électromagnétisme sont venues fortifier la valeur de son principe. Mais à la fin du XVIIIe siècle et surtout au commencement du XIXe la physique mathématique s'empare de toutes ces questions. Les recherches de *Biot* et d'*Ampère* aboutissent à la constitution définitive de l'Electromagnétisme et un des premiers résultats de ces travaux fut de mettre en lumière un cas où le principe de l'égalité de l'action et de la réaction se trouve violé. Nous voulons parler de la loi élémentaire de l'action d'un pôle sur un élément de courant. Cette action est directement appliquée à l'élément de courant et il faut que la réaction du courant sur le pôle, étant égale et

opposée à l'action, se trouve appliquée, elle aussi, non au pôle, mais au courant. Ce résultat est entièrement incompatible avec les idées de Newton. Il est impossible qu'une force quelle qu'elle soit, action ou réaction, opère là où elle n'est pas. Une force n'agit pas à distance, et on ne peut concevoir qu'une force dont la direction ne rencontre pas le pôle soit capable de le mettre en mouvement. Les découvertes de *Biot*, de *Laplace*, d'*Ampère*, obligeaient donc, semble-t-il, à choisir entre la simplicité si séduisante des lois électromagnétiques et le principe, consacré par les faits, de l'égalité de l'action et de la réaction.

Le principe de Newton devait l'emporter. On se persuada que les conventions mathématiques qui sont à la base de l'électromagnétisme présentent un certain arbitraire, et des savants comme *Maxwell* préférèrent modifier la théorie, plutôt que d'aller contre les faits. A une époque encore plus moderne le principe de l'égalité de l'action et de la réaction devait subir un nouvel assaut. C'est cette fois sur des considérations optiques, d'ailleurs étroitement liées aux considérations électromagnétiques, que des physiciens comme *Lorentz* ont essayé de fonder une théorie de la matière ou l'on se passerait du principe de l'égalité de l'action et de la réaction[1]. Mais sur ce point il faut bien s'entendre. La théorie de *Lorentz* ne suppose pas que le principe de l'égalité de l'action et de la réaction est faux. Elle admet seulement qu'il est incomplet si on l'applique *à la matière seule*. Il convient pour lui rendre sa valeur de l'appliquer au système formé par la matière et l'éther. Assurément la théorie de *Lorentz* est une modification grave apportée à nos idées mécaniques. Elle amène à croire que la somme géométrique de toutes les forces appliquées aux molécules matérielles n'est pas nulle. Mais on ne peut pas dire qu'elle soit une objection fondamentale au principe même de l'égalité de l'action et de la réaction. Elle consiste simplement à l'étendre du domaine de la matière, où il n'est vrai qu'en première approximation, au domaine plus complexe formé par la matière unie à l'éther. La différence entre le principe de Newton et les faits ne serait pas loin, d'après *Lorentz*, d'être accessible à l'expé-

1. Cf. H. Poincaré, *Électricité et optique*, 1902, et un article du même auteur dans la *Revue générale des sciences*, 15 nov. 1900.

rience, tandis que le principe modifié se concilie rigoureusement avec eux.

Nous n'avons pas à nous demander si une théorie aussi importante que celle de Lorentz suffit à jeter un discrédit définitif sur le principe de l'égalité de l'action et de la réaction. Nous préférons examiner jusqu'à quel point elle est contraire aux idées directrices du Newtonisme. Il est certain qu'aux yeux de Newton la théorie de *Lorentz* eût passé non pour une critique, mais pour un complément des *Principes*. Elle ne contredit pas le principe de l'égalité de l'action et de la réaction. Elle se contente de lui ôter une valeur absolue pour lui laisser une valeur relative. Une telle transformation est conforme aux habitudes de Newton. Tandis qu'il eût trouvé inaccepables les paradoxes de l'électromagnétisme, parce qu'ils s'opposent directement aux idées de bon sens, il eût admis avec *Lorentz* que le principe de l'égalité de l'action et de la réaction ne donne, comme tous les autres, qu'une approximation provisoire du réel.

On trouve une confirmation de ce que nous venons de dire dans les expériences tentées par Newton lui-même sur les corps qui ne sont pas parfaitement élastiques. Pour des corps de ce genre, l'approximation qu'on a faite jusqu'ici ne suffit plus. Si l'on veut que le principe de l'égalité de l'action et de la réaction demeure vrai, du moins sous la forme cartésienne de la conservation du mouvement, il va falloir introduire des forces nouvelles, et admettre que dans le choc des corps l'inertie n'est pas seule en jeu : elle se complique des effets de la *force élastique*.

Ceci n'est point, Newton le remarque expressément, une atteinte portée au principe lui-même. C'est un complément ajouté à la théorie pour la mettre en accord avec la pratique. Les expériences de *Wren* et d'*Huyghens* ne concernaient que le choc des corps parfaitement durs ou, pour employer le langage moderne, des corps parfaitement élastiques. Newton opérait au contraire non seulement sur des boules d'acier, qui se rapprochent sensiblement des conditions d'élasticité parfaite, mais aussi sur des boules de verre, de liège, et sur des « pelotes de laine très serrée ». Sur ces corps imparfaitement élastiques, Newton refit les expériences du pendule, qui consistaient à les

faire se heurter après les avoir laissé tomber de hauteurs variables. Les nouvelles mesures faites dans ce cas, si elles avaient été interprétées brutalement, auraient amené Newton à nier le principe de la conservation du mouvement, et avec lui le principe de l'action et de la réaction. Il en ressortait en effet d'abord qu'un corps mou choquant un corps dur sans que ce dernier cesse de demeurer au repos, ne s'élève pas à une hauteur égale à celle d'où il est tombé. L'action n'est donc pas égale à la réaction. Ensuite, à supposer que les deux corps continuent à se mouvoir après leur rencontre, les mesures de Newton faisaient voir que la quantité totale de mouvement dans le système a diminué. Cette diminution, inappréciable dans le cas des boules d'acier, s'élève environ au 1/16ᵉ, avec les boules de verre, elle augmente encore avec les boules de liège, et si l'on passe aux pelotes de laine, elle atteint la valeur 4/9. Une telle divergence avec la loi théorique est inadmissible, d'autant que Newton dans ses premières expériences n'avait jamais obtenu de nombres différant de plus de trois pouces.

Au premier abord, on aurait pu croire nécessaire de révoquer en doute le principe de l'égalité de l'action et de la réaction. Cependant le sens même dans lequel les variations se produisent allait suggérer à Newton un terme de correction qui rétablira l'accord de la théorie et de l'expérience. Si le choc des corps mous ne suit pas les mêmes lois que le choc des corps durs, il est à remarquer que la différence est toujours dans le même sens. Elle correspond invariablement à une diminution de la quantité d'action ou de mouvement. De plus, et c'est là le point essentiel, cette diminution est d'autant plus grande que le corps est plus mou, et d'autant plus difficile à saisir qu'il s'agit de matériaux plus élastiques.

On est amené alors à se demander si les divergences que révèlent les mesures ne seraient pas propres précisément à donner un sens mathématique aux idées communes de dureté et de mollesse. Si, comme les expériences de Newton le font voir, les vitesses des corps qui se choquent sont diminuées toujours *proportionnellement* à elles-mêmes, — le coefficient de proportionnalité dépendant seulement de la nature des corps, — on peut dire que cette diminution donne une signifi-

cation tout à fait précise aux notions de bon sens sur l'élasticité. On définira la *force élastique* d'un corps par le facteur de réduction dont il faut affecter après le choc les vitesses du corps. Cette force s'introduit de la même façon qu'on a introduit plus haut la masse propre des objets matériels. C'est un coefficient purement numérique à qui sa constance permet d'attribuer une interprétation physique. Nous dirons alors que dans le choc des cops mous, les vitesses et les masses au moment du choc ne sont pas les seules grandeurs d'où dépende la répartition du mouvement. Il circule entre les corps, pendant le contact, une force supplémentaire, la force élastique, qui est capable de détruire une proportion notable du mouvement. Les vitesses que l'expérience fournira seront toutes diminuées dans un rapport défini, la quantité de mouvement sera diminuée dans le même rapport, et cependant le principe de l'égalité de l'action et de la réaction demeure respecté, puisque l'action ne dépend plus des seules vitesses acquises, mais aussi de celles qui sont engendrées par la force élastique. Ainsi Newton fait d'une exception apparente un cas nouveau de son principe en montrant que les différences observées sont dues à ce que les conditions d'application du principe ne sont pas rigoureusement remplies. Si l'on tient compte des forces d'abord négligées, on voit reparaître la concordance de la théorie avec les faits [1].

Les différents principes énumérés jusqu'ici nous ont appris ce que c'était qu'une force (principe d'inertie), à quels points la force se trouve appliquée (principe de non action à distance) et comment on peut la comparer à d'autres forces (principe d'inertie combiné avec le principe de l'égalité de l'action et de la réaction). Mais pour que les forces puissent devenir l'objet d'une mécanique vraiment mathématique, il faut non seulement qu'on les ait définies comme des grandeurs susceptibles d'égalité, mais comme des grandeurs susceptibles d'addition. En d'autres termes il faut posséder un mécanisme de composition et de décomposition qui permette de passer de certaines forces à d'autres, comme le mécanisme algébrique permet de

1. *Principes*, Axiomes, L. I, Scholie p. 31. « Ainsi la troisième loi se trouve confirmée dans le choc et dans la réflexion des corps par la théorie, et la théorie l'est par l'expérience. »

transformer les unes dans les autres des expressions abstraites. Pour cela un nouveau principe est nécessaire. C'est celui qu'on appelle aujourd'hui le principe de l' « indépendance des effets des forces par rapport au mouvement antérieurement acquis ».

Ce principe, comme on le verra tout à l'heure, peut recevoir deux formes distinctes. C'est le grand mérite de Newton d'avoir le premier dégagé ces deux formes et d'avoir fait voir leur parenté. Le principe de l'indépendance des effets des forces est celui qui a eu la plus grande portée dans le développement de la mécanique newtonienne. C'est grâce à lui que l'application du calcul a pu se faire à la dynamique, à l'hydrodynamique, à la physique tout entière. C'est lui, mieux qu'aucun autre, qui méritait de porter le nom de *principe de Newton*, souvent appliqué d'une manière traditionnelle au seul principe de l'égalité de l'action et de la réaction. Comme Galilée est le véritable inventeur du principe d'inertie, Newton le premier a établi dans toute son ampleur la théorie de l'additivité des forces.

Les expériences de Galilée sur la chute des corps contenaient en puissance le principe de l'indépendance des effets des forces par rapport au mouvement antérieurement acquis. L'exemple du champ de la pesanteur était le premier exemple d'un champ d'accélérations constantes, et le résultat des découvertes de Galilée pouvait se résumer ainsi : les vitesses qu'un corps grave emprunte à la pesanteur pendant l'unité de temps sont les mêmes soit qu'il parte du repos, soit qu'il tombe déjà vers le centre de la terre. De plus elles sont les mêmes à tout instant, de sorte qu'il importe peu pour les évaluer de se placer au début ou à la fin de la chute. En tout état la vitesse d'un grave augmente pendant l'unité de temps de la même valeur.

Il ressortait déjà de là, au moins dans le cas de la pesanteur, une double conséquence. Les forces exercent les mêmes effets sur un corps au repos et sur un corps en mouvement ; — les effets qu'elles produisent peuvent se superposer sans se déformer. Une troisième conséquence était même implicitement contenue dans les lois de Galilée : les forces peuvent s'ajouter dans le temps et elles peuvent s'ajouter dans l'espace.

D'abord nous ne pouvons jamais juger de l'action d'une

force au moment même où cette action se produit. L'inertie de la matière offre trop d'obstacles et la lenteur de nos sens apporte trop de retard pour qu'un mouvement nous soit connaissable dans l'instant où la force apparaît. Lorsqu'un mouvement est saisi par nous, la force a déjà cessé de s'exercer, ou elle a été remplacée par une autre, qui produit un mouvement nouveau. C'est ainsi qu'un corps pesant partant du repos prend d'abord un mouvement insensible, et lorsque sa vitesse devient manifeste il ne subit déjà plus les mêmes actions qu'au début; la résistance de l'air et la vitesse acquise sont des facteurs nouveaux qu'il faut envisager. Ainsi le mouvement d'un corps à un moment donné est toujours la superposition d'une infinité de mouvements prenant naissance dans les éléments de temps successifs. On doit donc s'attendre à ce que tout mouvement se complique à mesure qu'il se prolonge. Or c'est précisément le trait remarquable des lois de Galilée de faire connaître un mouvement varié, mais *uniformément* varié. Les effets successifs des forces appliquées, au lieu de se combiner suivant une loi inextricable, croissent *proportionnellement* au temps. Tout se passe comme si la force ou cause du mouvement demeurait constante dans le temps, et jouissait de la propriété de superposer ses effets sans les détruire. En ce sens les lois de la chute des corps montraient l'additivité des forces dans le temps.

Elles faisaient voir aussi bien l'additivité des forces dans l'espace. Le théorème du centre de gravité en est la preuve la plus nette. L'existence du « centre de gravité » d'un corps ou d'un système de corps est par elle-même une démonstration du fait que les forces élémentaires s'ajoutent pour donner lieu à une force totale ou intégrale. A la vérité l'addition n'a lieu dans ce cas qu'entre vecteurs parallèles et de même sens. Nous ne savons pas ce que pourrait signifier l'addition de forces faisant un angle. Il n'en est pas moins vrai qu'en approfondissant les lois de Galilée on pouvait en dégager d'une façon assez nette le principe de la superposition des forces. Il appartenait à Newton de formuler le principe dans toute sa généralité.

Le principe de Newton, selon le point de vue où l'on se place, revêt des formes assez différentes. Examinons-le d'abord sous

l'aspect dynamique. Il est commode de parler de l'action d'*une* force appliquée à un corps, si l'on se limite au cas du choc ou de la percussion. Là le temps d'action de la force est si court, qu'on peut sans inconvénient considérer celle-ci comme constante. Aussitôt que le contact cesse, la force est supprimée, ou pour parler d'une manière plus exacte, cette force est remplacée par l'inertie du corps. Ce dernier va se mouvoir sous l'impulsion d'une cause unique, et si l'on suppose qu'on s'est mis à l'abri de toutes les influences perturbatrices, on se trouvera dans un cas particulièrement favorable pour étudier l'effet d'une force unique. Nous savons que dans ce cas le mouvement est rectiligne et uniforme. La direction et l'intensité se maintenant constantes, elles donnent une mesure commode de l'action qu'a subie le corps.

Si maintenant, ce qui est le cas réel, l'impulsion n'a pas été isolée, mais précédée et suivie d'impulsions analogues ; bien plus, si dans chaque parcelle indivisible du temps, une force déterminée, actuellement variable, a fait sentir son action, on peut se demander quelle relation existe entre l'état du corps à un moment donné, et la totalité des impressions qu'il a dû recevoir. C'est là une question capitale pour le savant qui veut prévoir le mouvement en fonction des forces et des conditions initiales données.

Le principe de Newton nous permet de répondre que les effets successifs des forces agissantes se sont *superposés*. Ceci veut dire que le déplacement réel du corps est celui qu'on calcule en faisant l'hypothèse que durant chaque élément de temps le mobile s'est déplacé sous l'action de la force, *supposée constante*, qui agit sur lui, et cela sans que l'effet de cette force soit en rien modifié par le mouvement acquis. Si ce corps partait du repos au lieu d'avoir eu un point de sa trajectoire la vitesse acquise, la force agissant en ce point modifierait son état exactement de la même façon qu'elle fait dans les cas réels. Il suit de là une conséquence mathématique importante. Lorsque nous avons écrit l'équation fondamentale de la dynamique.

$$MA = F$$

nous avons simplement exprimé qu'*à chaque instant* il y avait équilibre fictif entre la force appliquée et le produit de la

masse par l'accélération. Mais si la force F, au lieu d'être constante, varie avec le temps, cette équation demeure vérifiée. Nous allons pouvoir exprimer à l'aide du calcul que l'équation valable en un instant t est la conséquence de toutes les équations analogues écrites pour les instants précédents. Il suffira d'appliquer aux deux membres de l'équation la sommation par rapport au temps. Cette sommation permettra de passer des accélérations aux vitesses, et une seconde sommation permet de s'élever des vitesses aux déplacements. On voit que l'emploi du calcul intégral, qui est la grande supériorité de la mécanique de Newton par rapport à celle de Galilée, repose entièrement sur l'application du principe de l'indépendance des effets des forces.

Le même principe prend une autre expression si au lieu d'envisager les effets successifs d'une même force, on considère les effets simultanés de forces différentes. La notion des forces simultanément appliquées à un même corps n'a pas été définie jusqu'ici. Nous avons pris l'habitude de considérer le mouvement comme un tout, et de lui chercher une cause totale. Mais, grâce à ce que nous venons de dire, il va nous être possible d'introduire la convention par laquelle deux ou plusieurs forces peuvent agir en même temps sur une masse donnée.

Considérons une masse matérielle qu'on a soumise à une première impulsion. Elle va se transporter avec une vitesse constante qui pourra donner une idée de cette impulsion. Supposons qu'une deuxième impulsion soit imprimée à la même masse un temps très court après la première, et qu'ensuite le système soit abandonné à sa propre inertie. Il ressort du principe de Newton, sous sa première forme, que le mouvement se modifiera de façon que la trajectoire réelle, nécessairement rectiligne, soit la même pour un observateur solidaire de la translation du mobile qu'elle eût été dans le cas du repos. En pratique il est impossible de donner à un corps des impulsions instantanées, et surtout des impulsions qui se suivent à un intervalle de temps « indivisible ». Mais le principe de continuité permet de suppléer à l'imperfection de nos moyens. Il nous autorise à étendre le résultat de nos observations de cas très voisins du cas idéal à ce cas limite lui-même, et à dire que la nature suit à peu près les lois que le calcul énonce rigoureu-

sement. Alors nous voyons qu'on arrive à définir ce qu'il faut entendre par un groupe de forces appliquées simultanément à un même corps. C'est l'ensemble limité d'un groupe réel de forces appliquées presque en même temps. Pour que cette définition soit légitime il faut encore démontrer que l'effet produit est indépendant de l'ordre dans lequel les forces agissent. Cela même résulte immédiatement de ce que nous savons déjà du principe de Newton. On peut donc convenir de regarder comme agissant ensemble des forces qui en réalité sont toujours successives, pourvu qu'il ne résulte de cette convention rien de contraire aux faits.

En d'autres termes, il faudra vérifier que le passage à la limite est légitime, comme dans le calcul des fluxions il faut toujours contrôler la solution par la contre-épreuve. Mais on conçoit tout de suite qu'en mécanique le contrôle direct est rigoureusement impossible. Il nous est impossible, par la nature des choses, d'instituer des expériences où plusieurs forces simultanées agiraient de concert. Tout ce que nous pouvons faire, c'est d'interpréter une force globale comme la résultante de forces partielles, et de chercher si cette manière de voir n'entraîne aucune contradiction. A vrai dire il n'y a pas d'expérience particulière qui puisse confirmer mieux qu'une autre notre principe. La valeur pratique de ce principe ressort de la mécanique tout entière. La cohésion des parties de cette science, l'appui mutuel et la confirmation indirecte qu'elles se prêtent, sont la meilleure preuve de la validité de son point de départ. C'est volontairement que Newton, au lieu de déduire la composition des forces *a priori*, préfère le regarder comme une donnée de la mécanique rationnelle [1].

La seconde forme du principe de Newton est celle qui est demeurée dans la science sous le nom de théorème de la composition des forces, ou du parallèlogramme des vitesses. Elle est énoncée par Newton de la façon suivante. « Un corps poussé par deux forces, parcourt, par leurs actions réunies, la diagonale d'un parallèlogramme dans le même temps dans

1. Cf. *Principes*, L. I, Axiomes p. 19. « Cette résolution et cette composition des forces se trouve confirmée à tout moment dans la mécanique ». — et cor. II, p. 21. « Ceci fait voir la fécondité de ce corollaire, et fournit de nouvelles preuves de sa vérité ».

lequel il aurait parcouru ses côtés séparément. D'où l'on voit qu'une force directe AD est composée des forces obliques quelconques AB et BD, et réciproquement qu'elle peut toujours se résoudre dans les forces obliques quelconques AB et CD[1]. »

Ce théorème pose d'une manière définitive le principe d'additivité des forces. Jusqu'à présent nous avions bien le moyen de juger si deux forces sont égales, mais nous ne savions pas, dans le cas où elles ne le sont point, déterminer leur somme ni leur différence. Maintenant nous sommes en possession d'un mode géométrique qui va nous permettre d'appliquer aux forces un système complet d'opérations. De même qu'un nombre peut toujours, et cela d'une infinité de manières, être regardé soit comme une somme soit comme une différence d'autres nombres, une force pourra toujours se composer ou se décomposer par l'emploi de forces homogènes. Seulement les grandeurs de ces forces ne s'additionnent ou ne se retranchent pas d'une manière purement algébrique. La force, outre sa grandeur et son signe, possède un caractère géométrique, savoir sa direction. Il est nécessaire que cet élément géométrique soit également susceptible d'addition. Ce résultat s'obtient d'une manière systématique en faisant usage de la règle du parallélogramme. Cette règle fournit en mécanique l'équivalent des algorithmes spéciaux qu'on rencontre dans le Calcul des Fluxions. Elle permet d'appliquer indifféremment, avec une large part d'arbitraire, la méthode analytique ou la méthode synthétique, puisque la composition et la décomposition géométrique ne diffèrent que par le point de vue où l'on se place. Dans l'un et l'autre cas la loi du parallélogramme des forces doit être envisagée comme un axiome expérimental, elle tire sa valeur du contrôle permanent des faits.

Le principe de l'indépendance des effets des forces par rapport au mouvement antérieurement acquis peut se formuler d'une troisième manière, si l'on fait intervenir la distinction des mouvements absolus et des mouvements relatifs.

Jusqu'ici nous avons admis implicitement que nous avions affaire à un corps se mouvant dans l'espace absolu. Les forces telles que nous les mesurions étaient des forces absolues, et

1. *Principes*, Lois du mouvement, Cor. I et II.

c'est seulement à de pareilles forces que s'appliquait la loi de l'indépendance. Mais Newton a insisté beaucoup sur le fait qu'un mouvement absolu n'est jamais observable. Ce que nous appelons de ce nom, c'est un mouvement de plus en plus « entier », c'est-à-dire de plus en plus affranchi des restrictions qu'impose la mesure.

Il faut, lorsque nous voulons procéder à la détermination effective d'un mouvement, que nous le rapportions à des points de repère supposés parfaitement invariables, et lorsque de pareils points nous manquent, nous devons les imaginer. Nous comparons le déplacement des repères à un système qui demeure invariable, et si ce système lui-même se déforme, il faudra corriger l'erreur qui en résulte en se référant à un système nouveau. Ainsi seulement nous arrivons à nous faire l'idée d'un mouvement absolu. Ce sera, dans l'exemple cité par Newton, la somme géométrique du mouvement du pilote sur le pont, du mouvement du navire à la surface des eaux, du mouvement des eaux à la surface de la terre, du mouvement de la terre sur elle-même et autour du soleil. Mais ceci suppose le soleil invariable, et en réalité nous ne savons jamais si notre système de comparaison est immobile. Bien plus, le bon sens et l'expérience nous enseignent que les mouvements relatifs sont les seuls accessibles, et ceci oblige à se demander si toutes les propositions de la mécanique, vérifiées pour le mouvement relatif, demeurent vraies dans l'espace absolu.

En d'autres termes, les principes de la mécanique très suffisamment conformes à l'expérience quotidienne d'un observateur attaché au mouvement de la terre, gardent-ils quelque valeur pour un observateur indépendant de notre espace et habitué à rapporter le mouvement à des axes qui lui semblent immobiles ?

C'est à cette question que le principe de Newton donne une réponse précise. Les mouvements des corps enfermés dans un espace quelconque sont les mêmes entre eux, soit que cet espace soit en repos, soit qu'il se meuve uniformément en ligne droite sans mouvement circulaire. Ceci signifie qu'une translation d'ensemble ne modifie pas les mouvements relatifs des corps. Si un phénomène s'est présenté à nous sous un certain aspect lorsque nous en rapportions les détails à des axes réputés

absolus, les particularités du phénomène resteront les mêmes si les axes reçoivent un déplacement quelconque, pourvu que ce déplacement se fasse tout d'une pièce avec les mobiles que nous observons. Par exemple le mouvement relatif des passagers sur le pont du navire ne sera pas altéré par le déplacement du navire, pourvu que celui-ci soit uniforme et rectiligne. On peut dire alors que les lois du mouvement sont indépendantes de la question de savoir si le système de référence est immobile ou non. Il suffit qu'on puisse admettre, comme c'est le cas, que si les axes se meuvent dans l'espace, leur déplacement est assez régulier pour être assimilable à une translation.

Si les axes recevaient un mouvement qui ne fût pas rectiligne et uniforme, tout ce qu'on vient de dire cesserait d'être vrai. Admettons qu'une rotation rapide entraine les axes coordonnés autour d'une droite fixe. Il se développera dans le mouvement apparent des forces centrifuges relatives dont l'effet viendra se superposer à celui des forces absolues. Alors le mouvement changera de caractère. Il ne sera plus le même, vu de l'intérieur ou de l'extérieur du système. Si l'on veut qu'un mouvement se superpose à un autre sans en modifier l'effet, ce mouvement ne peut-être qu'une translation.

On peut se demander pourquoi les translations jouent de la sorte un rôle privilégié en mécanique. Elles sont les seuls déplacements relatifs qui soient sans influence sur l'état intérieur des systèmes. Ce que nous avons dit de la mesure des forces suffit à rendre compte de cette particularité. Nous avons toujours mesuré les forces par le produit des masses et des accélérations, ces dernières étant censées rapportées à un système immobile. Mais la définition mathématique des accélérations montre qu'elles sont indépendantes du système coordonné pourvu que celui-ci se déplace d'un mouvement uniforme. Toutes les vitesses sont alors augmentées d'une quantité constante, et cette quantité s'élimine dans la mesure des différences. Les forces, qui sont fonctions de ces seules différences, ne sont pas touchées par la translation.

Il se passe ici quelque chose d'analogue à ce qu'on rencontre dans la mesure des pressions hydrostatiques. Nous pouvons supposer deux réservoirs déplacés d'une hauteur égale, la chute de pression de l'un à l'autre demeure la même, parce qu'elle

dépend de la seule différence des hauteurs. De même en électrostatique on peut attribuer une valeur arbitraire au potentiel d'un corps quelconque. Les grandeurs intervenant réellement dans le calcul sont toujours des différences de potentiel, qui demeurent les mêmes quand les deux termes augmentent de la même valeur. Le cas de la mécanique ressemble aux autres. Les différences des vitesses et non les vitesses elles-mêmes sont les seules grandeurs accessibles, et quand nous parlons de mouvements absolus, nous voulons dire qu'ils sont rapportés à des axes entraînés avec nous. Les effets d'entraînement dus à la translation augmentent les vitesses absolues mais disparaissent dans la mesure des différences. Envisagé sous cet aspect, le principe de Newton n'est qu'une forme nouvelle du principe de « relativisme ».

Le principe de Newton est un de ceux que la mécanique moderne a le plus développés. Newton lui-même avait compris quelle portée mathématique on pouvait lui donner. Il pensait s'en servir soit pour réduire le composé au simple comme le voulait Descartes, soit pour construire le composé en partant du simple, comme le tentera la physique mathématique du XIX[e] siècle.

La théorie de la précession et celle des marées exposées par Newton dans la section 11 du Livre I, peuvent servir d'exemple de ce dernier procédé. La réduction du composé au simple est surtout employée dans la théorie de la gravitation universelle. Lorsqu'il s'agit de rendre compte du phénomène des marées, Newton se trouve en présence de données complexes, qui même dans les cas les plus faciles, semblent inabordables par le calcul. L'effet des forces est le plus souvent masqué par des actions parasites[1]. C'est en appliquant le principe de l'indépendance des forces qu'il arrive à trouver les lois du phénomène. La composante normale, la composante tangentielle de l'attraction lunaire ou solaire agissent indépendamment et l'on peut trouver soit des stations maritimes, soit des époques de l'année où l'une de ces forces prédomine. On arrive de la sorte à faire la synthèse de ce qui semblait au premier abord inexplicable.

Inversement, il est des cas, par exemple celui des mouve-

1. V. l'énumération donnée par Newton des lieux du globe où les marées sont anormales.

ments planétaires, où l'analyse du réel semble impossible, tant les forces mises en jeu sont complexes. Aux actions directes des planètes se mêlent des actions perturbatrices dont l'effet exact nous est inconnu, et l'effet approché difficilement prévisible. C'est encore le principe de l'indépendance des effets des forces qui va nous permettre de débrouiller ce chaos. Nous nous donnerons une trajectoire rapportée à des axes fixes, et nous chercherons à voir quelles perturbations elle subit du fait des causes données. Nous savons que ces causes agiront comme si la planète était immobile, et la trajectoire absolue, une fois corrigée de ces influences, pourra être regardée comme déterminée par l'effet des seules attractions directes. Décomposant ces attractions en une composante tangentielle et une composante normale, nous verrons de même, que le mouvement moyen résulte uniquement d'une force centripète combinée avec une certaine vitesse initiale. Ces exemples suffisent pour faire ressortir l'importance analytique du principe de l'indépendance des effets des forces. Chez Newton et depuis Newton ce principe est à la base de toute la physique mathématique.

Le succès du calcul intégral devait bientôt justifier la tentation des mathématiciens d'étendre le principe de Newton de la Mécanique rationnelle à la Physique moléculaire. Newton en avait déjà eu l'idée, et l'esquisse de la théorie du potentiel donnée au 1[er] livre des Principes en est une féconde application. L'attraction d'une couche sphérique, celle d'une sphère homogène, celles d'autres figures simples sont calculées par lui au moyen de sommations étendues aux forces élémentaires qui résident dans chaque parcelle de la figure. L'attraction totale d'un corps sur un point est ainsi la somme géométrique des attractions partielles de toutes les molécules. L'opération analytique de la sommation correspond exactement pour Newton au principe physique de la superposition des forces.

Depuis, des calculs du même genre ont été introduits en optique, en élasticité, en électricité, pour obtenir par voie d'intégration l'effort résultant d'une infinité d'efforts très petits. Toute la physique moléculaire repose sur un principe qui est une extension de celui de Newton : si l'action d'un élément de volume d'un milieu continu sur un point matériel se traduit par la création d'une accélération γ, et si l'on appelle $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$... les

accélérations provenant des éléments m_1, m_2, m_3..., l'accélération réelle due au milieu totale sera $\Gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3$...

Au premier abord il semble évident qu'on a le droit d'étendre de la sorte le champ de la mécanique newtonienne. Malheureusement les progrès de la physique ont fait voir que le principe de la superposition des forces ne se vérifie pas aussi exactement dans le domaine des forces moléculaires que dans le domaine des forces mécaniques. Supposer que le potentiel d'un certain milieu est la somme des potentiels des éléments qui le composent revient à admettre, outre la règle de Newton, l'existence d'un « rayon d'activité » au delà duquel une molécule n'agit plus[1]. Voilà pourquoi on peut à la rigueur étendre le principe de l'additivité des forces à deux forces très petites émanant de centres voisins. Mais sitôt qu'on considère les effets sensibles exercés par des forces infiniment petites provenant de points possédant des liaisons, les faits expérimentaux ne répondent plus à l'idée d'une superposition. Les lois de l'élasticité en sont un frappant exemple. Si l'on suspend à un même fil deux poids très petits, la tension résultante sera sensiblement la somme des tensions individuelles. Mais si les poids tenseurs augmentent, il vient un moment où les effets croissent d'abord plus lentement, ensuite plus vite que ne le prévoit la règle de Newton.

D'une manière générale, c'est dans la mécanique rationnelle qu'il est permis de dire avec Newton : « Un globe homogène et parfaitement sphérique ne retient pas l'impression distincte de plusieurs mouvements différents, mais de tous ces mouvements divers il naît un mouvement unique... les impressions produiront le même mouvement circulaire que si elles avaient été imprimées à la fois[2]. » En hydrodynamique, en élasticité, en magnétisme, les cas abondent où l'effet d'une force dépend à la fois des forces coexistantes, et des forces appliquées antérieurement. Aussi l'état d'un aimant dépend non seulement de la force magnétisante actuelle, mais de tous les cycles magnétiques précédemment décrits. Alors le principe de superposition des forces n'est plus légitime. Il faut en restreindre l'emploi

1. Cf. Sur ce point H. Poincaré, *Théorie de l'Élasticité* et *Théorie mathématique de la Lumière*,

2. *Principes*, L. I, S. 11. Prop. LXVI, p. 196.

soit aux seules forces mécaniques, soit aux forces moléculaires d'une certaine espèce. C'est une limitation que Newton ne pouvait prévoir, mais que la science moderne a dû accepter.

Il est par contre un autre aspect du principe de Newton que la physique moderne a vainement tenté de modifier. Nous voulons parler de l'axiome du mouvement relatif et de l'impossibilité où nous nous trouvons de constater positivement un mouvement absolu.

Pour Newton, les translations d'ensemble se superposent aux phénomènes sans déranger en rien leurs rapports mutuels. Il est donc impossible à un observateur de décider si les axes qu'il suppose immobiles ne sont pas entraînés plus ou moins en même temps que lui. Ainsi les apparences d'invariabilité de la sphère céleste ne nous permettent en aucune façon de préjuger de son immobilité absolue. Il est possible qu'elle soit entraînée en même temps que nous dans une translation d'ensemble qu'aucun phénomène mécanique ne peut révéler.

On a cru que cette idée newtonienne devait être modifiée par la découverte de l'aberration de la lumière et des phénomènes qui s'y rattachent. Les phénomènes optiques semble-t-il, devaient mettre en évidence la translation absolue qu'aucun effet mécanique ne peut déceler. C'était l'idée de *Fizeau*, qui a montré que la lumière ne se propage pas de la même manière dans un milieu au repos et dans un milieu animé d'un mouvement de translation. La propagation des ondes lumineuses se trouve modifiée par le déplacement de la matière comme si l'éther, véhicule de ces ondes, suivait *partiellement* le mouvement de la matière. Cet entraînement partiel de l'éther peut se manifester de diverses façons. Par exemple il peut avoir pour conséquence un changement dans la position des étoiles selon qu'on les observe avec une lunette vide ou avec une lunette pleine d'eau. On pouvait ainsi nourrir l'espoir de décider expérimentalement la question du mouvement absolu. S'il est impossible de mettre en évidence la translation de la terre par rapport à des repères fixes, on pouvait songer à mettre en évidence la translation de la terre par rapport à l'éther.

Ces efforts, dirigés primitivement contre le principe de Newton, ont eu pour résultat de le confirmer et de l'étendre à tout un

domaine nouveau. Sous le nom de « principe de relativité », la conception de Newton s'est incorporée aux théories modernes au point d'y prendre une importance égale à celle du principe d'inertie ou du principe de l'égalité de l'action et de la réaction. Nous prendrons le « principe de relativité » sous sa forme la plus parfaite, celle qu'il revêt dans la théorie de *Lorentz*[1].

L'expérience n'a pas tardé à faire voir qu'aucun phénomène optique ne peut nous renseigner sur la translation absolue de la terre. Ce résultat pouvait se prévoir par des considérations simples : le temps mis par la lumière pour aller d'un point à un autre est indépendant de l'aberration, au second ordre près. *Michelson* imagina alors la célèbre expérience qui devait mettre en évidence les quantités du second ordre elles-mêmes. Cette expérience, comme les précédentes, donna un résultat négatif. Il est impossible, même avec une précision tres grande, de saisir le mouvement absolu de la terre. Ces résultats semblent indiquer qu'*en toute rigueur* les phénomènes optiques sont indépendants de l'aberration. C'est l'idée qui a guidé *Lorentz* et qu'il a introduite dans sa dynamique électromagnétique sous le nom de « principe de la relativité ». Les équations générales du champ électromagnétique sont indépendantes du choix des axes, et cela suffit pour que les apparences optiques ne puissent déceler le mouvement absolu. Même dans le cas où des charges électriques sont en mouvement avec une vitesse comparable à celle de la lumière, cette propriété subsiste, car il intervient des déformations qui maintiennent la forme primitive des équations. De toutes façons, dans la théorie de *Lorentz*, il est impossible de décider expérimentalement de l'existence d'un mouvement absolu. On voit que le principe de Newton, compromis un instant par la découverte de l'aberration, a repris dans les théories modernes une place prépondérante. Newton ne l'avait énoncé que pour le cas de la mécanique. La théorie de Lorentz l'étend *a priori* à tous les cas.

Le théorème du mouvement du centre de gravité peut difficilement être considéré comme un principe indépendant. Il doit

1. Cf. *Poincaré, la Physique expérimentale et la Physique mathématique*. Revue générale des Sciences, 15 nov. 1900, et *Sur la Dynamique de l'Électron*, Cercolo matematico di Palermo, 1906.

être regardé comme une combinaison du principe de l'inertie, du principe de l'égalité de l'action et de la réaction, et du principe de l'indépendance des effets des forces. Voici comment Newton l'énonce dans le IVe corollaire des lois du mouvement. « Le centre commun de gravité de deux corps ou de plusieurs corps ne change point son état de mouvement ou de repos par l'action réciproque de ces corps. Ainsi le centre commun de gravité de tous les corps qui agissent les uns sur les autres (supposé qu'il n'y ait aucune action ni aucun obstacle extérieur) est toujours en repos ou se meut uniformément en ligne droite. »

La démonstration de ce théorème peut se faire en toute rigueur de la manière suivante. Supposons d'abord un système sans actions intérieures, c'est-à-dire réglé par la seule inertie. Il ressort alors du principe d'inertie que chacune des parties est en repos ou se meut en ligne droite d'un mouvement uniforme. Mais le centre de gravité de deux de ces parties est un point invariable situé sur la droite qui les joint, et un théorème de géométrie élémentaire nous apprend que si les deux points sont entraînés dans un mouvement d'ensemble, leur centre de gravité participe à la même translation. D'ailleurs le centre de gravité du système de trois points se déduit de la connaissance du troisième point et du centre de gravité des deux autres par la même construction qui a fourni ce dernier. Il s'en suit qu'il décrira à son tour une droite parallèle à la translation, et de proche en proche on montrera qu'il en est de même du centre de gravité du système tout entier.

Admettons maintenant que dans le système s'exercent des actions dues par exemple à des forces attractives ou à des tensions. En vertu du principe de l'égalité de l'action et de la réaction, ces actions seront toujours mutuelles, c'est-à-dire accompagnées de réactions égales et de signe opposé. Si toutes ces actions et réactions sont transportées au centre commun de gravité, elles y superposent leurs effets, ce qui équivaut à dire qu'elles s'y détruisent deux à deux. On peut en dire autant, bien que Newton se contente de le sous-entendre, du couple résultant des couples mutuels élémentaires. Alors le centre de gravité se comportera exactement comme s'il concentrait en lui-même l'inertie totale des parties constituantes. Il restera



au repos ou suivra un mouvement uniforme, comme ferait un point isolé.

Le théorème du centre de gravité ne nous apprend donc rien de neuf au point de vue physique. Mais il nous révèle un des procédés intéressants dont va se servir la mécanique de Newton, savoir la substitution d'un point fictif, le centre de gravité, à une infinité de points réels, et le transport en ce point fictif des actions complexes qui s'exercent dans le système. Il y a là une véritable intégration géométrique, puisque nous mettons une force totale finie à la place d'une multitude de forces élémentaires infinitésimales. En même temps nous pouvons, sans nous embarrasser de la structure réelle des systèmes mécaniques, les réduire à un petit nombre d'ensembles ponctuels que la géométrie peut analyser. C'est la voie que Newton suivra dans le problème général des attractions planétaires. Le théorème du centre de gravité, tout en n'étant pas une loi fondamentale du mouvement, mérite donc d'être compté parmi les grandes lois de la mécanique rationnelle.

Il y a deux Axiomes d'une importance capitale dans la mécanique moderne et que Newton ne semble pas avoir dégagés. Ce sont le *principe des vitesses virtuelles* et le *principe de la conservation de l'énergie*. Le premier, tel qu'il a été établi par *d'Alembert*, donne les conditions générales de l'équilibre mécanique. Le second s'est étendu de la mécanique à la physique proprement dite et est devenu la loi fondamentale de toutes les transformations.

On ne peut songer à rechercher chez Newton l'expression générale du principe des vitesses virtuelles, mais il est possible, à propos de certains exemples, de montrer que Newton en a eu le pressentiment. Il l'a même énoncé d'une manière formelle au moins dans deux cas : le cas du choc des corps et celui des machines simples. On sait comment on exprime aujourd'hui le principe des vitesses virtuelles. On appelle déplacement virtuel d'un système tout déplacement qui satisfait aux deux conditions suivantes : il est infiniment petit, il est compatible avec les liaisons du système à l'instant considéré [1]. Cela posé, la condition nécessaire et suffisante pour qu'un système maté-

1. En général le déplacement réel ne fait pas partie des déplacements virtuels.

riel soit en équilibre est que la somme de tous les travaux correspondant à un déplacement virtuel quelconque soit nulle. Le principe porte donc à proprement parler, non sur les vitesses mais sur les travaux virtuels. Par là il confine au principe de la conservation de l'énergie, qui régit également la production du travail. Mais à l'époque de Newton l'idée de travail n'avait pas encore était reçue définitivement dans la science. La considération plus simple des vitesses est prépondérante chez lui. C'est grâce à elle qu'il peut aborder la question de l'équilibre dû au choc et de l'équilibre dans les machines simples.

Quand deux corps qui se heurtent demeurent ensuite au repos, Newton constate expérimentalement que leurs vitesses au moment du choc sont toujours inversement proportionnelles aux forces d'inertie (vires insitæ). Mais les vitesses sont proportionnelles aux derniers déplacements et les forces sont supposées agir dans le sens de ces déplacements. Alors le résultat des observations de Newton peut s'interpréter ainsi : le travail virtuel des forces de percussion (comptées avec leur signe) est nul.

Le principe ressort plus clairement encore des lois constatées par Newton dans l'étude du levier, de la balance, du moufle. « Les puissances qui agissent dans la mécanique se contrebalancent et détruisent leurs effets mutuels quand leurs vitesses dans la direction des forces sont réciproquement comme ces forces[1]. » Ainsi supposons que deux poids inégaux soient suspendus aux extrémités du fléau d'une balance. Pour que la balance demeure en équilibre, il sera nécessaire et suffisant que les poids soient en raison réciproque des vitesses qu'auraient les deux bouts du fléau si on laissait les oscillations se faire librement. Ceci est vrai tant que les déplacements sont censés s'effectuer suivant la verticale, c'est-à-dire suivant la direction même des forces. Mais si pour une raison ou une autre les oscillations ne se font plus dans un plan vertical, il faudra remplacer dans l'énoncé de la règle les déplacements réels par leurs projections verticales. Newton avait nettement compris que la raison déterminante de l'équilibre mécanique est l'égalité non des vitesses mais des puissances virtuelles, et parce que le facteur

1. *Principes*, L. I, Scholie p. 33.

dont dépendent ces puissances n'est pas le déplacement lui-même, mais ce déplacement estimé dans le sens de la force, c'est à lui seul que Newton se rapporte pour trouver les conditions d'équilibre de la balance. Le même principe s'applique à la poulie, à la vis, à toutes les machines simples.

Newton se servait d'un principe identique à celui des vitesses virtuelles, au moins dans le cas où le système ne possède qu'un degré de liberté. S'il avait pu étendre son principe au cas de systèmes généraux dont le degré de liberté est quelconque, il est probable qu'il eût été amené, comme l'ont été ses successeurs, à modifier profondément l'idée même de force. L'idée de puissance et celle de travail sont en effet plus générales que l'idée de force. On peut concevoir que l'état d'un système s'exprime en fonction de certains paramètres, et que la puissance disponible dans ce système soit connue directement en fonction de ces paramètres. En cherchant alors à évaluer le travail correspondant à une variation infinitésimale de l'un des paramètres, on trouve toujours par le calcul que ce travail est le produit de deux facteurs, l'un infiniment petit qui est la variation du paramètre, l'autre généralement fini qui multiplie cette variation. L'analogie permet d'appeler *vitesse* le premier de ces facteurs et *force* le second. La force est définie alors d'une façon purement mathématique en partant de la différentielle du travail. C'est la manière de procéder dont *Lagrange* s'est servi le premier, et qui a été utilisée depuis, non seulement en mécanique, mais en Thermodynamique et même en Chimie[1]. Newton ne pouvait aller aussi loin, retenu qu'il était par l'imperfection des connaissances de son temps et peut-être aussi par l'insuffisance de ses moyens mathématiques. Le principe des vitesses virtuelles, appliqué par lui dans des cas particuliers, devait attendre jusqu'à l'époque de *d'Alembert*, pour recevoir en mécanique toute son extension.

Le *principe de la conservation de l'énergie* est peut-être celui auquel la mécanique moderne donne le premier rang. C'est pourtant celui que Newton semble avoir le plus complètement ignoré. Dans les passages où l'on peut croire qu'il y fait allusion, il s'exprime d'une façon si vague, voire si incor-

1. V. par exemple W. Gibbs, *Lois de l'équilibre des systèmes chimiques*, Paris, chez Naud.

recte, qu'il est impossible de lui attribuer un pressentiment positif de ce principe. Et pourtant, mieux qu'aucun de ses contemporains, Newton eût été en mesure de parvenir à l'idée que les phénomènes différents de la nature sont les transformations d'une même réalité, que certains éléments doivent demeurer constants sous la succession changeante des apparences. Nous savons que la mécanique rationnelle n'était pas son objet exclusif. Toutes les parties de la physique, depuis la théorie du son et de la lumière jusqu'à celle de la chaleur l'ont préoccupé tour à tour; la chimie naissante avait attiré ses efforts, et l'on peut dire que la philosophie naturelle comprenait pour lui tout ce qui se rattache aux modifications de la matière. Les rapprochements qu'il nous semble immédiat de faire entre le mouvement et les autres formes de l'énergie auraient aisément pu frapper un esprit si complet. S'il a négligé de les relever, cela tient à des raisons historiques qu'il faut signaler.

Rappelons d'abord la dépendance où Newton est demeuré, souvent malgré lui, des idées cartésiennes. Nous avons cité ses expériences sur le choc des corps mous et l'interprétation toute spéciale qu'il en donnait. Lorsque deux pelotes de laine se rencontrent, elles ne se comportent pas après le choc comme le feraient des billes d'acier parfaitement élastiques. Au lieu que la quantité de mouvement demeure rigoureusement constante, elle ne le demeure qu'à un facteur près : les vitesses des différents points qui se choquent sont toutes diminuées dans la même proportion et c'est seulement entre ces vitesses réduites que subsiste la relation de Descartes, d'après laquelle si une partie du système perd une certaine quantité de mouvement, cette quantité doit être gagnée par l'ensemble des autres. Newton interprète le facteur de proportionnalité comme une « force élastique ». Le mouvement est bien constant avant le choc, il est aussi constant après le choc, mais entre ces deux valeurs constantes il y a un saut brusque. A cause de la force élastique, quelque chose disparaît au moment de la rencontre sans laisser d'équivalent mesurable.

En effet nous savons aujourd'hui que quelque chose disparaît. C'est une fraction de l'énergie cinétique qu'on ne peut retrouver dans aucune partie du système. Cette fraction est à peu près proportionnelle aux vitesses des mobiles, comme Newton

l'indique vaguement. Mais elle ne disparaît pas sans laisser de traces. Au mouvement visible des deux corps qui se choquent succède le mouvement invisible de leurs particules, ou, ce qui revient au même pour nous, un dégagement de chaleur. Ce dégagement de chaleur était connu de Newton, il avait eu l'occasion de l'étudier à propos de la frappe et de l'écrouissage des métaux. Mais les conceptions cinétiques de Descartes, qui servaient de guide à Newton dans ces expériences, étaient si éloignées de permettre un rapprochement entre ces grandeurs caloriques et les grandeurs mécaniques qu'on ne peut s'étonner de voir Newton passer à côté du principe de la conservation de l'énergie sans soupçonner que ce principe rétablit la constance des lois de la nature, violée en apparence dans le cas des corps mous. Pour que le principe de la conservation de l'énergie pût résulter des expériences de Newton, il eût fallu que celui-ci abandonnât nettement le point de vue des vitesses pour celui des forces vives. Cette attitude ne sera possible qu'à la suite des travaux de Leibniz et de ses disciples.

Newton pouvait, par une autre partie de la mécanique, être conduit à l'idée de la conservation de l'énergie. Le principe de l'égalité de l'action et de la réaction, interprété dans un sens large, mène en effet à admettre la constance de l'énergie intrinsèque d'un système.

Action et réaction sont des vecteurs égaux et de signe contraire. A cet égard le principe de l'égalité de l'action et de la réaction est un fait purement géométrique. La raison physique qui lui sert de base nous demeure inconnue. Nous sommes seulement en mesure d'en exprimer mathématiquement les effets. Pourtant la force qui prend naissance au contact des corps réside physiquement dans les couches du contact. Lorsque nous disons qu'une masse matérielle subit l'action d'une autre, ceci suppose, d'après le principe de non-action à distance, une double condition : il faut qu'un certain état se soit développé dans les parties superficielles de la masse agissante, il faut que cet état se soit propagé, à travers la surface, jusqu'aux couches voisines de la masse modifiée. Il n'y a donc transport ou passage d'une certaine quantité d'« action » de l'un des corps à l'autre, et passage inverse d'une quantité égale de « réaction » du second corps au premier.

Ceci est si vrai que le principe de l'égalité de l'action et de la réaction, facilement concevable comme fait géométrique lorsqu'il s'agit de deux corps seulement, devient tout de suite compliqué et confus lorsqu'on veut l'étendre à un grand nombre de corps. Dans l'énoncé de ce principe Newton exclut expressément le cas où il se mêlerait « quelque cause étrangère ». Newton se rend compte que de pareilles causes existent toujours, sitôt qu'on admet que deux corps ne sont jamais seuls en présence. Non seulement il existe des corps avoisinants dont il est impossible d'éviter le contact, mais chacun des corps en présence est en réalité un ensemble de corpuscules, dont l'action mutuelle aux points de contact n'est pas négligeable. Que devient alors l'énoncé géométrique du principe de l'égalité de l'action et de la réaction ? Une formule limite ou idéale, valable dans le cas de deux corps isolés, mais qu'il faut modifier dans tous les autres cas. Si plusieurs corps sont en présence, le phénomène ne consiste plus dans le passage de l'un à l'autre d'une certaine quantité d' « action » ni dans le retour au premier d'une certaine quantité de « réaction ». Il se produit des échanges plus complexes, que la géométrie seule ne peut prévoir. Si l'on veut mettre en évidence une grandeur invariante. Il faut observer un élément de volume et mesurer les échanges dont il est le siège. On arrive alors à se persuader que la somme de toutes les actions est nulle, si on la mesure non par des vecteurs, mais par les quantités d'énergie qu'elles libèrent. Le principe de la conservation de l'énergie se rattache donc au principe de l'égalité de l'action et de la réaction, et si ce lien a échappé à Newton, nous pouvons le rétablir.

Le véritable obstacle qui a arrêté Newton est l'incertitude où il a laissé malgré tout le concept d'action et de réaction. En rapprochant ce concept du concept de force, il a accompli assurément un progrès immense par rapport au vague de la terminologie cartésienne. Mais parfois il trahit lui-même cette définition de l'action. C'est ainsi qu'à la fin du Scholie sur les Lois du Mouvement, il définit exceptionnellement l'action comme le produit de la force par la vitesse. Cette définition nouvelle, donnée en passant par Newton, est extrêmement rapprochée de la définition moderne, et la formule qu'en déduit

Newton se rapproche aussi beaucoup du principe de la conservation de l'énergie [1]. Mais partout ailleurs les conceptions cinétiques prédominent chez Newton. L'énergie, pour lui comme pour Descartes, est une notion masquée par celle du « mouvement ». C'est la raison qui a empêché Newton de découvrir l'invariabilité de l'énergie à travers les variations du mouvement.

Les différents Axiomes de la mécanique newtonienne sont au premier chef des lois expérimentales. Le principe de l'inertie, le principe de l'égalité de l'action et de la réaction, le principe de l'indépendance des effets des forces sont autant de faits généraux démontrés soit par les expériences de Galilée, soit par celles de Newton. Jusqu'à quel point Newton regardait-il ces expériences comme démonstratives? Quel était le genre de valeur qu'il attribuait aux principes de la mécanique? Considérait-il à la façon de Descartes les principes fondamentaux de la Philosophie naturelle comme des données immuables, admettait-il au contraire qu'on pût les révoquer en doute ou pour le moins les modifier pour les adapter aux exigences progressives de la science? A cette question il nous sera facile de répondre en signalant les réserves faites par Newton dans l'exposé des lois du mouvement et les tendances qu'il manifeste partout dans l'application de ces lois.

Les expériences qui sont à la base des axiomes de Newton peuvent être viciées par deux sortes d'erreurs. D'abord, et cet inconvénient est le moins grave, les mesures faites par nos instruments et nos sens sont toujours défectueuses. On a vu le souci qu'avait Newton de réduire au minimum les erreurs expérimentales, et la précaution qu'il prend de dire que les expé-

1. *Principes*, L. I, Scholie, p. 35. « Si on estime l'action de l'agent par sa force multipliée par sa vitesse, et qu'on estime de même la réaction du corps résistant par la vitesse de chacune de ses parties multipliée par les forces qu'elles ont pour résister en vertu de leur cohésion, de leur attrition, de leur poids et de leur accélération, l'action et la réaction se trouvent égales entre elles dans les effets de toutes les machines ». Mis sous forme mathématique, ce théorème s'écrit :

$$\Sigma\, m \frac{d^2x}{d^2t} \frac{dx}{dt} = o$$

D'où l'on déduit :

$$\Sigma\, \frac{1}{2}\, mv^2 = C^{te}$$

riences du pendule lui ont toujours fourni des erreurs « inférieures à trois pouces dans les mesures ». Il est certain que les vérifications empiriques impliquent un degré de précision lié à l'état de nos appareils et de nos méthodes. Il est impossible de prétendre qu'une loi naturelle se vérifie mathématiquement. Mais ceci ne nuit en rien à l'usage effectif que nous pouvons faire de cette loi. Il suffit que les erreurs dont elle est susceptible soient constamment au-dessous de toute mesure pour qu'on puisse affirmer, dans l'état actuel de la science, que la loi est vraie.

Ceci n'est pas une pure question de mots. Il ne suffira pas que des mesures nouvelles, plus attentives ou plus heureuses, nous révèlent des divergences imprévues, pour que la loi considérée comme vraie devienne fausse tout à coup. Elle restera vraie après comme avant, seulement nous connaîtrons plus précisément la limite de son exactitude. Aucune loi ni mécanique ni physique ne peut se flatter de résister indéfiniment au contrôle de plus en plus serré des faits. Elles fournissent toutes les premiers termes, qui sont généralement les plus importants, d'une expression dont le développement total nous est inaccessible et inutile. Les progrès de la science expérimentale peuvent nous amener à compléter la loi par des termes additionnels, ils ne feront jamais que les termes déjà trouvés ne répondent en gros aux phénomènes. Ainsi l'imperfection des mesures, surtout pour le savant qui s'en rend compte, n'est pas un vice rédhibitoire, et si les lois de la mécanique ne péchaient que par là, on pourrait les considérer comme définitives.

Mais il est une autre source d'erreurs dont Newton s'est rendu compte. Nos mesures sont défectueuses, non seulement parce que nous ne pouvons atteindre avec exactitude les quantités que nous nous proposons d'évaluer, mais encore parce que nous mesurons autre chose que ces quantités. Prenons l'exemple donné par Newton des oscillations isochrones du pendule[1]. Les observations de Newton avaient pour objet d'évaluer la hauteur à laquelle un pendule abandonné à lui-même s'élève *sous l'action de la seule pesanteur*. Pour cela il

1. *Principes*, L. I, Lois du mouvement, p. 29.

ne pouvait procéder autrement qu'en repérant le pendule au point le plus haut et le plus bas de sa course, quoique en opérant de la sorte il fût sûr de mesurer autre chose que l'action de la seule pesanteur. La résistance de l'air intervient ici pour une part notable, et rien ne prouve que d'autres influences ne contribuent pas à modifier le temps d'oscillation du pendule. Il existe des causes pertubatrices tantôt connues, mais non mesurables, tantôt entièrement inconnues, qui se mêlent toujours à la cause dont nous voulons étudier l'effet. C'est la difficulté que nous avons déjà rencontrée à propos de l'action et de la réaction. Comment donc tirer de l'observation d'effets complexes une loi se rapportant à l'action d'une cause unique ? Cela ne peut se faire qu'en prenant l'effet global comme approximation première et en lui appliquant des termes de correction.

C'est ici qu'intervient la méthode si curieuse de Newton pour éliminer, par des corrections de mesure, l'effet de causes perturbatrices inconnues. Dans le cas du pendule qui tombe, nous observerons le lieu où il revient après une oscillation complète, et l'écart de ce point par rapport au point de départ donne une idée de la résistance de l'air pendant la durée d'une oscillation. De la sorte, bien que le mécanisme de cette résistance et des causes perturbatrices accessoires nous soit entièrement inconnu, il nous est possible d'en éliminer l'effet par une méthode de moyennes. Il existe donc un moyen de corriger les erreurs systématiques par la répétition des expériences mêmes. Une telle correction est indispensable si nous voulons que nos nombres correspondent à une réalité définie. En la négligeant, nous aboutirions à des lois d'apparence simple, mais dont l'inexactitude apparaîtrait dans les conséquences qu'on en aurait tirées. En éliminant au contraire d'une façon méthodique toute erreur systématique, il pourra se faire que nous donnions à nos lois une apparence plus compliquée, du moins nous serons sûrs qu'elles sont valables à la précision près de nos mesures. En somme les principes de la mécanique rationnelle sont et demeurent pour Newton des principes approximatifs. Ils expriment des relations assez grossières que l'expérience a vérifiées jusqu'ici. Mais si nous les établissons, comme le fait Newton, en observant toutes les règles de la méthode

tement et inconsciemment que les innovations scientifiques de Newton réagirent sur les tendances philosophiques, religieuses, morales, du XVIIIe siècle. Il fallait pour cela qu'elles pénétrassent les esprits non seulement par l'exactitude de leurs applications directes, mais par le sentiment de leurs conséquences. A cet égard, les disciples de Newton, qui n'ajoutèrent presque rien aux résultats mathématiques du maître, contribuèrent pour une part énorme à la diffusion de ses tendances. En développant les notions qu'il avait esquissées, en acceptant les hypothèses qu'il avait proposées, voire en interprétant d'une façon infidèle certaines de ses réserves, les successeurs de Newton servirent à propager parmi le public les idées directrices du newtonisme. La gravitation universelle passa alors du rang de théorie particulière à celui de type ou de modèle. Elle prit une portée philosophique générale, et l'on peut dire une application humaine. Les besoins, les pensées, les actions de l'homme furent conçues d'une manière nouvelle en même temps qu'on modifiait les idées anciennes sur l'ordre universel. Il est impossible de nier l'influence, très indirecte, mais très réelle, des théories purement scientifiques de Newton jusque sur les idées morales du XVIIIe siècle.

Ceci doit moins nous surprendre si nous observons que le XVIIIe siècle marque un tournant dans l'histoire de la philosophie. Jusqu'à cette date la science métaphysique avait passé pour la première de toutes. Non seulement elle surpassait les autres par l'importance de son objet, mais encore elle les tenait sous sa dépendance en ce qui concerne les principes et la méthode. Les axiomes propres à chaque science doivent être empruntés aux résultats de la métaphysique, et les méthodes dont elles se serviront doivent être calquées, dans la mesure du possible, sur la seule méthode théoriquement parfaite, la déduction syllogistique. Voilà pourquoi il arrivait souvent que les axiomes des sciences particulières fussent faussés par des vues métaphysiques. C'est le cas pour beaucoup de définitions de Bacon, c'est aussi le cas de certaines définitions cartésiennes. On ne concevait pas que l'édifice scientifique pût être construit sans l'emploi de matériaux métaphysiques, l'idéal était au contraire d'arriver, comme dans la théorie de Descartes, à le faire tenir tout entier sur quelques vérités éternelles.

Vers le milieu du XVIIIe siècle, un rapide mouvement de réaction s'est dessiné contre cette tradition de pensée. Déjà les découvertes de Galilée et de Pascal, loin de subir l'influence de la philosophie contemporaine, avaient contribué à la modifier. Ce qui avait été jusque-là l'exception va désormais devenir la règle. Les travaux scientifiques se feront de plus en plus à l'abri de toute préoccupation métaphysique. Descartes était à la fois métaphysicien, mathématicien, physiologiste. Un siècle plus tard on verra des naturalistes comme Buffon qui ne s'occupent nullement de métaphysique, des mathématiciens comme d'Alembert étrangers à toute cosmogonie. Est-ce à dire qu'à partir de ce moment la science va s'isoler du monde et perdre toute action sur la philosophie ? On peut dire sur la foi de l'histoire qu'il en a été tout autrement. C'est à mesure que les théories scientifiques sont devenues plus positives qu'elles ont exercé une influence plus profonde sur l'évolution générale des idées. Cette influence a été indirecte, elle s'est faite par infiltration lente d'idées particulières. Mais elle n'en a été que plus utile au perfectionnement des idées générales. Les théories mathématiques de Laplace ou de Lagrange, comme plus tard les découvertes positives de Claude-Bernard ou de Darwin, ont donné lieu à un mouvement d'idées qui est loin d'être épuisé encore. Les découvertes scientifiques de Newton, et parmi elles la plus importante de toutes, celle de l'attraction universelle, ont donné le premier signal de cette évolution. Désormais la science ne cherchera plus dans le raisonnement métaphysique son inspiration et son guide. En se développant de ses propres forces elle amènera au contraire des changements de point de vue que la philosophie saura mettre à profit.

L'histoire de la découverte de l'attraction universelle est intimement liée à la chute du cartésianisme d'une part, et d'autre part à la constitution d'une méthode scientifique positive. A ce titre elle nous intéresse doublement et nous y trouvons une illustration concrète des considérations qu'on vient d'exposer. Mais avant d'entrer dans le détail de cette histoire, il convient d'insister sur le rapport qui existe entre l'astronomie newtonienne et les définitions, lois ou principes étudiés dans les chapitres précédents. Si nous avons cru nécessaire

d'analyser dans le détail ces principes, c'est que le sens véritable de la mécanique céleste en dépend. Il n'est pas possible de comprendre pourquoi la découverte de la gravitation universelle a été une révolution scientifique, si l'on n'en cherche pas les origines précises dans les axiomes expérimentaux de Newton.

Nous avons appelé les *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* le premier ouvrage de mécanique céleste. Cela ne peut signifier qu'avant Newton l'astronomie ait été incapable de prévoir mathématiquement les phénomènes. Nous savons que les anciens et les modernes possédaient avant Newton des idées géométriques sur le mouvement des astres et que l'analogie des trajectoires célestes avec certaines courbes simples les avait frappés. *Hipparque*, *Apollonius*, *Copernic*, *Képler* avaient conçu chacun à sa façon les propriétés géométriques des orbites célestes et ils étaient partis de cette conception pour procéder à des prévisions approchées. Descartes aussi, dans les *Principes* et dans les *Météores*, tente d'expliquer par la géométrie le mouvement des cieux, et bien qu'il n'aboutisse à aucune formule, sa théorie cosmogonique est construite sur le type des déductions géométriques. Malgré cela ce n'est ni Hipparque, ni Copernic, ni Descartes qui passent pour les inventeurs de la Mécanique céleste. Cet honneur échoit à Newton et il faut expliquer pourquoi il en est ainsi.

Chez les philosophes anciens, les mouvements célestes passaient pour le type et le modèle de tous les mouvements. On connaît les théories, identiques sur ce point, de Pythagore, de Platon, d'Aristote. Il était impossible à l'esprit de ces philosophes, épris d'ordre et de stabilité, de s'appliquer d'une façon désintéressée à l'étude des mouvements terrestres. De pareils mouvements sont toujours confus, irréguliers et transitoires. Il est impossible d'y saisir l'essence et les qualités propres du mouvement, ils peuvent bien plutôt induire en erreur sur la nature véritable de ce qui se meut. C'est ainsi que le mouvement de la pierre dans la fronde donne une idée bien faible et bien imparfaite de la beauté du mouvement circulaire, c'est ainsi encore que le mouvement du navire, fait tout entier de changements incessants, ne peut représenter d'une façon distincte le déplacement rectiligne et uniforme. Si nous voulons

avoir des notions plus exactes sur ce qui change et ce qui reste, c'est vers la sphère céleste qu'il faut porter les regards. Là tout est régulier, symétrique, rhythmique. Les trajectoires des astres dans le mouvement diurne sont des cercles parfaits et les sphères qui transportent ces astres ont la beauté géométrique.

Si tout ce que le mouvement nous offre d'intelligible ici-bas n'est qu'une faible image des révolutions célestes, la mécanique des anciens ne pouvait confondre dans les mêmes théorèmes le mouvement terrestre et le mouvement sidéral. Bien plus elle les opposait l'un à l'autre et pensait que les procédés propres à l'étude des premiers ne pouvaient s'appliquer dans le cas des seconds. C'est contre cette tendance que devaient réagir Descartes et surtout Newton. Descartes englobait déjà dans le même système d'explications les mouvements célestes et ceux qui se passent à la surface de la terre. Mais son identification de la matière et de l'étendue l'avait amené à ne considérer que l'élément géométrique du mouvement, et à négliger les facteurs physiques dont ce mouvement dépend. En ce sens Descartes a peut-être jeté les fondements d'une Cinématique céleste. Il n'a contribué en aucune façon à la création d'une Mécanique céleste.

Newton a sur tous ses prédécesseurs l'avantage immense d'avoir tiré au clair les notions de force et d'inertie. Il a de la sorte dégagé du mouvement un élément non plus géométrique mais proprement physique, élément qui demeure d'ailleurs susceptible d'estimation mathématique. C'est grâce à sa définition de la force et aux lois du mouvement qui s'y rattachent que Newton s'est trouvé en état d'établir des propositions générales dont les mouvements terrestres, comme les mouvements célestes, fournissent des applications. Il s'en suit qu'à l'inverse des anciens Newton place exactement sur le même rang les phénomènes du monde sidéral et ceux du monde terrestre.

Il y a plus. Les mouvements terrestres sont les plus familiers et les mieux connus. Ce sont eux qui se présentent d'abord aux recherches de l'observateur. Loin d'être inintelligibles et imparfaits, ils fournissent l'exemple le plus accessible des lois dynamiques de la nature. On en peut tirer des for-

mules inductives, qui sont justement les axiomes de la mécanique, et qu'il sera possible d'appliquer après coup au cas céleste. Ainsi les mouvements terrestres et les mouvements célestes ne s'opposent pas comme un modèle s'oppose à une imitation. Les mouvements célestes ne sont ni plus beaux, ni plus réguliers, ni plus géométriques que celui d'une pierre tombant sur le sol. Nous pouvons même profiter de ce que ce dernier est plus à notre portée pour en modifier méthodiquement les conditions, en étudier les causes, en prévoir les effets. L'opération par laquelle nous appliquons ensuite nos résultats au cas de la dynamique céleste sera fondée sur l'analogie et l'induction. Elle n'aura pas plus de valeur intrinsèque parce qu'elle porte sur des « sphères immuables » que si elle s'étendait à des objets familiers. C'est toute l'originalité de la mécanique de Newton d'avoir fait descendre le ciel sur la terre, en montrant qu'un petit nombre de lois inductives, fondées sur des notions de bons sens appuyées du calcul, peuvent suffire à expliquer et à prévoir, sans hypothèse spéciale, des catégories de phénomènes en apparence distinctes.

Pas plus que le calcul des fluxions, la théorie de la gravitation universelle n'est de toutes pièces une création de Newton. Elle a été préparée par des travaux séculaires, et l'on peut dire que les recherches de *Hooke*, de *Flamsted*, des autres astronomes contemporains de Newton, auraient peu à peu contribué à la mettre au point, si les *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle* n'eussent devancé comme par intuition l'évolution normale de la science. Le grand intérêt de l'ouvrage de Newton n'est pas seulement dans les formules nouvelles par lesquelles il construit la mécanique céleste. Il est surtout dans le sens tout nouveau qu'il donne aux lois physiques et mathématiques.

On trouve déjà chez les anciens un rudiment de théorie de la gravité, mais les anciens n'ont su à aucun moment concilier le point de vue mathématique et celui de la physique concrète. Il semble même qu'ils aient oscillé sans cesse entre des explications fondées sur des causes concrètes, physiques ou métaphysiques, et des théories purement cinématiques appuyées sur les lois du calcul.

Aristote s'était préoccupé de rechercher la cause de la

pesanteur. Il la trouvait dans des raisons de finalité, qui impliquent la tendance de tout être à se diriger vers ce qui est parfait. Comme l'élément éthéré est le plus parfait de tous et se meut circulairement au centre du monde, il faut que les éléments moins parfaits se déplacent de toutes parts pour se rapprocher de lui. Le feu et l'air vont de bas en haut, l'eau et la terre de haut en bas, mais ce double mouvement tend au même but, savoir le repos de chaque être au lieu que lui assigne sa nature.

Chez *Démocrite* et chez *Lucrèce*, l'explication de la pesanteur, bien qu'elle soit imprégnée encore d'idées métaphysiques, marque un progrès vers la forme positive. Le hasard ou la nécessité sont peut-être les causes dernières de la chute des atomes, mais ce qui importe davantage aux connaissances humaines, ce sont les lois suivant lesquelles cette chute se fait. C'est de ces lois que doivent dépendre l'idée que nous nous ferons de l'univers et la règle de conduite que nous en tirerons. *Démocrite, Epicure* et *Lucrèce* ne semblent avoir dégagé nulle part l'expression mathématique des lois de la pesanteur. Cette lacune tient peut-être au mépris que les derniers affectaient à l'égard de la science, et, en ce qui concerne *Démocrite*, à l'insuffisance des moyens mathématiques dont il disposait. Malgré le caractère assez confus de ces recherches, il faut voir dans une théorie comme celle de *Lucrèce* un commencement de mécanique rationnelle. Les causes métaphysiques de la gravité sont le plus souvent passées sous silence, il arrive qu'on en énumère plusieurs, laissant au lecteur le soin de faire un choix. Ceci prouve bien que chez Lucrèce le comment des phénomènes est le point essentiel et la cause finale presque indifférente. L'épicurisme est en ce sens la première tentative faite pour expliquer par des raisons positives les attractions célestes. L'insuffisance du symbolisme mathématique est la cause qui a arrêté l'atomisme des anciens dans la voie qui les eût menés à la mécanique céleste.

La chute du système de *Ptolémée* amena un bouleversement complet des idées courantes. Le centre du monde, ce point fixe dans l'espace auquel se rapportent les distances de tous les astres, fut déplacé de la terre au soleil. Ce fut désormais le centre du soleil que l'on considéra comme un point immobile,

et ce que nous appelons le haut et le bas dut s'interpréter par rapport au soleil, non plus par rapport à notre planète. Alors la pesanteur de l'eau, de la terre, de l'air et du feu devient une force partout identique à elle-même. Ce n'est plus une tendance capricieuse qui pousse les éléments tantôt vers le haut, tantôt vers le bas, selon le jeu de causes métaphysiques. Les éléments obéissent tous à une force d'attraction universelle qui les fait se rapprocher du centre du monde parce que là se trouve la plus grande quantité de matière. Si certains d'entre eux semblent parfois agir contrairement à cette tendance, c'est qu'ils obéissent à une tendance analogue, mais plus forte, qui les rapproche d'autres masses matérielles. Ainsi l'on arrive à cette idée que les *éléments* jugés jusque là disparates sont homogènes et comparables entre eux. Ils sont *matière*, et en tant que tels ils tendent à se rapprocher de la matière. Cette tendance est peut-être un souvenir des anciennes idées aristotéliciennes. Mais elle prend une signification précise parce qu'elle se mesure au moyen des mouvements.

Les mouvements des corps doivent être regardés eux aussi comme de même essence et de même origine. Il n'y a plus lieu de distinguer les mouvements parfaits, circulaires, réguliers, qui sont ceux de l'éther supérieur, et les mouvements de translation rectiligne, confus et imparfaits, qui caractérisent les corps sublunaires. Déjà Aristote avait dû faire aux planètes une situation privilégiée, intermédiaire entre le mouvement divin et le mouvement terrestre. A partir des découvertes de *Copernic*, on s'habitua insensiblement à considérer tous les corps, tant l'air et la terre que les planètes, comme décrivant sous l'action de la même cause des mouvements semblables. Le mouvement devient caractéristique non pas de la perfection des corps, mais du fait seul qu'ils sont matière. Autour du centre nouveau de l'univers gravitent des objets de masse différente, de formes et de propriétés variées, tous également poussés suivant des lois géométriques. Comment a-t-on reconnu que la matière se meut ainsi à l'encontre de la matière ? Comment les attractions métaphysiques de l'École ont-elles pu céder la place à des attractions physiques? Comment surtout l'effet de ces attractions a-t-il pu être soumis à des mesures précises et se ranger sous nos modes de calcul ?

C'est ce qu'il est impossible de comprendre si l'on se réfère aux seuls écrits de Newton. Il est certain qu'avant Newton l'affinité qui existe entre les lois de la pesanteur et celles du mouvement sidéral a été entrevue par plus d'un savant. C'est à *Képler*, à *Descartes* et à *Hooke* qu'il faut faire remonter les conceptions préparatoires qui ont rendu possible l'idée de la gravitation newtonienne.

Képler a compris avec une netteté singulière que la gravité n'était pas une force idéale, et pour ainsi dire toute géométrique, en vertu de laquelle les corps tombent vers un point qu'on nomme le centre de l'univers. La gravité provient des corps et réside dans les corps. C'est une attraction qui accompagne la matière, et si le soleil n'occupait pas le centre du monde, les corps ne seraient pas attirés vers ce dernier. De même la pesanteur s'exerce suivant la verticale, parce que la terre est ronde. Mais à la surface d'une masse dépourvue de symétrie, les effets de la pesanteur ne pourraient être symétriques. Tous les corps tombent les uns vers les autres avec une vitesse inversement proportionnelle à leur masse (moles) et si la lune ne se comporte pas de cette façon à l'égard de la terre, c'est qu'une force vitale (vis animalis) la retient dans une orbite quasi-circulaire. Supprimons cette force vitale, la terre et la lune iront se rencontrer avec des vitesses qui seront entre elles comme 53 est à 1, les densités étant supposées égales. Alors même que cette force agit, l'attraction de la lune se montre à la surface de la terre par le phénomène des marées. Les mers se soulèvent au passage de la lune, et s'élèveraient jusqu'à elle si elles n'étaient retenues par la terre. Les planètes se comportent à l'égard du soleil comme les corps graves à l'égard de la terre. Elles sont attirées vers lui par la pesanteur, et la preuve que son action détermine leur mouvement, c'est qu'elles se meuvent plus vite lorsqu'elles sont plus près de lui[1]. D'ailleurs le mode d'action du soleil sur les planètes est nécessairement mécanique. C'est ce que montrent les lois mathématiques que Képler dégage de ses observations. Les mouvements célestes se font en des temps et en des espaces mathématiquement déterminés. Du

1. V. *Astronomia Nova* seu Physica Cælestis tradita commentariis de motibus stellæ Martis, Heidelberg, 1609. Œuvres complètes de Kepler, Ed. Frisch, Francfort et Erlangen, 1860, vol. III, p. 300 sqq.

soleil émanent comme des « tentacules » très déliés, matériels cependant, qui entraînent l'ensemble des planètes dans la rotation de l'astre central. C'est cet entraînement qui, combiné avec la pesanteur, explique le mouvement apparent des planètes [1].

La théorie de Kepler était comme on le voit pleine d'idées neuves et hardies. Mais en même temps il tenait à rester fidèle aux doctrines d'Aristote, et c'est ce qui l'empêcha de tirer tout le parti possible de ses idées. La rotation éternelle du soleil sur lui-même était attribuée par Kepler à une âme immortelle. Cette âme agit suivant des lois immuables, bien qu'elle soit dépourvue d'intelligence. Son action se propage d'une manière instantanée, comme celle de la lumière. D'ailleurs entre la gravitation et la lumière il existe un grand nombre d'analogies. Elles sont toutes deux matérielles, quoique les corps lumineux ou attirants ne perdent rien de leur poids. La lumière cependant agit de surface à surface, alors que l'action de la pesanteur est toujours une action de masse. De plus la pesanteur peut exister sans la lumière, bien que le soleil, le corps central de l'univers, soit la source commune des deux sortes d'actions. Il existe pourtant une différence importante entre le mode de propagation de la lumière et celui de la pesanteur. La lumière se propage par ondes sphériques qui vont en se dilatant à partir du centre. Elle diminue d'intensité en proportion inverse du carré de la distance, puisque la même quantité d'action se trouve répandue successivement sur des surfaces qui croissent comme ce carré. La pesanteur ne se propage pas en raison inverse du carré de la distance. Kepler rejette formellement cette loi, pour admettre que l'attraction solaire se propage constamment dans le plan de l'écliptique : elle doit donc varier en raison inverse des longueurs, et non des surfaces. Aussi pose-t-il la proportionnalité inverse à la simple distance et cherche-t-il à expliquer au moyen de cette loi les variations de vitesse au voisinage du soleil [2].

Deux raisons ont empêché Kepler de découvrir une loi d'attraction exacte. D'abord il ne sépare jamais l'attraction des planè-

1. V. *Epitome Astronomiæ Copernicanæ*, L. IV, Linz 1620 — Ed. Frisch. T. VI, p. 344.

2. V. *Astronomia Nova*, Ed. Frisch. T. III. p. 257 et suiv.

tes de l'attraction magnétique. Si deux corps sont placés en présence à l'abri de toute influence perturbatrice, Képler pense qu'ils doivent se comporter comme deux aimants élémentaires. Ils se déplaceront jusqu'à ce qu'ils occupent une position relative d'équilibre stable. L'influence du soleil sur les planètes surprenait Kepler, non parce qu'elle oblige les planètes à rester à des distances quasi invariables du soleil, mais par la propriété mystérieuse d'engendrer des rotations continues et un mouvement des planètes dans le zodiaque. L'existence de semblables rotations impliquait aux yeux de Kepler un couple analogue aux couples magnétiques. Le soleil est un aimant immense qui entraîne dans son champ des aimants plus petits, comme Mars et la Terre. Il faut alors que ces derniers tournent vers le soleil un pôle de nom contraire au sien. De là cette étrange théorie de Kepler d'après laquelle les planètes possèdent une face sympathique et une face hostile au soleil[1]. Selon la position de ces faces aux différents points de l'orbite, les vitesses sont accélérées ou retardées.

Ce souvenir des qualités occultes n'est pas ce qui a le plus nui aux conceptions de Kepler. La raison véritable qui l'a empêché de s'élever aux lois élémentaires de la gravitation est la confusion où étaient demeurées pour lui les définitions fondamentales de la mécanique. Le principe d'inertie et la tendance de la matière à persévérer dans l'état présent lui étaient totalement inconnues. Il parle bien quelque part d'un axiome en vertu duquel les corps simples doivent avoir des mouvements simples et il ajoute qu'un dérangement du mouvement est l'indice de l'action d'une force[2]. Mais il n'a tiré au clair dans aucun de ses ouvrages le principe de l'indestructibilité du mouvement et de la propagation rectiligne indéfinie du mouvement commencé. C'est l'obscurité des notions fondamentales jointe au préjugé aristotélicien qui a empêché Kepler de transformer ses lois en théorèmes de dynamique. La notion de la gravitation existe chez lui, il a même formulé l'identité de cette force avec la pesanteur constatée à la surface de la terre. Mais pour tirer de ce rapprochement des conclusions fécondes, il fallait consti-

1. V. *Epitome Astronomiæ Copernicanæ*, Ed. Frisch, T. III, p. 344.
2. V. *Kepleri opera omnia*, Ed. Frisch, T. IV, p. 314.

tuer un langage mathématique fondé sur des idées positives. C'est ce que Descartes, pas plus que Kepler, n'a pu réaliser.

La théorie des tourbillons se proposait avant tout de donner une explication du mouvement des astres. Le trait le plus saillant de la théorie de Descartes est peut-être la hardiesse avec laquelle il fait voir que la pesanteur, la lumière et la chaleur, c'est-à-dire les trois formes essentielles de l'énergie, ne sont pas des propriétés inhérentes à la matière, mais la simple manifestation de ses mouvements. En éliminant d'une manière complète toute cause spirituelle, Descartes réalisait un progrès capital sur la science encore métaphysique de Kepler. Il rendait possible une cosmologie, d'où la recherche des causes serait bannie, et où le mécanisme des phénomènes suppléerait à la connaissance des fins.

Pour créer un monde de tous points semblable au nôtre, Descartes demandait seulement qu'on lui donnât l'étendue et le mouvement. Il voulait dire par là qu'on pouvait se passer de toute force attachée à la matière, pesanteur, inertie ou gravitation, pourvu qu'on supposât cette matière dès le début dans un état cinétique donné. Car le mouvement suffit par lui-même à développer des forces centrifuges. Puisque tout est plein, il faut qu'un corps qui se déplace mette en branle tout le tourbillon qui l'entoure. Alors d'un mouvement quelconque s'ensuit nécessairement un autre, puis un troisième, et il est inévitable que l'univers s'ordonne suivant une disposition de plus en plus stable, par le seul jeu des réactions internes. C'est ainsi que l'apparition du « troisième élément » dont est composé le corps des planètes est la conséquence de ce seul fait que la matière comprenait à l'origine des parties inégales. Les parties les plus grosses, en se liant les unes aux autres sous l'effet des pressions ambiantes, ont formé d'immenses aggrégats au sein des tourbillons et par là ont donné naissance aux planètes[1]. Les planètes sont donc entraînées dès l'origine dans le mouvement de tourbillon où elles se sont formées, elles doivent graviter

1. C'est l'explication donnée par Descartes dans le *Traité du Monde*. Dans les *Principes*, les parties du 3e élément sont présentées comme ayant été rejetées par les plus subtiles hors du globe ou soleil qu'elles composent : elles ont formé des taches ou croûtes terreuses qui ont fini par donner les planètes.

autour du soleil pour la même raison qu'une roue d'engrenage suit la rotation du train dont elle fait partie.

La pesanteur des corps à la surface de la terre résulte d'effets cinétiques analogues à ceux qui produisent la révolution des astres. La force de la gravité tire son origine de ce que le tourbillon partiel qui entoure la terre se meut beaucoup plus rapidement vers la périphérie qu'au centre. Il tend par suite à s'éloigner du centre et comme le vide est impossible il faut, pour qu'un déplacement se produise, que d'autres corps viennent prendre la place de la matière subtile qui tend à s'élever. Ces corps descendront vers le centre de la terre en même temps que la matière subtile montera. C'est ce mouvement, dont nous ne voyons qu'un aspect, qui produit la gravité terrestre. Cette gravité se retrouve nécessairement dans tous les tourbillons et les corps doivent tomber à la surface du soleil comme ils tombent vers le centre de la terre. Si l'on veut savoir pourquoi l'effet de la pesanteur varie avec la masse, il suffit de comprendre qu'un corps pèse d'autant plus qu'il contient plus de matière subtile. En effet, la force centrifuge agit sur lui avec plus d'intensité. D'une manière générale, la théorie des tourbillons explique exactement de la même façon l'entraînement d'un corps dans le tourbillon d'un autre et l'entraînement d'un tourbillon dans la sphère d'action d'un tourbillon plus grand. Pesanteur et gravitation sont ramenées de la sorte à une commune origine, et cette origine est dans le seul mouvement imprimé par la création à la matière subtile.

La théorie cartésienne était un effort considérable tenté pour ramener la mécanique céleste aux mêmes principes que la physique terrestre. On comprend qu'un juge comme d'Alembert l'ait appelée la plus belle hypothèse que jamais le génie de l'homme ait conçue. C'était malheureusement une hypothèse, et pour qu'une hypothèse prenne rang dans la science, il faut au moins qu'elle puisse revêtir la forme mathématique, qu'elle permette des prévisions et des mesures. Or c'est le vice essentiel de la théorie des tourbillons de ne pas comporter de lois mathématiques. Tout se passe dans l'univers cartésien par l'action et la réaction de causes mécaniques, mais la complexité des effets est telle qu'on ne peut les résumer en un petit nombre de formules. A cet égard la doctrine de Descartes peut être

rapprochée de l'atomisme ancien. Comme Epicure et comme Lucrèce, Descartes tient à l'idée scientifique que tout dans l'univers s'explique par le mouvement. Mais comme eux il est obligé d'avoir recours, pour rendre compte des variétés du mouvement, à des particules d'espèce différente distinguées par des propriétés de figure. Alors dans le détail de sa théorie il renonce trop souvent à la précision mathématique qui est pourtant la tendance de l'ensemble. Les vues grossières d'effets moyens remplacent l'analyse exacte des cas rigoureux. C'est l'allure générale des phénomènes, et presque le côté qualitatif de leur mécanisme, qui prédominent sur la discussion numérique. Ainsi Descartes arrive assez bien à faire voir pourquoi les planètes tournent sur elles-mêmes, pourquoi elles circulent autour du soleil, pourquoi leurs orbites sont à peu près dans le même plan, pourquoi les étoiles fixes se voient en plus grand nombre dans la direction de l'équateur que dans celle du pôle. Ce sont là des faits très généraux dont la théorie des tourbillons peut rendre raison. Mais pourquoi les planètes décrivent-elles leurs orbites dans des temps précisément égaux à ceux qu'on connaît, pourquoi le rapport de leurs distances au soleil est-il rigoureusement proportionné à celui de leurs masses, pourquoi leurs trajectoires sont-elles des ellipses et le moyen mouvement sur les ellipses obéit-il au théorème des aires ? Ce sont là des questions de calcul strict que la théorie des tourbillons ignore. Le sentiment du mécanisme n'a pas manqué à Descartes, s'il n'a pas su dégager les lois de l'astronomie c'est parce qu'il n'avait pas mis les axiomes du mouvement sous une forme susceptible d'expression algébrique.

Après Descartes, l'idée de la gravitation de la matière subit un recul notable. L'absence de déterminations numériques rendait la théorie des tourbillons inutile aux astronomes, et ceux-ci revinrent non seulement à Kepler, mais aux doctrines aristotéliciennes dont Kepler avait suivi l'esprit. C'est le cas de l'astronome *Boulliau*[1] que Newton cite comme l'inventeur de la loi de l'inverse du carré des distances. Mais sur ce point Newton se trompait. Il ne semble pas que *Boulliau* ait pris à

1. *Ismaelis Bullialdi Astronomia Philolaïca*, Paris, 1645. Cet ouvrage fut complété douze ans plus tard par un appendice portant le titre : *Astronomiæ Philolaïcæ Fundamenta clarius explicata et asserta*, Paris 1657.

son compte la loi que devait retrouver Newton. Il la présente seulement comme une hypothèse plus raisonnable que la loi de Kepler en vertu de laquelle les planètes s'attireraient en raison inverse de la simple distance. Mais l'idée véritable de *Boulliau* c'est que ni l'une ni l'autre de ces deux lois n'est vraie, et qu'il faut remonter au delà de Kepler pour chercher dans la métaphysique de l'Ecole le guide le plus sûr des explications astronomiques. La volonté éternelle du créateur, telle est bien plutôt que l'attraction matérielle la raison profonde de l'ordre cosmique. Chaque astre a reçu dès l'origine une forme ou âme semblable à celle que Kepler attribue au soleil et qui suffit à expliquer ses mouvements. Ce n'est pas d'actions extérieures qu'on peut espérer tirer le mouvement des planètes. L'état d'un corps ne peut se comprendre que par des raisons internes, et la « forme » aristotélicienne est le type de ces raisons. Maintenant comment de ce principe interne, *Boulliau* tirait-il les lois de Kepler, comment arrivait-il à faire voir que les planètes doivent fatalement décrire des ellipses suivant des aires uniformes, c'est ce que l'*Astronomia Philolaïca* ne laisse entrevoir que très imparfaitement.

En 1666 parut à Florence le livre célèbre de *Borelli* [1], qui devait ramener la mécanique céleste dans sa véritable voie. Le but de *Borelli* est de donner aux lois de Kepler un fondement mécanique. Ces lois universellement adoptées n'étaient pourtant que des formules empiriques dépourvues de signification physique. *Borelli* se propose de trouver une combinaison de forces qui entraîne comme conséquence les lois du mouvement elliptique.

Pour cela il observe que le déplacement des planètes présente un double caractère : il est rigoureusement périodique, il n'est pas symétrique de toutes parts par rapport au soleil. Il faut donc que les forces dont dépendent les planètes soient des forces qui varient périodiquement, et pourtant elles ne peuvent émaner seulement du soleil, sans quoi il serait impossible d'aboutir à des trajectoires excentriques. D'après *Borelli*, la combinaison de deux forces suffit à expliquer les mouvements

1. *Theoricæ mediceorum planetarum ex causis physicis deductæ.* Borell désigne sous le nom de planètes médicéennes les satellites de Jupiter découverts par Galilée.

célestes. Il existe d'abord une force attractive ayant son siège dans le soleil, et qui a pour unique effet de mouvoir les planètes sur le rayon vecteur qui les joint au soleil. D'autre part les planètes sont animées d'un mouvement de rotation continu, puisqu'elles décrivent des trajectoires fermées, grossièrement assimilables à des cercles. De là naissent des forces centrifuges qui tendent à éloigner les planètes du soleil et dont l'effet va être de contrarier l'action de la force attractive. Si une planète se trouvait exactement placée au point où les deux forces se balancent, elle ne subirait aucun effort et se déplacerait d'un mouvement circulaire comme le pensaient les anciens.

En fait Kepler a démontré que le mouvement des planètes n'est pas circulaire, mais se fait sur des ellipses suivant la loi des aires. Nous devons donc admettre qu'à l'origine des temps les planètes ne se trouvaient pas placées au point neutre où elles fussent restées en équilibre relatif sur le rayon vecteur du soleil et eussent été entraînées circulairement avec lui. Elles ont dû se trouver en un point où la force centrifuge, par exemple, l'emportait sur la force centripète. Alors elles se sont déplacées avec une vitesse croissante dans la direction même du soleil, pour se rapprocher du point neutre. Ce point neutre, elles l'ont atteint, elles l'ont même dépassé en vertu de l'inertie. La force centripète est alors à son tour devenue prépondérante, et un mouvement de recul s'est produit, qui a de nouveau entraîné la planète en-deçà du point neutre. De là une succession de maxima et de minima dans les distances des planètes au soleil, qui, combinée avec le mouvement circulaire, suffit à expliquer l'excentricité des orbites. La répétition périodique des mouvements suit de l'invariabilité des forces agissantes. Une fois qu'un astre a décrit une trajectoire fermée et se trouve revenu au point de départ, il subit la même succession d'efforts qui a amené la révolution précédente, et la seconde orbite se superposera nécessairement à la première. C'est par des déductions de cette nature que *Borelli* pouvait se flatter d'avoir réduit les lois expérimentales de Kepler au rang d'applications de la cinématique.

La théorie de *Borelli*, comme la précédente, péchait par l'indétermination mathématique. Non seulement *Borelli* ne donnait

nulle part la formule élémentaire de l'attraction céleste, mais il ne semble pas qu'il ait songé à préciser quelles fonctions des distances interviennent dans sa loi. La force centripète, d'après lui, n'est pas fonction de la distance ; elle est uniforme et constamment identique à elle-même (perpetua et uniformis). Elle tend d'un effort régulier à rapprocher tous les corps du soleil. La force antagoniste ou force centrifuge est au contraire une véritable fonction de la distance. Mais *Borelli* n'en cherche pas la forme mathématique. Il se contente de dire que la force centrifuge est plus grande dans les plus grands cercles et moindre dans les plus petits. Elle est donc décroissante avec la distance (difformis et condecrescens), sans qu'on puisse parler ni de proportionnalité ni d'un autre rapport numérique [1].

Le caractère un peu vague des déductions de *Borelli* s'accordait alors assez bien avec l'aspect qualitatif des lois de Kepler. Il expliquait d'une manière satisfaisante que les astres décrivent des trajectoires fermées, excentriques, quasi-circulaires. Mais l'élément mathématique rigoureux qui faisait l'originalité des lois de Kepler n'est expliqué en aucune manière dans le système de *Borelli*. La description uniforme des aires et la proportionnalité des carrés des périodes aux cubes des grands axes ne résultaient pas, même approximativement, des considérations dont il se servait. Il fallait pour que la théorie de la gravitation pût passer de la phase métaphysique à la phase positive que les idées de masse, de force centripète, de force centrifuge, fussent précisées par l'expérience et par le calcul. C'est le travail dont allaient s'acquitter les contemporains mêmes de Newton, et parmi eux les deux plus illustres, *Huyghens* en Hollande, *Hooke* en Angleterre.

La notion de force centrifuge fut complètement élucidée par *Huyghens*. Dans son ouvrage célèbre *De Horologio Oscillatorio* [2] et mieux encore dans un petit traité *De Vi centrifuga* [3], publié après sa mort, *Huyghens* donna la définition exacte de la force centrifuge. On peut dire que c'est le premier exemple d'un emploi précis de la notion de force. *Huyghens* considérait la force cen-

1. *Theorica mediceorum planetarum*, p. 77.

2. Cf. *Christiani Hugenii Zulichemii opera varia*, Lugduni Batavorum, apud Janssonio Vander Aa, 1724.

3. *Ibid.* T. II, p. 107.

trifuge comme l'origine de toutes les forces centrales. Partant de l'idée qu'un corps se déplace d'un mouvement uniforme sur un cercle parfait, *Huyghens* démontrait que l'effort exercé par ce corps dans le sens du rayon pour sortir de son orbite est proportionnel au carré de la vitesse linéaire et inversement proportionnel au rayon du cercle décrit. La formule

$$F = \frac{V^2}{R}$$

qui donne la définition rigoureuse de la force centrifuge, était de la sorte établie par *Huyghens*, d abord sans démonstration en 1673 dans son *Horologium Oscillatorium*, puis sur des raisons mathématiques dans les œuvres posthmes (1713).

En donnant une formule numérique pour la détermination quantitative de la force, *Huyghens* réfutait implicitement les idées vagues dont s'était servi *Borelli* en même temps qu'il préparait un terrain solide aux constructions mathématiques de Newton. Il faut remarquer cependant que la force centrifuge n'est qu'un cas très particulier des forces centrales. *Huyghens* en avait vu toute l'importance dans l'astronomie et dans les arts mécaniques. Mais il ne lui avait pas donné la souplesse nécessaire à l'application complète du calcul. L'expression $\frac{V^2}{R}$ n'a de sens défini que dans le cas des rotations uniformes s'opérant sur des cercles parfaits. Alors elle représente une force constamment tendue suivant le rayon vecteur qui joint le mobile au centre. Mais en astronomie les vitesses des astres, comme Kepler l'avait définitivement montré, ne sont pas uniformes et les orbites diffèrent notablement de cercles. Il était nécessaire d'étendre à ce cas la définition de la force centrifuge. Pour cela des considérations infinitésimales étaient indispensables, que *Huyghens* ne pouvait developper, mais dont Newton ne devait pas tarder à se servir. En remplaçant chaque élément de la trajectoire par le cercle osculateur, Newton devait arriver à définir, dans le mouvement le plus général, la force centrifuge en chaque point : c'est le quotient du carré de la vitesse par le rayon du cercle de courbure. Cette expression nouvelle est valable dans tous les cas et c'est des mesures destinées à la vérifier que devait finalement sortir la loi de la gravitation.

Comme *Huyghens* avait défini la force centrifuge, *Hooke* devait donner la définition mathématique de la force attractive ou centripète. Le 21 mars 1666, Hooke rendait compte à la Société Royale de Londres[1] des expériences qu'il avait tentées pour résoudre la question suivante : la force de la pesanteur est-elle variable avec la distance des corps au centre de la terre ; — si l'on peut constater une variation, faut-il en conclure, comme *Kepler* et *Gilbert*, que l'attraction de la terre est une attraction magnétique ?

Les expériences de *Hooke* étaient extrêmement intéressantes parce qu'elles témoignent d'un rapprochement préconçu entre le cas de la pesanteur et celui de l'attraction planétaire. Dans une première série de recherches, *Hooke* était parti du cas de la pesanteur et avait cherché à voir si en élevant les corps à une grande hauteur on ne pouvait pas les amener à se déplacer à la façon des corps célestes. Il avait opéré au haut de l'abbaye de Westminster, sur la tour de Saint-Paul, et à Fishstreet-Hill. Son dispositif comportait une balance avec laquelle il examinait si un corps change de poids selon qu'il est placé directement dans un des plateaux ou suspendu à ce plateau par un fil descendant jusqu'au sol. Les résultats furent négatifs, et *Hooke* attribua plus tard cet échec à la trop petite différence de hauteur employée. Dans une autre série de recherches, *Hooke* partit directement des mouvements planétaires qu'il chercha à reconstituer à l'aide du pendule conique. Il remarqua que la trajectoire du pendule est une ellipse rigoureusement déterminée de grandeur et de position par les conditions au départ. Cette ellipse se déforme si l'on suspend au pendule un pendule satellite. Mais on la retrouve très exactement dans le mouvement du centre de gravité commun.

Ainsi il est possible de donner une image mécanique des phénomènes astronomiques et il doit être possible d'expliquer ceux-ci par des lois conformes à celles de Galilée. Mais pour cela trois propositions doivent être supposées vraies. D'abord il faut admettre qu'il existe une force attractive, dirigée d'un astre à l'autre, et s'exerçant non seulement entre le soleil et la terre, mais entre Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne ; le

1. V. Birch, *History of the Royal Society*, T. II, p. 69.

[illegible] et toutes les planètes [illegible] uniformément de la même manière. Ensuite il faut [illegible] que [illegible] mouvement curviligne est dû à une force permanente ; si les corps sont abandonnés à eux-mêmes, ils ne peuvent décrire que des droites et s'éloigner indéfiniment dans le même sens. Enfin les forces d'attraction sont variables avec les masses et avec les distances ; elles sont directement proportionnelles aux masses et elles décroissent quand la distance augmente. Si l'expérience directe n'a pu vérifier ce point, on peut l'établir d'une façon indirecte.

Hooke avait échangé avec Newton en 1679 une correspondance fameuse qui devait susciter entre ces deux savants un conflit des plus vifs. L'objet précis de cette correspondance était le problème suivant : Lorsqu'un corps grave est abandonné à lui-même, au-dessus du sol, tombe-t-il suivant la verticale ou suivant une courbe plus ou moins compliquée allant couper le sol soit à droite soit à gauche du pied de la verticale ? Newton devait se montrer sur ce point moins clairvoyant que *Hooke*. Il considérait la trajectoire des corps pesants, au moins à cette époque, comme une spirale, alors que *Hooke* démontrait avec netteté que c'est une ellipse très allongée, dont un des foyers se trouve au centre de la terre. Pour démontrer ce théorème, *Hooke* faisait expressément usage de la loi de l'inverse du carré de la distance. Ce fut certainement là le point de départ de sa querelle de priorité avec Newton. Mais il nous est facile de concilier aujourd'hui les prétentions des deux adversaires. *Hooke* a assurément eu le mérite de rechercher une loi mathématique qui fût commune à l'attraction terrestre et à la pesanteur. Cette loi, il l'a dégagée clairement dans un certain nombre de cas, et elle est conforme aux résultats de Newton. Pourtant une chose essentielle manquait à *Hooke*, qui devait justement faire la fécondité des *Principes* de Newton. Physicien et astronome, plutôt que mathématicien, *Hooke* se contentait de chercher une formule générale qui pût servir de guide à l'observation. Il ne possédait pas de symbolisme algébrique capable de donner à la loi de l'attraction sa véritable portée. A la fois physicien et mathématicien, Newton allait pouvoir au contraire appliquer à la mécanique céleste un instrument d'une puissance illimitée, le calcul des fluxions. En ce

sens il ne doit rien à *Hooke*, et si celui-ci est le premier savant qui ait compris la possibilité d'une mécanique céleste, Newton demeura le premier qui l'ait construite effectivement.

L'idée de la gravitation universelle, telle qu'elle est développée dans les *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*, ne s'est pas révélée brusquement à l'esprit de Newton. On peut considérer comme une pure légende l'anecdote fameuse de la pomme, que les écrits de Voltaire ont contribué à répandre sans l'appuyer d'aucun document sérieux[1]. Il suffit de jeter un coup d'œil sur l'*Optique* de Newton pour voir que dès ses premières recherches physiques il s'était préoccupé de la question de la gravitation et était arrivé vers 1675 à une hypothèse qui expliquait à la fois la propagation de la lumière et celle de la pesanteur. Les questions optiques et les questions mécaniques avaient de tout temps été liées dans l'esprit de Newton et on ne comprendrait pas qu'un penseur aussi logique ait considéré comme irréductibles l'un à l'autre l'éther lumineux et l'éther cosmique.

D'ailleurs l'analogie qui existe entre la pesanteur et la gravitation n'était pas une idée si nouvelle que Newton dût en demander la suggestion au hasard. Nous avons fait voir au contraire que la tendance dominante depuis Kepler jusqu'à Hooke était de chercher à rendre compte par un mécanisme unique des effets de la force magnétique et de ceux de la lumière, de la chaleur, de la pesanteur, de la gravitation. La comparaison attribuée à Newton de la chute d'une pomme et de la chute des astres n'était donc pas une nouveauté absolue, et ce qui devait la rendre plus tard si utile, c'était la possibilité d'une vérification empirique.

Au lieu de donner à Newton, par une révélation douteuse, une supériorité presque prophétique sur tous ses contemporains, il est plus conforme à la réalité historique de reconnaître le progrès qui s'est fait dans ses idées. On constate alors que, pendant toute la période qui va de 1670 à 1680, Newton était encore extrêmement près des doctrines astronomiques con-

1. V. pour la critique de cette légende F. Rosenberger, Isaac Newton und seine Physikalische Principien, p. 120. — Le récit de Voltaire est contenu dans les *Éléments de la philosophie newtonienne*, Œuvres complètes, Métayer I, p. 520, Paris 1879.

temporaines. Dans une lettre qu'il écrit à *Boyle* le 28 février 1695[1], Newton avoue que ses propres idées sur les phénomènes généraux de la physique ne le satisfont pas entièrement. L'hypothèse qu'il juge la plus raisonnable, et qui ressemble fort à celle qu'il avait émise quatre ans auparavant, est celle d'un éther extrêmement ténu, dont la densité est continuellement variable. C'est sur ces variations de densité que Newton appuye son explication de la lumière, de la cohésion et de la capillarité. Il introduit les forces attractives et répulsives de l'éther comme des conséquences de la résistance à la compression. Jamais il n'est question de loi numérique permettant d'évaluer d'une manière précise l'action d'une partie de l'éther sur une autre. Newton se contente d'un mécanisme vague, analogue à celui des tourbillons de Descartes, et qui explique en gros les phénomènes. En ce qui concerne particulièrement la gravitation, Newton propose une explication hypothétique dont la parenté avec les hypothèses cartésiennes est tout à fait frappante. Il admet que l'éther se compose de parties inégalement grosses et massives, comme Descartes faisait des distinctions dans la ténuité de la matière subtile. L'éther le plus grossier est celui qui se trouve dans les hautes régions de l'atmosphère, et à mesure qu'on s'approche du centre de la terre, on rencontre des couches plus fines, plus mobiles et plus légères. Supposons donc qu'un corps soit placé à une certaine hauteur au-dessus de la terre. L'éther contenu dans la partie supérieure de ce corps, étant moins ténu que celui de la partie inférieure, sera chassé des pores où il se trouve. Un courant ascendant de particules d'éther va se former au-dessus du corps, et, pour que ce courant puisse se répandre, il faut que le corps lui fasse place en tombant. La gravité provient donc des chocs imperceptibles de l'éther et de l'inégale constitution de ses particules. On voit combien Newton à cette époque était attaché aux hypothèses moléculaires. Cette conception de l'éther qu'il devait plus tard réduire à un strict minimum est développée longuement et dans la *Lettre à Boyle* et dans l'*Optique* qui l'avait précédée. Les réserves expresses faites par Newton dans son Avis au Lecteur, où l'inutilité de

1. V. Brewster, *Life of Newton*, Edinburgh 1855, vol. I, p. 405-415. — Horsley, *Newtoni opera*, vol. IV, p. 385-394.

toute hypothèse est hautement déclarée, n'empêchent qu'à cette époque l'idée de la gravitation fût inséparable à ses yeux d'un mécanisme moléculaire.

Le premier pas accompli par Newton dans la voie d'une astronomie positive est le calcul que, d'après Pamberton[1], il avait commencé en 1666, mais dont il ne put vérifier l'exactitude qu'une quinzaine d'années plus tard, au mois de juin 1682. Ce calcul avait pour point de départ la comparaison de la pesanteur à différentes distances de la terre. Hooke venait de publier les expériences par lesquelles il concluait que la pesanteur est la même au haut d'une tour et à la surface du sol, et Newton se demandait si à des distances plus grandes l'expérience pourrait donner d'autres résultats. Il est d'abord probable pour le simple bon sens que la force réelle de la pesanteur ne se conserve pas constante à toutes les hauteurs. Cette force émane de la terre, et il est inconcevable que l'action de la terre se fasse sentir avec la même intensité dans les espaces les plus lointains comme dans ceux qui sont le plus proches du centre. Il est vraisemblable au contraire que l'accroissement des distances correspond à une diminution d'action, et il ne reste plus qu'à connaître la loi mécanique de cette diminution.

Pour la trouver, on ne peut songer à faire tomber un corps de hauteurs de plus en plus grandes. Tous les expérimentateurs, et Hooke le premier, se sont vite trouvés arrêtés dans l'emploi de ce moyen. Les hauteurs dont nous pouvons disposer sont tout à fait négligeables par rapport au rayon de la terre. Mais la nature nous fournit en revanche une expérience d'un caractère saisissant. La lune n'est pas si éloignée de la terre qu'elle n'en ressente l'influence attractive, et l'on peut feindre que son mouvement dans les cieux résulte d'une chute constante vers le centre de la terre. Là n'est pas toute l'idée de Newton. Sa nouveauté consiste essentiellement à se servir du calcul pour vérifier cette analyse. De la sorte il pourra déduire, d'un couple de mesures correspondant à des distances très différentes, la loi qui relie la force à la distance.

La lune est située à 60 rayons terrestres du centre de notre

1. Pamberton, *Éléments de la philosophie newtonienne*, Amsterdam et Leipzig, 1755. p. VII-IX.

planète. Nous connaissons par les observations astronomiques l'espace qu'elle décrit en une seconde dans le sens du rayon vecteur, ou, si l'on veut, la quantité dont elle tombe vers le centre de la terre. D'autre part, les travaux de Galilée nous ont appris de quelle quantité tombe en une seconde un corps abandonné au voisinage du sol. Nous connaissons donc les éléments homologues de deux mouvements s'opérant à des distances connues. Il doit être possible par une comparaison de voir comment l'attraction varie avec la distance.

Les nombres utilisés par Newton le confirmèrent d'abord dans l'idée que la pesanteur n'est pas constante à toute distance. Mais il lui fut impossible de déduire des mesures une loi d'attraction vraiment nette. La loi qui lui semblait le plus approchée était celle de l'inverse du carré de la distance. Mais là où, en adoptant cette loi on devait trouver un espace de 16, 1 pieds anglais, les observations de Kepler ne donnent que 13, 9 pieds. On comprend qu'une pareille divergence fût de celles que ne pouvait tolérer Newton. Des résultats aussi grossièrement approchés ne peuvent être acceptées dans les matières mathématiques. Aussi Newton avait-il fait le silence sur le résultat de son premier calcul, jusqu'au jour où dans une séance de la Société Royale, au mois de juin 1682, furent communiquées les nouvelles données de Picard relatives à la mesure du degré terrestre. Ces données, corrigeant le nombre admis jusque-là pour la circonférence moyenne de la terre, modifiaient le calcul de Newton, et ramenaient à l'égalité absolue le nombre théorique et le nombre observé. A partir de ce moment, la loi de l'inverse du carré de la distance se trouvait vérifiée rigoureusement, en même temps que l'identité de la gravité terrestre et de l'attraction planétaire passait du rang d'axiome philosophique à celui de vérité physique.

Bien que Newton ait eu depuis 1666 l'idée vague d'une identité possible entre les lois de la pesanteur et celles de la gravitation, c'est seulement en 1687, dans la 1re édition des *Principes*, qu'il applique sa Méthode des Fluxions au cas de l'astronomie [1]. Il y a là un nouvel exemple du procédé familier à

1. En ce qui concerne la théorie de la gravitation, l'exposé de Newton n'a subi aucune modification dans la seconde édition de 1713, imprimée à Cambridge.

Newton, par lequel on transforme les idées de bon sens en idées scientifiques. Ce sont les mathématiques et elles seules qui peuvent réaliser cette transformation. Tant qu'on se contente d'apercevoir des analogies sans chercher à les éprouver par des mesures, il est possible qu'on pressente des lois, mais ces lois ne sont pas objectives. Il n'y a science réellement valable que là où l'on peut de quelques données déduire par le calcul une infinité de conséquences.

Aussi ne faut-il pas croire que l'œuvre de Newton se compose de deux parties d'ampleur inégale, l'une, de beaucoup la plus intéressante, qui serait l'intuition géniale des principes de la mécanique céleste, l'autre, de beaucoup la plus étendue, qui ferait l'application de ces principes à des cas particuliers. C'est l'idée trop souvent répandue et à laquelle la légende de la pomme a pu servir longtemps de symbole. Il faudrait alors reconnaître que l'essentiel de la découverte de Newton appartient à ses contemporains et à ses prédécesseurs. La chute des astres assimilée à la chute d'une pierre était devenue une manière de parler courante, et si Newton n'avait fait que reprendre ce langage, il n'eût pas construit le premier exemple de théorie scientifique moderne. La portée des *Principes* est plus haute. Ils restent dans l'histoire de la science plutôt comme type d'une méthode générale que comme application de cette méthode au seul cas de la mécanique céleste. Il ne faut pas oublier que l'exemple de la gravitation n'est pas le seul qui soit traité dans les *Principes*. Dans le deuxième et le troisième livre de son ouvrage, Newton aborde les questions de frottement, d'acoustique, d'hydrodynamique, et il leur applique un procédé tout semblable à celui qui réussit dans le cas de l'attraction. Nous reviendrons plus tard sur ce point[1], mais nous devons signaler dès maintenant l'usage particulier que Newton va faire des mathématiques, parce que cet usage est le trait caractéristique de la mécanique positive, celui par où l'œuvre de Newton se distingue de celle de ses prédécesseurs.

Le problème essentiel de la mécanique céleste peut se résumer dans la formule suivante. Étant données les forces qui

1. V. plus loin, la Physique mathématique et le Mécanisme.

agissent sur un corps, déterminer sa trajectoire; réciproquement trouver la loi des forces lorsque la trajectoire est connue. Ceci veut dire que le mouvement d'un corps peut s'étudier, selon l'aspect qui nous intéresse, soit au point de vue de la courbe décrite, soit au point de vue des forces qui obligent le corps à la décrire.

Longtemps les investigations scientifiques se sont bornées à l'étude des trajectoires. La courbe décrite par un mobile est en effet l'élément du mouvement qu'il est le plus facile de suivre, et la géométrie s'est attaquée de bonne heure à l'analyse des trajectoires les plus simples. Le cercle, les épicycloïdes, plus tard la cycloïde et l'ellipse, ont été successivement regardées comme les lieux des positions d'un mobile, et la loi de Kepler était à l'époque de Newton le dernier mot de la science touchant l'étude géométrique des orbites.

La recherche des forces était beaucoup moins avancée, car le caractère mathématique de la force avait été pendant longtemps méconnu. L'aspect qualitatif et subjectif de la force est celui qui avait le plus fortement frappé l'imagination des anciens. Descartes, comme nous l'avons dit, était à peine en progrès sur ce point, et Leibniz, malgré sa supériorité mathématique, devait marquer une sorte de recul, par son identification systématique des forces mécaniques et des forces psychiques. L'idée de la force ne reçut que chez Newton la forme mathématique qu'elle devait conserver.

Les forces sont définies par Newton au moyen d'expressions algébriques simples et l'on peut dire qu'elles représentent dans le mouvement un élément aussi rigoureusement mesurable que l'élément temps ou que l'élément vitesse. Alors on voit tout de suite la question qui se pose pour Newton. L'esprit vulgaire devine obscurément qu'il doit y avoir une dépendance parfaite entre le mouvement, estimé dans ses effets, et la force ou cause qui le produit. Cette dépendance, même dans la philosophie de Descartes, n'avait reçu aucune interprétation précise, et on le comprend si l'on songe à la difficulté qu'il y a de rattacher des effets mesurables à une cause qui ne l'est pas. Mais pour Newton la cause et les effets sont mathématiques au même titre. L'une et les autres se mesurent par des nombres avec une approximation du même ordre. Par cela même, on peut

regarder les forces d'une part, les espaces de l'autre, comme liés par une relation fonctionnelle. La dépendance obscure qui existait entre eux reçoit une signification tout à fait nette ; les forces sont fonctions des espaces, les espaces sont fonctions inverses des forces. Rechercher la nature de ces fonctions, telle est la tâche de la mécanique positive. On voit déjà qu'elle n'est plus constructive, à la manière de la théorie des tourbillons de Descartes. Elle ne prétend pas avec un petit nombre d'axiomes ou données absolues créer de toutes pièces le détail de l'univers. Ce qu'elle cherche, ce sont des relations et des relations réversibles. Nous ne pouvons aspirer qu'à dégager les lois qui relient l'allure mathématique d'un phénomène à celle d'un phénomène concomitant. Le mouvement des astres sur leurs orbites et la variation des forces qui les poussent sont deux phénomènes de ce genre. Il faut que, suivant les besoins de la pratique, nous puissions déduire la position d'un astre de la force qu'il subit ou inversement remonter de l'orbite aux forces qui en déterminent la nature.

Ici nous trouvons l'emploi d'une méthode qui s'impose dans toute la physique, la Méthode des Fluxions. Il est à remarquer en effet qu'avec les ressources de la seule algèbre Newton eût été incapable de résoudre le double problème que nous venons de poser. L'algèbre est d'un emploi commode dans toutes les questions où une quantité fixe dépend d'une autre quantité fixe. Elle donne des relations ou équations *finies* d'où l'on peut tirer les grandeurs inconnues en fonction des paramètres. En ce sens l'algèbre peut s'appeler le calcul des grandeurs invariables. Mais le cas de la mécanique est tout différent. Il s'agit de quantités qui au lieu de dépendre directement d'autres quantités dépendent bien plutôt des variations de ces dernières. Ainsi les aires dépendent des vitesses et les distances des accélérations. Il s'en suit qu'il faut employer un algorithme spécial, capable de mettre en évidence la dépendance d'une quantité par rapport à la « fluxion » ou à la « différence » des autres. Le calcul différentiel et le calcul intégral répondent justement à ce besoin.

Ce sont eux qui vont permettre à Newton de transposer à la mécanique céleste la solution du double problème rencontré dans la théorie des courbes, problème des tangentes ou

problème direct, et problème des quadratures, ou problème inverse des tangentes. Lorsqu'on nous demande de mener la tangente à une courbe donnée, la formule simple qui donne la solution est celle qui exprime le coefficient angulaire comme quotient des fluxions. Cette formule se démontre dans le cas de la ligne droite et s'étend par continuité à tous les autres. De même, si nous avons à trouver la force qui transporte un corps sur une orbite donnée, un processus de différenciation convenable, longuement développé par Newton [1], donnera la solution, pourvu qu'on admette certaines relations simples, faciles à vérifier dans les cas usuels [2].

Inversement, lorsqu'il s'agit de construire une courbe déterminée par la loi de succession de ses tangentes, c'est un procédé d'intégration qui sera nécessaire, mais ce procédé se fonde exactement sur les mêmes identités que le précédent. En mécanique, le problème inverse des tangentes aura son analogue dans la construction des courbes décrites sous une loi de force donnée. Ici encore le calcul intégral suffira à trouver des solutions explicites sans qu'il soit nécessaire d'invoquer des axiomes nouveaux [3]. Mais dans un cas comme dans l'autre, le nerf de la méthode de Newton réside dans la connaissance de formules simples qui relient soit la tangente à l'abscisse, soit la vitesse à la force.

L'essentiel de la méthode de Newton consiste justement à avoir mis sous forme maniable ces relations de définition qu'on avait à peine entrevues avant lui. Assurément la méthode des fluxions était indispensable pour tirer de ces relations des conséquences numériques d'accord avec la réalité. Mais l'originalité véritable de Newton ne consiste pas tant à avoir employé en mécanique l'algèbre et le calcul des fluxions qu'à avoir adapté les principes de la mécanique à une semblable application. Transformer par un langage nouveau les données vulgaires résultant de cas simples en formules précises dont il ne restera qu'à étendre l'emploi aux cas généraux, telle est la

1. *Principes*, L. I, S. 3.

2. *Principes*, L. I. S. 2.

3. Newton ne traite guère que par allusion le cas des forces quelconques. Il ne discute dans tout son détail que le « problème des forces centripètes » et le « problème inverse des forces centripètes ».

grande innovation de son ouvrage. Au lieu de n'employer, comme le faisait Descartes, l'algèbre et la géométrie que pour leur *évidence,* Newton les emploie à l'analyse même des faits. La loi simple mathématique est d'abord dégagée des faits les plus simples. Alors, dans un cas réel donné, la complexité physique peut être éliminée et remplacée par une complexité purement mathématique. Les relations simples, caractéristiques du mouvement, ont en effet lieu dans tous les cas possibles, comme les relations caractéristiques de la tangente ont lieu dans les courbes les plus compliquées. On pourra donc, dans tous les problèmes, partir de ces relations simples, et si on veut les adapter à la complexité réelle, on sera certain de ne rencontrer jamais que des difficultés de calcul.

Il est facile de concevoir alors l'importance que prennent dans la théorie de Newton les relations infinitésimales qui lient les éléments de la force à ceux de la trajectoire. Parmi ces relations, dont Newton va faire un usage constant, et qu'il ne nous appartient pas de rapporter en détail, nous citerons seulement les deux plus importantes, celles qui résultent du théorème des aires et celles qui expriment les propriétés de la force centrifuge. Elles vont jouer le rôle d'éléments simples dans toutes les démonstrations relatives à l'attraction.

Newton établit d'une manière directe que si un corps décrit autour d'un autre des aires proportionnelles au temps, la force qu'il subit est nécessairement centrale et dirigée vers le second corps comme centre [1]. Réciproquement, une force de ce genre ne peut donner lieu qu'à un mouvement plan, caractérisé par une égale description des aires. Si d'ailleurs les aires sont seulement voisines de l'uniformité, ou les forces près d'être centrales, le principe de continuité nous assure qu'il sera dérogé infiniment peu aux conditions précédentes. Des forces approximativement centrales entraînent une description à peu près uniforme des aires. Appliquons tout de suite au cas céleste le théorème de Newton. Puisqu'il résulte de la première loi de Képler que le mouvement des planètes se fait suivant la loi des aires, il est certain que les forces attractives sont des *forces centrales*, et le degré d'exactitude de cette

1. *Principes*, L. I, S. 1, Prop. III, Th. 3.

proposition est le même que celui des observations de Képler.

Newton définit la force centrifuge [1] dans le cas du mouvement circulaire obéissant à une force centrale. Il démontre, mais avec une généralité beaucoup plus grande, une relation analogue à celle de Huyghens :

$$F = \frac{V^2}{R}.$$

Cette relation dont *Wren* et *Halley* avaient fait usage en même temps que Huyghens, permet, d'après les remarques de Newton [2], de comparer la force de la gravité à la force centrifuge. Ces forces apparaissent toutes deux comme susceptibles d'évaluation rigoureuse au moyen d'observations cinématiques, et c'est en se servant de ce théorème que Newton trouve une première confirmation de son idée sur l'origine de la pesanteur. Supposons en effet, comme approximation provisoire, que les planètes se meuvent sur des cercles concentriques au soleil, et faisons usage cette fois de la troisième loi empirique de Képler, d'après laquelle « les temps périodiques des planètes sont en raison sesquiplée des rayons. » Il résulte de là, comme Newton le démontre [3], que les vitesses « sont réciproquement en raison sous-doublée des rayons, et les forces centripètes réciproquement comme les carrés des rayons ». D'ailleurs la réciproque est vraie, et le lien qui existe entre la forme des trajectoires et la loi de l'inverse du carré des distances est ainsi mise en évidence dans le cas du mouvement circulaire. Il ne restera plus qu'à l'étendre au cas du mouvement elliptique démontré expérimentalement par les recherches de Képler. C'est ce que Newton fait systématiquement dans la troisième section du premier livre. Nous ne pouvons le suivre dans le détail de ses théorèmes. Il suffit de retenir que le résultat de ces calculs est de résoudre d'une manière complète aussi bien le problème inverse [4] que le problème direct des forces centri-

1. *Ibid.* Prop. IV, p. 56.

2. *Principes*, L. I. Scholie, p. 56.

3. *Principes*, L. I, S. 2, Prop. IV, Cor. 6 et S. 3, Prop. XI, XIII, XV, sqq.

4. Il faut remarquer pourtant que le problème direct est résolu par Newton dans des cas beaucoup plus généraux que le problème inverse. Ce dernier ne pouvait être abordé par le calcul à l'époque de Newton que dans le cas du mouvement keplérien.

pètes. On peut exprimer le résultat obtenu par Newton de la façon suivante : la condition nécessaire et suffisante pour que les lois de Képler soient vraies est que les planètes subissent de la part du soleil une attraction qui varie en raison inverse du carré de la distance.

Une fois les lois du mouvement elliptique déduites d'une loi de force correspondante, il reste à passer du cas théorique aux cas réels, c'est-à-dire à déterminer l'orbite générale de façon à la faire coïncider avec l'orbite réelle. C'est en effet une remarque de Newton lui-même que les résultats du calcul sont plus généraux que les faits, et impliquent un arbitraire que la nature n'admet pas.

Les lois réelles de l'astronomie sont un cas tout particulier des lois du mouvement elliptique [1]. Selon la valeur absolue et le signe de la force centrale, selon la direction et la grandeur de la vitesse initiale, les trajectoires du mouvement Képlérien, peuvent être soit des ellipses, soit des paraboles, soit des hyperboles, ou encore, sous certaines conditions spéciales, des droites ou des cercles. Or il est certain que toutes ces solutions ne peuvent convenir aux problèmes réels. Il est certain par exemple que la droite et l'hyperbole doivent être éliminées comme incompatibles avec la périodicité des phénomènes célestes. La parabole peut être admise [2] bien qu'on ne puisse l'utiliser qu'au voisinage de son sommet. L'ellipse elle-même est trop générale. L'observation montre que les planètes ne peuvent pas décrire toutes sortes d'ellipses. Il est remarquable que les orbites planétaires ont toutes des ellipses peu inclinées et peu excentriques. Il faut donc voir si l'on peut préciser la forme de l'orbite la plus générale de façon à la faire coïncider dans toute son étendue avec la trajectoire d'une planète donnée. C'est le problème capital de l'astronomie pratique. L'observation ne peut nous fournir qu'un nombre limité de positions d'un astre. Il s'agit de voir si par ces positions on peut faire passer une ellipse et une seule sur laquelle l'astre continuera de se mouvoir.

Kepler se servait de l'interpolation pour trouver la forme des

1. Si l'on se borne au monde planétaire (V. *Principes*, L. I, p. 65 et L. III, sub fin.).

2. V. la théorie des comètes dans le L. III.

orbites. Il admettait que l'ellipse déterminée par un très grand nombre de positions réelles est identique à l'ellipse véritable. Mais déjà les astronomes anglais avaient simplifié son calcul et cherché à construire l'orbite en partant du moindre nombre d'observations. Ils avaient constaté qu'en notant la position et la vitesse d'une planète à un instant donné, on a tous les éléments nécessaires à la détermination du mouvement ultérieur. Il fallait donc, pour que la solution de Newton fût complète, qu'elle pût se déterminer d'une manière univoque à l'aide des positions et des vitesses initiales. Il fallait en d'autres termes que les solutions périodiques du problème des forces centripètes, qui sont susceptibles de représenter suivant les cas une conique quelconque, ne pussent plus, si l'on se donne les conditions initiales, représenter qu'une seule ellipse identique à l'ellipse réelle.

On voit que nous soulevons de la sorte le problème de la détermination unique d'un mouvement par les conditions initiales. Est-il certain qu'en fixant arbitrairement une position et la vitesse correspondante du mobile on puisse construire sa trajectoire, et cela d'une façon univoque ? Sommes-nous sûrs que la forme de courbe trouvée est identique à la trajectoire réelle, ou peut-il y avoir d'autres courbes que notre calcul ait laissé échapper ?

Newton ne semble pas s'être préoccupé beaucoup de cette question de principe. Après avoir trouvé que le mouvement elliptique, quels qu'en soient les caractères cinématiques, suppose toujours une force inversement proportionnelle au carré de la distance, il admettait, sous la seule réserve d'une vérification pratique, qu'on pouvait choisir l'ellipse de façon à l'identifier avec une ellipse donnée. On peut démontrer en effet qu'une ellipse est déterminée entièrement par un foyer, un point et la tangente en ce point, si l'on connaît en outre deux diamètres conjugués. Or, lorsqu'on se donne la position et la vitesse initiale du mobile, on se donne justement tous ces éléments. Il existe donc une ellipse et une seule satisfaisant aux conditions réelles, et il n'y a pas en dehors d'elle d'autre trajectoire possible.

Le raisonnement de Newton sur ce point est au fond un appel au bon sens. Le bon sens nous enseigne qu'un mouvement

réel ne peut évoluer que d'une seule manière ; si nous fixons les conditions dans lesquelles il commence, toutes les particularités ultérieures peuvent s'en déduire. Il serait absurde qu'un mouvement réel fût jamais ambigu, ou pût se développer en deux sens différents. Si donc nous trouvons d'une manière ou d'une autre une trajectoire qui satisfasse à certaines conditions concrètes, nous sommes sûrs qu'elle est la trajectoire réelle. En d'autres termes les équations du mouvement sont susceptibles d'une solution et d'une seule parce que le mouvement est de sa nature susceptible d'une réalisation et d'une seule. Ce que le bon sens prévoit vaguement, le calcul le confirme avec exactitude. Il est toujours possible de disposer de l'arbitraire qu'introduisent les solutions de la mécanique de façon à les adapter justement à telles conditions concrètes que l'on veut.

Newton pensait qu'un problème mécanique est rigoureusement déterminé de sa nature, comme le phénomène qui lui correspond. C'est en s'appuyant implicitement sur ce principe qu'il résout le problème inverse du mouvement Képlérien[1]. Une pareille solution pourrait sembler aujourd'hui incomplète et sans rigueur. Nous demandons qu'indépendamment de toute idée concrète on démontre, au point de vue du calcul, l'*existence* des trajectoires répondant à des conditions données et la *non-existence* de solutions multiples. Newton ne pouvait se préoccuper de semblables questions. Pour lui les mathématiques ont leur point de départ dans des observations physiques, et, si l'usage que nous en faisons est fidèle aux premières conventions, il est impossible que nous déduisions du calcul des conséquences incompatibles avec les faits. C'est ce qui se présenterait, si le problème de l'attraction, une fois résolu dans le cas général, ne pouvait s'adapter aux cas particuliers. L'existence des solutions en mécanique, et l'existence de solu-

1. Cf. *Principes*, L. I, S. 3, Prop. XIII, p. 71. « Si un corps quelconque attiré continuellement vers un centre par une force réciproquement proportionnelle au carré des distances part d'un lieu P suivant une droite quelconque PR et avec une vitesse quelconque, le corps se mouvra dans une section conique qui aura pour l'un de ses foyers le centre des forces, et réciproquement, car le foyer, le point de contact et la position de la tangente étant donnés, on peut décrire la section conique qui aura à ce point une courbure donnée, et *deux orbites qui se touchent et qui sont décrites avec la même vitesse et la même force centripète ne sauraient différer entre elles* ».

tions uniques, est pour Newton un axiome physique et non un théorème qu'il y ait lieu d'établir.

Les considérations qu'on vient de faire valoir donnent la solution complète du problème suivant : trouver le mouvement de deux points matériels qui s'attirent en raison inverse du carré des distances. Mais c'est là un problème fictif qu'on ne doit pas identifier d'une manière hâtive avec le problème astronomique. Le cas pratique de l'astronomie n'est pas celui de points matériels, c'est-à-dire de volumes infiniment petits assimilables sans erreur à des points. Le monde solaire comporte des masses énormes, dont les plus éloignées ont une parallaxe sensible, et dont les plus rapprochées peuvent prendre des dimensions apparentes considérables. Il n'est nullement évident à priori que les axiomes démontrés valables dans le cas des points matériels restent rigoureusement vrais dans un cas tellement différent. Les observations que nous avons eu lieu de faire sur le mouvement de corps très petits situés à la surface de la terre, observations dont nous avons tiré la loi de l'inertie, la loi de l'égalité de l'action et de la réaction, et la loi de l'indépendance des effets de forces, ne peuvent s'étendre sans justification préalable au domaine tout nouveau des masses planétaires. Comme ce sont justement ces lois qui sont à la base de la théorie donnée par Newton du mouvement Keplérien, il est nécessaire, si l'on veut que cette théorie soit au moins une première approximation, que les principes fondamentaux de la mécanique soient à peu près vérifiés dans le système solaire.

Ceci peut se prouver, soit directement, par des observations aidées de l'analogie, soit indirectement par la comparaison des faits avec les conséquences déduites des principes. Mais de toutes façons il est indispensable d'établir que le cas céleste est bien un cas mécanique si l'on veut faire du système de l'attraction autre chose qu'une belle hypothèse. C'est un des traits de l'esprit positif de ne pas faire de généralisations hâtives. Quand nous transportons un mode de calcul d'un domaine à un autre, il convient d'examiner si les conditions d'application de ce calcul subsistent. C'est une précaution que Newton prend toujours, et dans le cas présent il s'efforce de prouver que des propositions comme le principe d'inertie, le

théorème du centre de gravité, la loi de l'additivité des forces se vérifient avec la même précision que dans la mécanique terrestre. Disons tout de suite que le succès des généralisations de Newton tient aux conditions toutes spéciales où se trouve placée la mécanique céleste. Elle étudie les corps qui se rapprochent le plus du corps solide idéal, elle a affaire à un milieu à peu près dénué de résistance, et le cas des forces centrales est un de ceux où la loi d'additivité est tout de suite démontrable. Si au lieu d'aborder la mécanique céleste, la science positive se fût attaquée d'abord aux phénomènes élastiques, magnétiques, thermodynamiques, il est à craindre qu'on eût longtemps méconnu la généralité des axiomes de Newton.

Newton étend aux mouvements planétaires successivement le théorème du centre de gravité, le principe d'inertie et la loi d'additivité des forces.

Si nous nous reportons à l'Hypothèse première du L. III[1], nous voyons que Newton admet comme une donnée de bon sens l'immobilité du centre du monde. « Le centre du système du monde est en repos : c'est ce dont on convient généralement ; les uns seulement prétendent que la terre est ce centre, et d'autres que c'est le soleil. » Bien que Newton énonce cette proposition comme une simple hypothèse, on a le droit d'être surpris de le voir faire des hypothèses de ce genre. Il semble que le « système du monde » soit une ancienne idée métaphysique, l'idée de la totalité des phénomènes situés dans l'espace absolu. En parlant du centre d'un tel système (et il faut entendre par là son centre de gravité) Newton dépasserait de beaucoup le domaine positif où il a coutume de se tenir. En réalité le « centre du monde », signifie pour Newton le « centre du système solaire ». Ce point est le seul qu'il nous importe de connaître, il est le seul qui intervienne en Astronomie. Il est possible de démontrer géométriquement[2] le théorème du centre de gravité pour le système solaire. Il est possible aussi d'en donner une démonstration empirique, comme celle qui est dissimulée au début du troisième livre, dans un corollaire où on ne l'attendrait pas[3]. Voici sur ce point le raisonnement de

1. *Principes*, T. II, p. 28.
2. V. *Principes*, L. III. Prop. XI.
3. *Ibid.* Théor. XIV. Cor. 2.

Newton. Les étoiles fixes sont toutes au repos, car, d'après les observations de Hooke, elles conservent des positions invariables par rapport aux nœuds et aux aphélies des orbites[1]. Il s'en suit qu'elles ne peuvent exercer sur notre système d'attractions sensibles eu égard à la distance. Si en effet le système du soleil se rapprochait ou s'éloignait de certaines étoiles, il faudrait qu'elles eussent, au moins à la longue, des parallaxes appréciables, contre l'observation constante des astronomes. Tout se passe donc comme si les étoiles étaient situées par rapport à notre système à une distance infinie. Ceci veut dire que si elles exercent sur lui quelque action, cette action est présentement négligeable. Alors on peut dire que le système solaire est un système *isolé*. La quantité de force qui s'y trouve à un moment donné ne peut être modifiée d'une manière sensible par les actions sidérales. Son centre de gravité demeure en repos, comme l'indique l'invariabilité absolue des mouvements sidéraux par rapport à ce point. En somme, le théorème du centre de gravité, qui est une des formes du principe de l'égalité de l'action et de la réaction, résulte pour le système solaire du fait que les apparences optiques permettent de vérifier l'*isolement* de ce système.

Ce sont encore des arguments de fait qui montrent la validité du principe d'inertie dans le monde planétaire. Comme on vient d'établir le quasi-isolement du système solaire par rapport à toute action externe, on peut faire voir que chaque partie du système ne subit de la part des frottements intérieurs aucun retard sensible, et que les corps célestes une fois lancés sur leurs orbites suivent à chaque instant l'influence combinée des seules forces d'attraction et d'inertie. La démonstration employée par Newton est une démonstration indirecte. Il admet provisoirement le principe d'inertie et en déduit les lois mathématiques des mouvements planétaires. Puis comparant ces lois avec les observations, il cherche à voir si l'on peut mettre en évidence des erreurs systématiques.

Si le principe d'inertie ne se trouvait pas vérifié, deux sortes d'aberration pourraient se manifester. D'abord il serait possible que les planètes ne tendissent pas spontanément à se mouvoir

1. Ces derniers points eux-mêmes sont fixes, d'après les observations de Kepler.

en ligne droite et qu'une force autre que la force centripète contribuât à déterminer la courbure des trajectoires. Alors les orbites planétaires ne seraient pas des ellipses, et la première loi de Kepler cesserait d'être vraie. Mais les observations sans cesse concordantes qui ont été faites depuis Kepler nous empêchent d'admettre cette alternative. Il est certain qu'à la précision près de nos mesures, et sans doute à une précision très supérieure, les orbites célestes sont des ellipses dont le soleil occupe un des foyers.

Une autre espèce de perturbations est possible, si l'inertie des masses célestes n'est pas constante avec le temps. Alors le mouvement d'une planète qui s'échapperait de sa trajectoire cesserait d'être uniforme et rectiligne, et même pendant que la planète décrit son orbite, il serait possible de constater un décroissement progressif de son temps de révolution. Une pareille possibilité n'est pas absurde, elle est même aux yeux de Newton probable à priori. Nous savons que l'atmosphère terrestre exerce sur le mouvement des corps pesants une résistance variable, dont les effets sont à peu près les mêmes que ceux d'une diminution d'inertie. L'eau, le vif-argent et tous les fluides exercent un frottement considérable sur les corps qui se déplacent dans leur masse. Mais l'atmosphère terrestre n'est pas limitée. Si l'air va se raréfiant avec la hauteur, il résulte du principe de continuité que son action ne disparaît à la rigueur qu'à l'infini. On doit se demander si la résistance opposée par les fluides au mouvement des solides ne peut pas se manifester dans les mouvements séculaires des planètes. Il pourrait se produire des effets d'amortissement analogues à ceux que Newton étudie en détail dans le cas du pendule[1]. Alors il faudrait introduire en mécanique céleste les lois à peu près inextricables de cet amortissement, ou supposer, ce qui revient pratiquement au même, que l'inertie des astres diminue avec le temps. Cette dernière façon de voir gagnerait en vraisemblance si l'on démontrait qu'il y a transport de matière d'une planète à une autre, et il y a des passages où Newton ne rejette pas d'emblée une semblable hypothèse[2]. Quoi qu'il en

1. *Principes*, L. II, S. I et 2.

2. Cf. *Principes*, L. III, Prop. XLVII. Newton admet à titre d'hypothèse que la terre reçoive de la matière des comètes : « On peut croire que les

soit, c'est par l'expérience seule que nous pouvons décider la question. Nous devons nous assurer si le mouvement des planètes ne s'amortit pas de période en période, et si par suite on peut admettre que leur inertie apparente demeure la même.

Cette vérification ne peut se faire par la troisième loi de Kepler, celle qui pose la proportionnalité des cubes des grands axes aux carrés des temps de révolution. Car l'invariabilité des grands axes n'était pas encore établie à l'époque de Newton[1] et la loi de Kepler pourrait demeurer vraie si les axes et les périodes varient simultanément. Il ne suffit même pas de faire voir que les temps de révolution sont actuellement invariables, car des inégalités pourraient surgir à la longue, bien qu'elles fussent inobservables sur une courte période. Newton se sert pour justifier ses lois d'un procédé conforme à la méthode positive. Il ne démontre pas d'une manière absolue que les mouvements célestes doivent demeurer éternellement invariables. C'est là une prétention que ne peut avoir une science volontairement relative. Il se contente de chercher une limite supérieure de l'erreur que commet l'astronome en attribuant aux planètes une inertie constante et en les faisant se mouvoir dans un espace non résistant. Pour cela il cherche ce qu deviendrait la résistance de l'air à la hauteur où gravitent les planètes, et en s'appuyant sur les analogies terrestres il calcule le retard qu'elles subiraient annuellement de ce chef. Il résulte de ces calculs que « la planète de Jupiter, par exemple, ne perdrait pas en 1.000.000 d'années la 1/1.000.000 partie de son mouvement par la résistance du milieu[2] ». Cela suffit pour qu'on puisse regarder les principes de la mécanique rationnelle comme pratiquement vérifiés dans le système solaire. Nous pouvons assimiler les planètes à des masses invariables se mouvant dans le vide, et nous sommes assurés

comètes peuvent par leurs exhalaisons et leurs vapeurs condensées suppléer et réparer sans cesse ce qui se consomme d'humidité dans la végétation et la putréfaction et ce qui s'en convertit en terre sèche dans ces opérations. Ainsi la masse de la terre sèche doit augmenter sans cesse et si les parties fluides ne recevaient pas de l'accroissement par quelques causes, elles devraient diminuer perpétuellement et à la fin elles viendraient entièrement à manquer ».

1. Cf. Tisserand. *Mécanique céleste*, T. I.

2. *Principes*, T. II, Prop. X. p. 27.

que cette fiction ne s'écartera pas sensiblement de la réalité.

Le principe d'inertie est ainsi confirmé par l'accord de l'expérience et de la théorie [1].

Il reste à faire voir que l'additivité des forces est réalisée dans le cas des forces d'attraction, et qu'on peut déduire par le calcul la résultante des actions d'une planète sur une autre en additionnant les forces partielles exercées par chaque molécule de la première sur chaque molécule de la seconde. C'est là un fait qui n'est pas évident, et dont nous ne possédons jusqu'ici la démonstration que dans le cas des forces terrestres. Si nous voulons que le problème céleste se réduise à un problème mécanique, il faut faire la preuve qu'en partant de l'additivité des forces nous arrivons à des conclusions d'accord avec les données expérimentales.

C'est ici que Newton va pouvoir se servir des observations précises accumulées par les astronomes sur le mouvement de la lune et celui de la terre. Lorsque nous parlons des lois du mouvement Keplérien, en les appliquant aux cinq planètes principales, il nous est facile de laisser dans le vague la question de savoir quel point de ces planètes décrit effectivement une orbite elliptique. Mais pour la terre et pour la lune, il est certain que le point décrivant l'ellipse est le centre de gravité des masses circulantes. C'est au centre de gravité de la planète et de son satellite qu'il faudrait supposer placé l'observateur qui voudrait voir le centre du soleil décrire une ellipse suivant la loi des aires. Mais le centre de gravité est un point fictif, qui n'a qu'une existence géométrique. Il est défini par la seule convention qu'on peut donner au corps le même mouvement, soit qu'on imprime des forces élémentaires à chacune de ses parcelles, soit qu'on applique au centre seulement une force résultante. Le fait que le rôle essentiel dans les mouvements astronomiques est dévolu à un centre fictif, sans lien direct avec la forme extérieure ou avec la structure interne est déjà un indice sérieux que les attractions d'élément à élément se composent par une loi de sommation identique à celle de la pesanteur. Mais tandis que le cas de la pesanteur était pour ainsi dire intuitif, parce

1. Ceci explique que Newton affirme dès le début de son ouvrage la généralité absolue du principe d'inertie.
Cf. Axiomes ou Lois du mouvement, 1re Loi, T. I, p. 17.

qu'on opérait dans un champ de forces constantes où l'on n'avait à composer que des vecteurs parallèles, le principe de l'additivité des forces centripètes demande à être établi en toute rigueur par une déduction mathématique assez longue. C'est celle qui remplit la douzième section du premier livre des Principes[1], et d'où résulte la possibilité de remplacer, dans des cas étendus, l'attraction due à des corps sphériques par celle de masses ponctuelles situées en leur centre. On voit alors que l'action d'une planète sur une autre planète se ramène immédiatement à l'attraction d'un point sur un point. « La gravité vers une planète est composée de la gravité vers toutes ses parties[2] », et le problème des attractions mutuelles, au lieu de se décomposer en une infinité de problèmes partiels, se ramène d'emblée à un problème unique, le problème classique des deux corps.

Il est impossible de nier que le caractère simple, distinctif de la loi d'attraction, a été la grande cause du succès de l'astronomie de Newton. Joint aux caractères précédemment étudiés, il explique que l'application du calcul ait pu se faire dans le cas de la mécanique céleste avec une précision que ne devait atteindre plus tard aucune branche de la physique mathématique. Le cas des corps célestes est peut-être le seul où nous ayons affaire à un système isolé, ou du moins suffisamment soustrait à toute action perturbatrice pour pouvoir être étudié comme tel. Le cas de l'astronomie est aussi le seul où le jeu des frottements internes soit nul. Tout se passe dans le monde astronomique comme si les planètes se déplaçaient dans l'espace vide et non dans un milieu résistant. Cette circonstance est très étroitement liée à la périodicité parfaite des phénomènes et par suite à leur prévision lointaine au moyen de tables. Enfin les planètes, malgré les attractions qu'elles exercent l'une sur l'autre par tous leurs éléments, se comportent, à cause de la loi de leur action, comme des points mécaniques, et il n'y a pas d'autre exemple dans les sciences physiques où la notion de point matériel soit réalisée aussi rigoureusement. On conçoit donc que la mécanique de Newton, portant sur

1. Cette section contient ce qu'on appelle aujourd'hui la théorie du *potentiel newtonien*.

2. *Principes*, L. III, Prop. VII, Cor. 1.

des points matériels se déplaçant dans l'espace idéal, se soit trouvée particulièrement propre aux développements mathématiques. Les principes qui font de la mécanique une science positive ne sont nulle part vérifiés avec plus d'exactitude que dans le cas céleste, et c'est la raison qui va permettre à Newton d'appliquer à ce cas privilégié toutes les ressources du calcul.

Comment le calcul infinitésimal s'introduit-il dans l'étude de la mécanique céleste ? C'est d'abord comme calcul intégral, plus tard seulement comme calcul différentiel.

Lorsque deux masses attirantes sont en présence, la question préliminaire à la mise en équation du problème est celle de la détermination des forces résultantes. Nous venons de dire que ces forces résultantes existent et peuvent être considérées comme appliquées à un point fictif, le centre de gravité. Encore faut-il les déterminer effectivement en fonction des dimensions et de la nature des corps, afin de pouvoir transformer leur expression par le calcul. Aussi longtemps en effet que le problème des attractions planétaires nous apparaît tel qu'il est en réalité, comme un problème impliquant une infinité de forces agissant sur une infinité de particules, il nous est impossible de le mettre en équation. Nous avons affaire à une question non géométrique parce qu'elle dépend d'une infinité de paramètres. Il faudrait alors pour se faire une idée du mouvement écrire autant d'équations qu'il y a de forces réelles, c'est-à-dire une infinité.

Au lieu de cela le calcul nous apprend que grâce à la forme toute particulière des attractions newtoniennes, « les forces centripètes des particules qui composent les corps sphériques croissent ou décroissent en s'éloignant du centre selon la même loi que la force centripète des corps entiers, ce qui est digne de remarque[1] ». Il est possible alors, au moyen de sommations convenables, de remplacer une infinité de forces élémentaires par une résultante unique. Cette résultante sera une fonction bien déterminée de la masse et de la figure du corps, et bien qu'elle soit une force fictive, elle rendra plus de services pour le calcul que les composantes dont elle dérive. Elle permet en effet de ramener le mouvement du système à un nombre limité de para-

1. *Principes*, L. I, S. 12, Prop. LXXVIII Scholie.

mètres. Des forces finies agissant sur un nombre limité de points, tel est l'équivalent que donne le calcul intégral du nombre illimité des forces primitives. Cette réduction n'est possible que par l'emploi du calcul infinitésimal, utilisé comme instrument de quadratures. Ce sont les théorèmes de calcul intégral que Newton établit une fois pour toutes dans la 11e Section du premier Livre qui lui permettent de ramener, d'une manière immédiate, les problèmes très complexes de l'astronomie solaire à un petit nombre de types très simples, auxquels correspondent des équations canoniques.

Le calcul différentiel est un procédé essentiel de la mécanique céleste puisque c'est lui qui donne la loi de force lorsqu'on suppose la trajectoire connue. C'est lui aussi qui fournit les relations entre les éléments finis de l'orbite et la variation instantanée de ces éléments. Parmi les emplois du calcul différentiel, il en est un qui mérite d'être signalé, parce que Newton en fait usage à plusieurs reprises. C'est l'emploi de ce calcul comme calcul d'erreurs.

Supposons en effet que les positions d'un astre nous soient données à certaines époques et que ces positions satisfassent à peu près aux lois du mouvement Képlérien. Nous aurons à nous demander si l'astre décrit réellement une ellipse autour d'un centre attractif, ou si les incertitudes d'observation sont telles qu'on ne puisse appliquer avec rigueur les lois du mouvement elliptique. On comprend toute l'importance de cette question en ce qui concerne, par exemple, la recherche des satellites. Pour qu'un astre décrivant autour d'une planète une orbite quasi-elliptique puisse être regardé comme un satellite de cette dernière, il importe d'avoir une limite supérieure des différences que l'on peut constater entre l'orbite théorique et l'orbite réelle. Si ces différences dépassent une certaine valeur, il sera naturel ou de supposer que l'astre en question subit des influences perturbatrices ou bien que les lois de l'attraction newtonienne cessent d'être vraies. C'est pour décider entre ces deux alternatives qu'on se servira du calcul différentiel.

Celui-ci permet d'exprimer la variation d'une grandeur en fonction de la variation d'une grandeur corrélative. D'une manière tout à fait rigoureuse il ne peut s'appliquer que si les

variations sont infiniment petites. Mais lorsque ces dernières, tout en demeurant finies, sont négligeables vis-à-vis des autres quantités, le calcul différentiel peut d'une manière approchée fournir les lois dont elles dépendent. Or les erreurs que l'astronome commet en calculant les éléments d'une orbite sont fonctions des erreurs qu'il admet dans ses hypothèses. Ce sont des grandeurs dont on peut évaluer une limite supérieure en fonction de la limite d'exactitude des données. Il suffit de modifier, par exemple, les lois de Képler ou la loi de l'attraction universelle en augmentant d'une quantité très petite les paramètres qui y figurent pour déduire, par la Méthode des fluxions, la différentielle des fonctions calculées ou l'erreur commise[1]. On verra alors si cette erreur est du même ordre que l'erreur observée, et l'on pourra décider si la divergence des deux nombres doit être attribuée à l'imperfection des mesures ou à l'insuffisance des lois théoriques.

Ce procédé est employé par Newton pour démontrer, au moyen des satellites de Jupiter, la première partie de la loi d'attraction universelle, savoir la proportionnalité des effets aux masses[2]. Il ne faut pas oublier en effet que la loi de l'inverse du carré des distances n'est pas toute la loi de la gravitation universelle. La proportionnalité des gravités aux masses est démontrée par Newton avec le même soin minutieux que la loi de décroissance avec la distance. Si l'attraction exercée par le Soleil sur Jupiter et l'un quelconque de ses satellites n'était pas très exactement proportionnelle aux masses, il serait possible d'en déduire par la méthode différentielle la variation d'excentricité de l'orbite de ce dernier. Or Newton montre qu'une différence de 1/1000e dans la « gravité accélératrice » des masses entraînerait une différence de 1/5 entre les distances extrêmes de Jupiter et de son satellite. L'orbe de ce dernier serait donc très sensiblement excentrique, contre toutes les observations de Galilée et de Newton. On voit par cet exemple, auquel il serait facile d'en ajouter beaucoup d'autres, le rôle curieux que le calcul différentiel, envisagé comme calcul d'erreurs, peut jouer dans l'établissement de la mécanique céleste.

1. C'est l'origine de la « méthode des variations » appliquée depuis par Jacobi et Laplace au calcul des inégalités de tout ordre.

2. *Principes*, L. III, Prop. VI, p. 19.

Avec l'emploi du calcul infinitésimal, la mécanique céleste devient une science positive, en ce sens qu'elle est capable de se contrôler elle-même par le rapprochement des formules et des observations. Mais il ne faudrait pas croire qu'elle devienne par là même une science achevée. On a trop de tendance à croire que son but est de poser une fois pour toutes les équations du mouvement du système solaire et qu'elle ne doit rencontrer d'autres difficultés que celles résultant de la complexité de ces équations. Nous savons déjà que les mathématiques ne sont pas faites pour s'appliquer d'emblée à toute la réalité. Il faut que celle-ci subisse des simplifications successives qui rendent l'application des mathématiques de plus en plus complète. Ainsi le problème astronomique a reçu une première simplification du fait que le centre de gravité des masses a été substitué aux masses elles-mêmes. Mais les lois du mouvement elliptique ne constituent encore qu'une première approximation. Elles sont vraies dans le cas de deux corps seulement, et ce cas n'est pas exactement réalisé. Le problème des deux corps est un problème restreint, simplifié par une véritable abstraction. Il fournit des solutions provisoires, qui préparent des solutions plus complètes. C'est en somme parce que le soleil exerce sur toutes les planètes une action prépondérante, qu'on a pu négliger tout d'abord dans la mécanique céleste l'influence des planètes les unes sur les autres pour se borner avec Kepler à la théorie d'une planète isolée.

Mais une fois que la loi d'attraction a été dégagée de ce cas théorique, le bon sens même indique qu'il va falloir compléter les résultats de Kepler par une approximation plus subtile. Les planètes exercent les unes sur les autres des attractions de tous points semblables à celles qui émanent du soleil, et l'effet de ces forces va être de troubler leurs trajectoires théoriques. Ainsi la perfection même avec laquelle, en première approximation, les planètes suivent les lois de Kepler, amène à rechercher une approximation plus grande où ces lois seront dépassées. Le calcul des forces perturbatrices et des inégalités donne un terme complémentaire qui viendra s'ajouter à celui que fournit le problème des deux corps [1]. Ce terme, pas plus que

1. V. *Principes*, L. I, Prop. LXVI, Théor. XXVI, p. 179 sqq.

le premier, ne donne une solution complète. Les recherches astronomiques demeurent ouvertes à des approximations ultérieures, dont l'ensemble seul donnerait la solution exacte.

On voit comment va s'organiser pour Newton le développement de la mécanique céleste. Ce développement part du problème des deux corps, qu'on peut considérer comme parfaitement résolu. A ce problème vient se superposer le problème des forces perturbatrices du premier ordre, ou problème des trois corps. Puis on recherchera, en se guidant toujours sur les inégalités signalées par l'observation, des approximations encore plus précises, sans jamais prétendre à des lois absolues. Ce progrès de la mécanique céleste, comme celui de toute science mathématique, doit marcher de pair avec le progrès des observations. A mesure que l'astronomie empirique trouve des relations de mieux en mieux vérifiées, ce sera le rôle de l'astronomie mathématique de donner à ces relations une forme déductive.

C'est un des caractères originaux de la loi de gravitation universelle que ce perfectionnement successif dont elle est susceptible. Avant Newton, on ne connaissait pas de loi qui pût de la sorte se compléter elle-même. Les théorèmes de Descartes sur les mouvements célestes étaient nécessairement faux ou nécessairement vrais. Ils ne pouvaient être admis comme approximation première, sauf à expliquer les inégalités d'observation par une application des mêmes théorèmes. Newton au contraire avait fort bien compris que nulle loi physique n'est absolue. Si l'on veut énoncer une loi qui présente un certain nombre de cas d'application, il faut renoncer d'avance à l'appliquer partout. Mais le désaccord de l'expérience et de la loi peut s'expliquer de deux manières. Ou bien la loi même n'a d'exactitude que dans un domaine restreint, ou elle est applicable dans tous les cas, la complexité des phénomènes dissimulant parfois la rigueur de la loi.

C'est cette dernière alternative qui a lieu pour la gravitation universelle[1]. La gravitation se traduit dans les cas les plus simples par les apparences du mouvement képlérien, et dans les cas plus compliqués c'est encore elle qui fait que ce mou-

1. V. *Principes*, L. I. S. 3. Prop. XVII cor. 4, p. 77.

vement n'a plus lieu. On admettra sans difficulté que les cas simples doivent être traités les premiers. Les autres n'introduiront que des corrections le plus souvent petites. Mais quels sont les cas simples, voilà la question que Newton n'a pas discutée. Il admet sans preuve que le mouvementképlérien, réalisé dans le problème des deux corps, est l'approximation dont il faut partir. Pour lui, le cas le plus complexe du problème des n corps, celui où nous avons affaire à des perturbations qui elles-mêmes ne sont pas régulières, doit se ramener par des corrections successives au mouvement elliptique. Il admet donc implicitement que le calcul des inégalités fait en partant du mouvement képlérien est à la fois le plus convergent et le plus commode.

Nous savons aujourd'hui que l'idée de Newton était incomplète. Le mode d'approximation qu'il emploie est convergent jusqu'à une certaine limite, mais ne peut donner dans tous les cas des expressions utiles. L'idée est venue à certains astronomes[1] qu'on pourrait obtenir des résultats plus parfaits sans rien changer à l'esprit de la méthode newtonienne, en engageant les approximations successives autrement qu'il ne fait. Au lieu de partir du mouvement elliptique comme approximation première, on peut faire intervenir, dans cette approximation même, l'effet moyen des forces perturbatrices. Les orbites elliptiques sont remplacées de la sorte par des « orbites intermédiaires » plus rapprochées des trajectoires réelles, bien qu'elles doivent se compléter encore par des termes de correction. On voit que la manière de procéder de Newton, tout en étant la plus naturelle pour l'époque, n'était pas absolument la seule. Il est intéressant de noter que sa méthode d'approximations, destinée à expliquer par la gravitation même les apparentes inégalités des masses gravitantes, pouvait sans rien perdre de sa signification se développer d'une façon différente.

Les formules mathématiques que donne la mécanique céleste présentent une certaine indétermination. Elles reposent sur des procédés d'intégration, et ces procédés amènent toujours à leur suite un arbitraire qui ne figure pas dans les données[2].

1. V. par exemple les méthodes de Gylden, dans *les Nouvelles Méthodes de la Mécanique Céleste*, par Poincaré, Paris Gauthier-Villars.
2. V. plus haut, Ch. III.

Pour que le calcul infinitésimal permette de découvrir des solutions parfaitement déterminées, il faut qu'on donne, outre la loi des forces, les conditions initiales du mouvement. De là la nécessité qui s'impose aux astronomes de déterminer les coefficients arbitraires contenus dans les formules analytiques par des observations. Il y a là un premier emprunt à l'expérience, dont la mécanique céleste ne peut se passer.

Voyons de plus près ce que l'expérience peut fournir. Elle nous renseigne sur la position d'une planète à un moment donné, sur la vitesse qu'elle possède au même moment. Théoriquement ces deux données doivent suffire à préciser entièrement la position de l'orbite[1]. Mais en pratique nous allons nous heurter à une difficulté imprévue. Supposons qu'un couple d'observations nous ait fait connaître certaines valeurs de la longitude et de la latitude d'un astre comme aussi sa vitesse angulaire. Ces valeurs transportées dans les formules, déterminent sans ambiguïté les paramètres jusqu'ici arbitraires. Nous nous trouvons alors en possession d'une expression à laquelle on ne peut plus rien changer : elle doit se vérifier telle quelle en tous les points de l'orbite. Or il arrive très généralement que les positions calculées par cette formule et celles que donne l'observation présentent, dès que l'astre s'est un peu éloigné de son point de départ, des divergences notables. Ici encore nous avons l'alternative ou de rejeter la formule et avec elle les principes de la mécanique céleste, ou d'admettre une erreur de mesure dans les données initiales. Cette erreur a certainement été commise, et il reste seulement à décider si sa grandeur est suffisante pour expliquer les irrégularités de la formule. Pour élucider ce point, nous n'avons qu'une ressource. C'est de recourir, comme le fait Newton, à un procédé d'interpolation.

Remarquons en effet qu'en déterminant l'orbite par un couple unique d'observations nous accumulons pour tous les points de cette orbite l'effet de l'erreur commise sur l'un d'eux. Cette erreur pourra être insensible dans le voisinage du point de départ et devenir parfaitement appréciable sitôt qu'on s'en écarte. Il convient donc d'éliminer dans la mesure du possible

1. En vertu des théorèmes généraux sur les équations différentielles du second ordre.

les chances d'erreur que présente une mesure unique. Pour cela nous déterminerons la trajectoire par un grand nombre de mesures voisines dont chacune comporte une erreur particulière, mais dont l'ensemble peut offrir une allure indépendante de ces erreurs. Nous essayerons donc de faire passer une conique par un grand nombre de points très rapprochés, et la courbe que nous obtenons de la sorte pourra être pratiquement exacte. En tous cas si elle ne coïncide pas dans tous ses points avec la courbe d'observation, elle mettra beaucoup plus longtemps à s'en écarter lorsqu'on quitte la région initiale.

L'interpolation est employée par Newton d'une manière constante surtout dans la théorie des comètes[1]. Là en effet il faut déterminer non seulement la position et la vitesse initiales du mobile, mais encore sa masse qui est inconnue. Cette interpolation est essentiellement distincte de l'interpolation géométrique. Il ne s'agit nullement en astronomie de déterminer une courbe par le nombre minimum de conditions nécessaires. Nous savons que cinq points suffisent à déterminer une ellipse, quatre une parabole, trois seulement un cercle. Est-ce à dire que pour obtenir la trajectoire d'un astre il faille se contenter d'en déterminer cinq points ? Cette manière géométrique d'envisager le problème n'est pas celle qu'adopte Newton. Le but qu'il poursuit n'est pas de découvrir une orbite qui coïncide exactement avec l'orbite réelle en quatre ou cinq points, mais une orbite qui s'en rapproche très sensiblement dans des régions très étendues. Voilà pourquoi le nombre des positions qu'il faut relever par l'observation n'est pas en relation simple avec l'espèce de la courbe étudiée. Selon les cas, on aura besoin d'observations nombreuses et rapprochées, ou d'observations beaucoup plus clairsemées[2]. Il est évident que, s'il s'agit de déterminer une parabole au voisinage de son sommet, dans une partie où la courbure est notable, on ne pourra se faire une idée convenable par trois ou quatre observations. Ce nombre au contraire suffira parfaitement si l'on se trouve placé sur une

1. *Principes*, L. III, Lemme VI, p. 122 sqq.

2. *Principes*, *ibid.* « Si les différences des longitudes observées sont petites, comme 4° ou 5° seulement, il suffira de trois ou quatre observations pour trouver la latitude et la longitude nouvelles. Si les différences sont plus grandes comme de 10° ou 20°, il faudra employer cinq observations ».

branche d'hyperbole en un point où la courbe est presque rectiligne.

D'ailleurs il ne faudrait pas croire que la *forme* des courbes soit essentiellement ce que l'interpolation doit nous faire connaître. Les constructions graphiques sont trop peu précises pour autoriser des inductions étendues. Ainsi Newton attache peu de valeur aux graphiques qu'il avait employés lui-même pour fixer la trajectoire de la comète de Halley [1]. Les calculs arithmétiques de Halley ont déterminé cette orbite beaucoup plus exactement. C'est qu'au point de vue de la précision, il importe avant tout d'avoir une expression numérique de l'erreur commise. Il peut sembler à l'œil que le tracé d'une courbe coïncide avec l'ensemble des observations, alors que des tableaux numériques mettent au jour des erreurs systématiques. Voilà pourquoi, si l'on veut employer l'interpolation à l'effet de déterminer les trajectoires, il faut que cette interpolation soit non seulement graphique, mais analytique. C'est la comparaison des nombres les uns avec les autres qui fera voir si les erreurs ne dépassent pas la limite permise.

L'interpolation s'accompagne toujours chez Newton d'un procédé de contrôle, qui est l'extrapolation. Admettons qu'à l'aide de tableaux numériques, nous soyons arrivés à trouver les éléments de l'orbite dans le voisinage d'une certaine région. Si nous avons observé des points dont la distance angulaire ne dépasse pas 5 degrés, il peut se faire que nous possédions les éléments d'une ellipse qui, sur un arc de 5 degrés, soit identique à l'ellipse réelle. S'ensuit-il qu'elle réponde définitivement au problème, et qu'il suffise d'en transporter les éléments dans les formules du mouvement képlérien pour avoir l'équation de la trajectoire véritable ? Cela est si peu vrai qu'une courbe de ce genre peut se trouver sans valeur à un moment donné. Il suffit que l'astre en suivant son orbite quitte la région où l'interpolation est valable pour que des anomalies puissent se faire jour. A une distance de dix à vingt degrés l'ellipse particulière dont nous sommes partis pourra se trouver beaucoup moins exacte qu'une infinité d'autres rejetées au début. Il ne restera plus qu'à la rejeter à son tour ou à la cor-

1. V. *Principes*, L. III, Prop. XLI.

riger en sacrifiant un peu de son exactitude première pour accroître son utilité ultérieure.

Le choix de la trajectoire la plus vraisemblable est une question qui dépend dans une large mesure de l'étendue de nos observations. Si les observations sont très nombreuses, et portent sur une région assez grande, l'interpolation fournit des trajectoires qui sont généralement correctes. Mais si, comme cela arrive le plus souvent, nous n'avons observé qu'une portion restreinte de la courbe, il faut toujours chercher dans des calculs d'extrapolation le moyen de prévoir les positions ultérieures de l'astre. On ne devra accepter la courbe proposée que si l'accord est satisfaisant entre nos prévisions et l'expérience. C'est ce que fait Newton à propos de la comète de Halley. Il calcule en partant d'une orbite donnée les époques où cette comète a dû être visible, et il montre que quatre fois elle a dû apparaître dans le ciel d'Europe à 575 ans d'intervalle. Or les récits des anciens montrent que des comètes ont été observées aux dates prescrites, et il y a là une confirmation sérieuse des hypothèses admises par Newton. Les différentes comètes que l'histoire a enregistrées ne sont qu'un seul et même astre se déplaçant d'un mouvement périodique sur une ellipse très allongée. L'extrapolation à laquelle Newton s'est livré est d'autant plus probante qu'elle est plus étendue. On peut dire d'une manière générale que plus on s'éloigne dans le temps ou dans l'espace des positions obtenues, plus les chances d'erreur s'accroissent. La confirmation de la théorie est donc d'autant plus complète qu'elle porte sur des observations plus lointaines ou sur des aires plus étendues [1].

En se servant de l'interpolation et de l'extrapolation pour mettre les formules de la mécanique céleste d'accord avec les faits, Newton introduisait un élément empirique dans une science en apparence rationnelle. L'emploi du calcul ne se suffit pas à lui-même. Même en complétant l'Algèbre par les méthodes infinitésimales, il n'est pas possible de construire d'une façon déductive le mécanisme complet de l'univers. Des-

1. Cf. *Principes*, L. III, Prop. XLI. A propos de la comète de Halley : « Cette comète parcourut neuf signes, depuis le dernier degré du Lion jusqu'au commencement des Gémeaux, il n'y a aucune autre théorie qui donne aux comètes un mouvement régulier dans une si grande partie du ciel ».

cartes avait pensé, comme on sait, créer un monde de tous points semblable au nôtre sur le seul fondement des lois mécaniques tirées de la métaphysique. Newton croit au contraire que la science du calcul ne peut fournir que des symboles commodes, et que l'application de ces symboles aux faits exige toujours des données d'expérience.

La correspondance qui existe entre le monde mécanique et notre science mathématique, correspondance que Descartes considérait comme absolue et illimitée, n'a lieu pour Newton que d'une façon relative. Les mathématiques ne sont pas une méthode, elles ne sont qu'un langage ; et leur utilité ne consiste pas tant à fournir des enchaînements d'idées qu'une représentation commode des faits. Voilà pourquoi la mécanique céleste, dont la supériorité par rapport à l'astronomie ancienne consiste dans un usage plus complet du calcul, ne peut néanmoins se constituer exclusivement au moyen du calcul.

D'abord, malgré les découvertes de Newton, les méthodes mathématiques ne sont pas assez parfaites pour permettre de résoudre d'une manière rigoureuse des problèmes même fort simples comme celui des trois corps. Pour que les équations deviennent à peu près maniables nous devons négliger « les fractions insensibles, qui rendraient le calcul trop embarrassant [1] ». Ensuite il est possible que les solutions de calcul, tout en étant satisfaisantes entre certaines limites, deviennent absurdes si on les prend à la rigueur. C'est ainsi qu'il faut calculer les trajectoires de plusieurs comètes en les supposant paraboliques, bien que l'existence de branches infinies soit manifestement incompatible avec la périodicité du mouvement. Mais lorsque les orbites des planètes sont très excentriques, la représentation que la parabole peut fournir au voisinage du périhélie est plus simple et aussi exacte que les formules elliptiques [2]. Cela suffit pour que cette représentation soit pratiquement légitime. Il peut même arriver qu'une branche d'hyperbole soit la trajectoire la plus probable [3], bien que le

1. *Principes*, L. III, Prop. XXX.

2. *Ibid.*, Prop. XLIII. p. 163.

3. Le cas des trajectoires hyperboliques serait le cas général si la force d'attraction se transformait en une force répulsive. Ce cas se trouve à peu près réalisé dans l'action du soleil sur les queues des comètes.

calcul ne puisse jamais fournir que deux branches d'hyperbole à la fois et qu'il soit impossible à un corps réel de passer d'une façon continue de l'une à l'autre[1]. Tous ces exemples montrent clairement non que la mécanique céleste est inexacte, mais qu'elle a besoin de vérifications. L'appel à l'expérience n'est d'ailleurs pas un signe qu'une théorie est insuffisante par elle-même. Il prouve au contraire que la théorie est définitivement entrée dans la voie positive. La méthode positive se caractérise justement par la définition des lois au moyen du calcul et le contrôle du calcul au moyen des faits.

Une première confirmation expérimentale de la loi de la gravitation universelle est fournie par les observations héliocentriques des cinq planètes principales. La loi de la gravitation a été découverte en comparant la pesanteur terrestre à la force accélératrice de la lune. Mais ce cas est de beaucoup le plus accessible. Nous nous trouvons en effet placés naturellement au centre des aires, et la détermination de la force déviante de la lune suit immédiatement de l'observation de son orbite.

Les mouvements de Mercure, de Vénus, de Mars, de Jupiter et de Saturne présentent pour nous des apparences beaucoup plus compliquées. Leur mouvement absolu autour du soleil se complique du mouvement relatif du soleil autour de la terre pour donner lieu à une trajectoire visible qui diffère assez notablement d'une ellipse. Si donc en rapportant le mouvement de ces planètes au soleil au lieu de le rapporter à la terre, nous arrivons à en simplifier les lois au point de les ramener aux lois de Kepler, le principe de la gravitation se trouvera confirmé par une expérience probante. Pourtant cela même ne suffit pas à faire de la gravitation une loi universelle : il faut étendre encore les lois de Kepler au mouvement des satellites de Jupiter et de Saturne par rapport aux centres respectifs de ces planètes. Alors seulement nous aurons vérifié que toute matière quelle qu'elle soit[2] est attirable en raison directe des masses et en raison inverse du carré des distances.

1. *Principes*. Prop. XXI, L. I. S. II, Scholie p. 85. « Lorsque la trajectoire est une hyperbole, je ne prends pour trajectoire qu'une des hyperboles opposées, car le corps en persévérant dans son mouvement ne peut jamais passer dans l'autre hyperbole. »

2. Aujourd'hui il faudrait compléter les inductions de Newton en ce qui concerne les planètes télescopiques et certaines étoiles doubles.

Newton procède avec le plus grand soin à cette vérification dans tous les cas connus. C'est l'objet du commencement du III[e] livre, où il énumère sous le nom de « Phénomènes », les résultats des observations planétaires. Ici encore il faut se défier de la forme géométrique employée par Newton. Le souci de suivre la méthode euclidienne lui fait donner comme des axiomes primitifs ce qui n'est au fond qu'observations de contrôle. Il est certain que Newton n'avait pas attendu, pour énoncer sa loi sous la forme la plus générale, de pouvoir la déduire syllogistiquement de l'ensemble des observations astronomiques. Elle lui avait été suggérée dans le cas de l'attraction terrestre, et en l'étendant tout de suite à toute masse matérielle, il se réservait de la corroborer par des mesures spéciales. Mais ces mesures sont venues *après* et non *avant* l'énoncé général de la loi. Seulement, dans les *Principes,* Newton se préoccupe avant tout d'écarter les objections verbales. C'est pour cela qu'il ne donne la loi de la gravitation comme absolument universelle qu'après avoir posé comme des axiomes empiriques ou comme des « phénomènes » les lois spéciales au mouvement de chaque planète. En réalité c'est par induction proprement dite que Newton s'était élevé à l'idée de la gravitation universelle. Les « phénomènes » énumérés dans les *Principes* sont une confirmation de cette induction. Loin de donner à la mécanique céleste un caractère déductif, ils contribuent dans une large mesure à la rendre dépendante des faits.

La loi de la gravitation universelle peut se vérifier encore d'une autre manière. Jusqu'ici nous ne l'avons appliquée qu'à la matière solide. Si elle est, comme Newton le prétend, une loi élémentaire, c'est-à-dire si elle s'applique aux particules intégrantes de la matière comme aux masses composées, il doit être possible d'en retrouver les effets dans le mouvement des fluides. Ceux-ci ne diffèrent des solides que par le mode de liaison des molécules, non par la nature de ces molécules elles-mêmes. On peut donc dire que les masses fluides devront se comporter en gros, sous l'effet de l'attraction, de la même manière que les solides, et c'est ce que la théorie des marées permet de démontrer.

La théorie des marées[1] doit être considérée chez Newton comme une vérification indirecte de la gravitation universelle. C'est en admettant que l'attraction de la lune et du soleil est la même sur les mers et sur la terre qu'on peut chercher une limite approchée de la hauteur où peut s'élever l'eau de la mer lorsque le soleil et la lune changent de position relative. L'idée générale dont Newton s'inspire dans sa théorie des marées mérite d'être signalée parce qu'elle montre clairement comment cette théorie confirme celle de la gravitation.

Supposons qu'un globe de matière solide soit situé à une certaine distance de la terre, de la lune et du soleil. La détermination de son mouvement sera un problème mécanique, très compliqué il est vrai, mais sur lequel la méthode des approximations successives pourra fournir quelques renseignements. Admettons que ce globe soit accompagné de plusieurs autres, de façon à former un anneau de matière entourant la terre à une certaine distance. La loi de Newton permettra encore de prévoir d'une manière approchée le mouvement que va prendre cette anneau. Supposons maintenant que l'anneau se contracte jusqu'à venir toucher la terre, qu'il s'unisse à elle par les lois de la cohésion, et finalement qu'au lieu de demeurer solide il se transforme en une masse liquide, nous pourrons toujours par les mêmes formules calculer les déformations que cette masse va subir et comparer les mouvements calculés aux mouvements observés.

Si le déplacement des mers, tel qu'il est empiriquement connu, coïncide au moins par son ordre de grandeur avec le déplacement théorique de notre anneau liquide, nous aurons une confirmation expérimentale de l'exactitude de nos principes. C'est cette confirmation sur laquelle Newton insiste dans son III[e] Livre. Il arrive même que la concordance des nombres se fasse d'une manière plus précise qu'on ne pourrait l'attendre de l'imperfection des mesures et de la grossièreté du calcul. Newton cite les observations des marées dans le port de Bristol[2], où le phénomène de la marée est particulièrement régulier, et il en tire pour le rapport des attractions du

1. *Principes*, L. I, S. 11, Prop. LXII. — L. III, Prop. XXXVI, XXXVII et suiv.

2. *Principes*, L. III, Problème XVIII, p. 96.

soleil et de la lune un nombre extrêmement voisin du nombre théorique. Dans les ports où le phénomène de la marée subit l'influence des forces perturbatrices provenant de l'irrégularité des côtes ou de l'existence de courants, Newton montre qu'il est toujours possible de réduire la différence entre les résultats du calcul et ceux de l'observation à une grandeur du même ordre que les effets perturbateurs. On peut donc soutenir, dans l'état actuel de nos connaissances, que la loi de la gravitation universelle est complètement d'accord avec l'expérience. De même qu'elle s'applique aux systèmes solides formés par les planètes et leurs satellites, elle se vérifie dans le cas du système mixte formé par la mer, la lune et le soleil.

Enfin la confirmation empirique la plus importante que nous puissions trouver de la gravitation universelle est celle qui se tire de l'étude de la pesanteur. Comme les lois de Galilée ont servi de point de départ aux lois de la mécanique céleste, on peut tirer de ces dernières des indications nouvelles sur les effets de la pesanteur. Admettons que l'ellipse décrite par un corps autour d'un certain centre s'allonge de plus en plus, le second foyer de l'ellipse s'éloignant jusqu'à l'infini. La force agissante sera approximativement constante (comme Newton le démontre), en même temps que la trajectoire devient une parabole. Sur cette parabole le corps va se mouvoir suivant les mêmes lois qui conviennent à l'ellipse, pourvu que dans l'expression de ces lois on donne à l'excentricité une valeur voisine de 1.

Alors on peut s'attendre à ce que les lois de la pesanteur soient un peu plus compliquées que n'avait cru Galilée. Les formules de ce dernier ne se vérifient en toute rigueur que dans un champ de forces constant. Mais le champ terrestre n'est constant que sur une étendue relativement faible, et à grande distance de la surface on doit retrouver dans la chute des corps toutes les particularités des phénomènes astronomiques. C'est bien là ce que l'expérience nous enseigne. Quoique les recherches de Hooke n'aient pas donné de résultat précis, on ne devait pas tarder à découvrir la relation qui lie la pesanteur à l'altitude. Cette relation montre que les poids d'une même masse décroissent en raison inverse du carré des distances et l'on en déduit que la gravité obéit aux mêmes lois que les attractions célestes.

Jusqu'ici il n'y a pas à proprement parler vérification de la théorie de Newton. Nous voyons que le phénomène de la pesanteur et celui des mouvements planétaires obéissent à des formules semblables. Mais qu'ils soient eux-mêmes identiques, c'est ce qu'une nouvelle expérience peut seule démontrer.

Il faut pour cela que les effets numériques de l'attraction terrestre, calculés pour un corps situé au voisinage du sol, soient *mathématiquement* les mêmes que les effets de la pesanteur mesurés directement Il faut inversement que la valeur de la pesanteur transportée à l'orbite de la lune soit la même que celle de la force centripète. Alors seulement nous sommes assurés que la loi de la gravitation est un cas général dont les lois de Galilée ne sont qu'une application. Tant que cette comparaison numérique n'est pas faite, rien n'empêche d'admettre que l'attraction et la pesanteur sont deux forces distinctes qui se superposent. Longtemps on a considéré commes distincts les rayons lumineux et les rayons calorifiques, pensant qu'ils superposent leur effet dans toute l'étendue du spectre. Des mesures précises ont seules démontré que chaque espèce de rayons est une forme variable de la radiation totale. Ces formes ne diffèrent que par la longueur d'onde.

Les mesures de Newton démontrent de même que l'attraction terrestre et la gravité ne s'additionnent pas, elles se remplacent l'une l'autre. Si elles étaient distinctes, les corps tomberaient dans une seconde d'un espace égal à la somme des espaces décrits sous l'effet de chacune d'elles isolément. Cette hauteur de chute serait environ de 30 pieds 1/6 de Paris[1]. Or l'expérience donne toujours un effet moitié moindre. Il s'ensuit clairement que soit l'attraction planétaire, soit la gravité terrestre, est la seule force réellement agissante. Peu importe le nom que cette force reçoit[2]. Il suffit qu'on ait démontré

1. *Principes*, L. III. Prop. IV et Scholie. « Donc la force par laquelle la lune est retenue dans son orbite serait égale à la force de la gravité ici-bas, si la lune était près de la surface de la terre ; donc (selon les règles 1 et 2) c'est cette même force que nous appelons *gravité*. Car si cette force était autre que la gravité, les corps en approchant de la terre par ces deux forces réunies descendraient deux fois plus vite et ils parcourraient en tombant pendant une seconde un espace de 30 pieds 1/6 de Paris : ce qui est entièrement contraire à l'expérience. »

2. Cf. L. III, Prop. II Scholie. « Nous avons appelé jusqu'ici la force qui retient les corps celestes dans leur orbite *force centripète*. On a prouvé

qu'elle est suceptible de variation continue et que son action est la même à toutes les distances de la terre. Nous avons réduit deux causes à une seule et le succès de cette réduction prouve l'exactitude de la théorie.

La théorie de Newton est susceptible enfin d'une dernière confirmation expérimentale, à laquelle les *Principes* ne font qu'une allusion sommaire[1]. C'est celle qui résulte de l'étude de la pesanteur à l'*intérieur* du globe. Nous sommes trop portés à croire que l'action de la pesanteur ne s'exerce régulièrerement que dans l'air, au voisinage de la surface du sol. La mécanique céleste est la démonstration du fait que la pesanteur suit des lois rigoureuses jusqu'aux plus grandes distances, et il est possible de démontrer que des lois semblables s'appliquent aux distances moindres que le rayon terrestre.

Les particules matérielles situées à l'intérieur de la terre subissent de la part de celle-ci une attraction parfaitement définie. Si nous pouvions creuser un puits de profondeur convenable, nous verrions qu'un corps grave abandonné à l'orifice tombe suivant des lois invariables. L'étude expérimentale de ces lois avait été tentée à l'époque de Newton, mais ne devait donner de résultats précis que lorsque les procédés de mesure furent perfectionnés. Les lois de la chute des corps à l'intérieur de la terre, — et c'est là un fait extrêmement remarquable, — sont tout à fait différentes de celles qu'on constate à la surface. Autant l'analogie était frappante entre la gravitation des astres et la pesanteur prise dans les conditions usuelles, autant les deux ordres de phénomènes diffèrent lorsqu'on se place au sein de la masse attirante. Le travail produit par la chute d'un corps, au lieu de continuer à croître en raison inverse de la distance, varie comme le carré du rayon lorsqu'on pénètre à l'intérieur du sol. La force active, au lieu de croître d'une façon inversement proportionnelle à ce carré, décroit en raison directe de la distance[2]. Il s'ensuit qu'on ne peut plus appliquer ni les théories de Kepler, ni les formules de Galilée. Les conditions empiriques du phénomène présentent à la surface

que cette force est la même que la gravité : aussi dans la suite nous l'appellerons *gravité* ».

1. Voy. *Principes*, L. II, Prop. IX et L. I. Prop. LXXIII.

2. Voy. *Principes*. L. I. Prop. LXXIII. p. 205.

du sol une couche de discontinuité, et rien au premier abord ne laisse prévoir que la même cause préside aux deux ordres de faits.

Il est extrêmement digne de remarque que toutes les anomalies qu'on vient de décrire sont une conséquence mathématique de la théorie de Newton. C'est une des propriétés du potentiel newtonien de changer de forme à l'intérieur des masses attirantes[1]. On peut démontrer par l'analyse mathématique, et Newton lui-même l'a fait complètement, que la loi de l'inverse du carré des distances mène à la fois aux lois de Kepler ou de Galilée lorsqu'on se place en dehors des sphères attirantes, et aux lois nouvelles signalées plus haut lorsqu'on se place à l'intérieur des masses. C'est le principe de continuité lui-même qui entraîne cette variation irrégulière des effets. Lorsqu'un point pénètre progressivement dans la sphère attirante, on peut démontrer, par des considérations de symétrie, que les couches laissées derrière lui deviennent sans action. L'attraction totale est sans cesse équivalente à celle d'une sphère de même densité dont la surface passerait par le point en question. On voit qu'elle diminue alors en raison de la simple distance. Au contraire, tant que le mobile demeure en dehors des masses agissantes, l'action de chacune d'elles est augmentée par la chute, et cet accroissement suit la loi de l'inverse des carrés. Dans les deux cas la loi élémentaire est identique. Mais la théorie même exige que de cette loi unique sortent selon les cas des effets différents. On peut dire que la variation des effets de la gravité lorsqu'on passe de l'extérieur à l'intérieur du globe est une preuve nouvelle de l'exactitude des lois de Newton.

Appuyée de la sorte sur l'expérience et sur le calcul, la gravitation universelle pouvait hardiment se poser en face des diverses théories astronomiques régnantes. Elle n'avait à craindre ni objection de fait, ni critique de principes, et l'on conçoit que Newton eût pu se dispenser de procéder à la réfutation des systèmes adverses. Ce sont des raisons historiques qui rendirent cette réfutation nécessaire.

Le Cartésianisme s'était installé dans la plupart des Uni-

1. Cf. Poincaré, le *Potentiel Newtonien*, et E. Picard, *Traité d'Analyse*. T. I, ch. VII.

versités d'Europe comme la discipline scientifique unique [1]. A mesure que le système de Descartes faisait mieux voir ses imperfections et ses lacunes, les disciples obstinés du maître, au lieu de renoncer une fois pour toute à l'hypothèse des tourbillons, la compliquaient d'hypothèses secondaires, destinées à la mettre d'accord avec les faits. C'est ainsi qu'on aperçut de bonne heure la difficulté qu'il y avait à expliquer les lois de la pesanteur par la méthode de Descartes. *Huyghens* n'en persistait pas moins à se déclarer cartésien en physique, et modifiait la conception des tourbillons de façon à expliquer la pesanteur par la force centrifuge [2]. Il suffit, disait-il, d'adjoindre à l'hypothèse de Descartes l'ancienne idée des atomistes grecs que les atomes d'éther se meuvent uniformément en tous sens, pour se rendre compte de l'attraction apparente des corps. *Huyghens* allait jusqu'à instituer des expériences pour montrer que la variation de la force centrifuge des tourbillons produit toutes les apparences de la chute des corps. L'expérience qu'il avait conçue dès 1661, mais qu'il réalisa seulement 20 ans plus tard, est une de celles qui contribuèrent le plus à maintenir le crédit du Cartésianisme. Il prenait un vase cylindrique rempli d'eau, au fond duquel une petite sphère pouvait glisser le long d'un diamètre en s'appuyant sur deux fils. Quelle que fût la matière de la sphère employée, *Huyghens* avait montré qu'en imprimant au vase un mouvement de rotation autour de son axe, on amenait la sphère au contact de la paroi, et qu'en supprimant tout à coup le mouvement, la sphère revenait au centre comme sous l'effet d'une force attractive. Il croyait avoir nettement démontré par là que la force centrifuge inhérente aux tourbillons est de même nature que la pesanteur.

Leibniz, bien qu'il ne gardât que fort peu des principes de la physique cartésienne, se déclarait encore en 1698 adversaire de l'attraction et partisan des tourbillons [3]. Dans sa corres-

1. Voy. sur ce point F. Bouillier, *Histoire de la Philosophie cartésienne*, T. I, ch. XXI, XXVI, XXVII.

2. Cf. Dissertatio *de Causa Gravitatis*, Auctor, C. H. à Z. insérée à la suite du *Tractatus de Lumine*, dans *Hugenii Opuscula posthuma*, Amsterdam, 1728. La partie principale de cette dissertation avait déjà été lue par Huyghens en 1669 à une séance de l'Académie des Sciences de Paris.

3. Cf. Lettre de 1698, Ed. Dutens. T. III. p. 356. « Newtonus, mathematicus « excellens, astrorum vertices tollendos putat. Sed mihi, ut olim in Actis

pondance avec Huyghens, qui est postérieure à l'apparition des *Principes*[1], *Leibniz* résume l'ensemble des idées qu'il s'était faites depuis longtemps sur la pesanteur. La pesanteur, dit-il, résulte évidemment de la même cause qui fait que la terre est ronde, et que les gouttes d'eau prennent toujours la forme sphérique, savoir du mouvement circulaire de la matière qui enveloppe la terre de tous côtés. Il faut bien faire appel dans la théorie du ciel à une sorte de tourbillonnement pour expliquer que les orbites planétaires soient sensiblement dans le même plan. Enfin c'est un argument puissant à l'appui de la théorie des tourbillons que l'identité du mouvement des satellites autour des planètes et du mouvement des planètes autour du soleil. La matière qui circule autour de la terre fait effort pour s'éloigner du centre et contraint les particules moins agitées à se rapprocher de ce centre. Les forces centrifuges de la matière peuvent, si l'on veut, être envisagées comme des attractions, mais la réalité du phénomène est toujours une pression de molécule à molécule. *Leibniz* va jusqu'à reprocher à Huyghens de faire trop peu de cas du système des tourbillons[2]. Ce système est le seul qui rende compte du fait si curieux que toutes les planètes, comme aussi les satellites de Jupiter et de Saturne, font leur révolution dans le sens rétrograde. Il y a là une harmonie physique, que *Leibniz* rattache à ses propres doctrines, et dont l'hypothèse du tourbillon solaire donne tout de suite le secret.

En même temps que Huyghens et que Leibniz, les Cartésiens français de la fin du XVIIe siècle faisaient effort pour compléter le cartésianisme de façon à l'adapter aux derniers progrès de la science. Il fallait d'abord modifier la théorie des tourbillons de façon à la mettre d'accord avec les lois de la gravité. La gravité est toujours dirigée vers le centre de la terre, tandis que la rotation du tourbillon terrestre ne peut engendrer que des actions normales à l'axe. Il faut donc montrer pourquoi la chute des corps ne se fait pas suivant une ligne

« Lipsiensibus prodidi, non tantum conservari posse, sed etiam pulcherrime « procedere videntur circulatione harmonicâ cujus admirandas deprehendi « proprietates. »

1. 18 avril 1690, 11 avril 1692, 26 septembre 1692, 20 mars 1693. *Œuvres Mathématiques de Leibniz*, Ed. Gerhardt, T. II, p. 148-154.

2. Lettre à Huyghens du 26 septembre 1692.

perpendiculaire à la ligne des pôles, mais suivant le rayon terrestre. C'est *Claude Perrault* dans ses *Essais de Physique* [1] qui tourna le premier cette difficulté. Il admit que la rotation d'un tourbillon n'était pas uniforme à toutes les distances de l'équateur, mais qu'elle est d'autant plus rapide qu'on s'approche davantage du pôle.

Jacques Bernouilli résolut la question par une hypothèse assez différente. Il prétendit que le mouvement des particules tourbillonnantes ne se fait pas seulement parallèlement à l'équateur, mais parallèlement à tous les grands cercles de la sphère. Il faut admettre que la direction de la pesanteur est alors déterminée par des considérations de symétrie. Elle est la résultante ou la moyenne de toutes les directions possibles au même lieu. Tout se passe comme si un point de la surface était uni au centre par une chaîne de molécules radiales, et que les pressions matérielles ne pussent se propager que suivant le rayon [2].

Enfin, en 1690, le célèbre mathématicien *Varignon* [3] essaya de justifier la théorie de Descartes contre le reproche le plus important, celui de méconnaître la véritable nature de la force centrifuge en admettant que les particules matérielles les plus grossières sont repoussées par cette force vers le bas, tandis que l'éther le plus subtil est pressé vers le haut. D'après *Varignon*, les tourbillons planétaires qui entourent la terre enferment le tourbillon de cette dernière dans une voûte élastique. Par la force centrifuge des tourbillons planétaires, il se propage dans le tourbillon de la terre une véritable force centripète, qui est la cause de la pesanteur. La force centrifuge et la force centripète se composent en tous lieux pour donner une résultante unique. Les points où ces deux forces se détruisent constituent une zône neutre qui peut servir de frontière aux tourbillons voisins. En dedans ou en dehors de cette zône c'est l'une ou l'autre des deux forces qui domine. On voit que la théorie des tourbillons ne s'était laissé arrêter par aucune objection.

1. 1680.

2. Cf. Jacques Bernouilli, *Dissertatio de Gravitate Ætheris*, Amsterdam 1683. et *Journal des Savants*, février 1686, p. 19 : Dubium circa causam gravitatis a Rotatione Vorticis Terreni petitam.

3. *Nouvelle conjecture sur la pesanteur*, Paris, 1690. Cf. *J. des Sav.*, 1691, p. 299.

En complétant les hypothèses de Descartes, les Cartésiens avaient fait de son système un échafaudage d'apparence solide, mais en réalité extrêmement instable. L'intolérance avec laquelle ils s'opposaient aux objections de principe avait fini par rendre impossible toute discussion scientifique. C'est pour libérer de la contrainte cartésienne la science de son temps, que Newton entreprit une réfutation en règle du système des tourbillons.

La discussion de Newton est doublement intéressante, d'abord parce qu'au point de vue historique elle est le coup décisif porté à l'ancienne philosophie, ensuite parce que Newton emploie, pour réfuter la théorie de Descartes les mêmes procédés dont il s'est servi pour démontrer la sienne propre [1].

Admettons un instant que la théorie des tourbillons soit vraie. Cette théorie est capable de donner des explications spécieuses qui peuvent abuser un esprit sans précision. Nous voyons Descartes, en des théorèmes quasi-géométriques, démontrer successivement que le soleil doit être sphérique [2], qu'il doit envoyer de la lumière à la fois vers l'écliptique et vers les pôles [3], que les étoiles peuvent se transformer en comètes [4], que les planètes sont inégalement distantes du soleil [5] et tournent d'autant plus vite autour de lui qu'elles en sont plus rapprochées [6], que la lune doit aller plus vite étant pleine que dans son croissant ou son décours [7], que les satellites de Jupiter doivent se mouvoir très vite et ceux de Saturne très lentement [8], et une foule de propositions analogues, dont la plupart sont d'accord avec les faits.

Est-ce à dire que ces propositions constituent une vérification indirecte de l'hypothèse des tourbillons ? Il n'en est rien, et, pour s'en assurer, il suffit de se demander ce qui fait l'objectivité d'une loi. C'est, comme nous l'avons dit souvent, la pos-

1. Voy. *Principes*, L. II, Prop. III, Théor. LX et les deux derniers Scholies du même livre.

2. *Principes de la philosophie*, II• partie, § 60 sqq.

3. *Ibid.* § 77.

4. *Ibid.* § 119.

5. *Ibid.* § 147.

6. *Ibid.* § 148.

7. *Ibid.* § 153.

8. *Ibid.* § 154.

sibilité de *mesures précises* permettant de comparer méthodiquement les faits avec la règle. Il ne suffit pas, pour qu'une théorie soit acceptable, qu'elle rende un compte grossier des phénomènes. L'allure générale des mouvements planétaires peut s'expliquer de mille manières. Il existe une foule de mécanismes vagues permettant de comprendre pourquoi les masses matérielles circulent les unes autour des autres. Mais l'allure qualitative des phénomènes n'est pas le seul point qu'il faille éclaircir. Un mécanisme qui n'explique que cela n'est lui-même qu'un « mécanisme qualitatif », et c'est justement le cas de la théorie de Descartes. L'existence des révolutions planétaires, le fait de la rotation du monde autour du soleil, la moindre vitesse des astres les plus éloignés résultent assez clairement de son système. Mais quel est le temps exact de la révolution de chaque planète, comment ce temps dépend-il numériquement de la distance moyenne au soleil, suivant quelle fonction la vitesse décroît-elle avec la distance, voilà ce que Descartes néglige de rechercher. Le côté vraiment quantitatif du mécanisme tourbillonnaire est presque partout laissé dans l'ombre. Descartes et ses disciples se contentent trop souvent d'une simple approximation intuitive, ils n'établissent jamais les formules numériques d'où l'on pourrait tirer des comparaisons et un contrôle. C'est en développant dans ce sens la théorie de Descartes que Newton va en montrer les contradictions. La mise sous forme mathématique de l'hypothèse des tourbillons va faire tomber le voile d'obscurité sous lequel se cachaient tant d'erreurs. C'est une comparaison de nombres qui va ruiner la physique de Descartes, comme une comparaison de nombres a permis d'établir l'astronomie de Newton.

Les tourbillons de Descartes sont des systèmes sphériques animés de rotations constantes autour d'axes fixes. Plus exactement on peut les assimiler à des noyaux solides entraînant dans une rotation constante un fluide dans lequel ils sont baignés. Il y a lieu de chercher les lois qui lient les temps de révolution d'une molécule fluide à la distance où elle se trouve du centre. Si ces lois sont les mêmes que les lois de Kepler, c'est-à-dire si « les temps périodiques sont en raison sesquiplée des rayons », alors il sera mathématiquement possible d'attribuer aux mouvements planétaires l'origine que leur assi-

gne Descartes; on pourra dire que les planètes sont entraînées par la matière subtile (ou fluide) qui enveloppe chaque tourbillon. S'il y a désaccord, la mécanique de Descartes doit être rejetée.

Pour faire la comparaison sur une base scientifique, Newton est obligé de se donner au préalable les lois du frottement interne des fluides. Mais ces lois n'ont rien d'hypothétique. Newton n'improvise pas une formule arbitraire, il consacre toute une partie du second livre à déterminer la loi qui est la plus exactement vérifiée, et c'est de celle-là qu'il part pour effectuer le calcul. Il l'énonce d'une manière assez obscure sous la forme suivante. « La résistance qui vient du défaut de lubricité des parties d'un fluide doit être, toutes choses égales, proportionnelle à la vitesse avec laquelle les parties de ce fluide peuvent être séparées les unes des autres. » Ce principe posé, le problème du mouvement tourbillonnaire devient mathématiquement déterminé. Pour se conformer aux vues de Descartes, on peut le poser en ces termes : si une sphère solide tourne d'un mouvement uniforme autour d'un axe donné de position, dans un fluide homogène et infini, que le fluide soit mû circulairement par cette seule impulsion, et que chaque partie de ce fluide continue uniformément son mouvement, trouver les temps périodiques de chaque partie du milieu. Newton démontre, sans objection possible, que ces temps « sont comme les carrés des distances au centre de la sphère ». L'hypothèse de Descartes est donc incompatible avec le mouvement képlérien.

Il y a plus. Ce résultat ne dépend pas de la loi admise pour la cohésion des fluides. Les défenseurs de Descartes songeront peut-être à soutenir que « le défaut de lubricité des parties du fluide augmente, par l'augmentation de la vitesse avec laquelle les parties du fluides sont séparées les unes des autres, dans une plus grande raison que celle dans laquelle cette vitesse elle-même augmente[1] ». Cette hypothèse « répugne à la raison », ce qui veut dire qu'elle est contradictoire avec la conception même des tourbillons. Car alors les parties les plus denses et les plus grossières du fluide s'élèveraient vers la

1. Voy. *Principes*, Scholie, p. 424.

circonférence tandis que la matière la plus subtile s'approcherait du centre. D'ailleurs la loi de viscosité admise par Newton est plus favorable à l'hypothèse cartésienne que toute autre. La loi de Newton est une limite supérieure, et si elle conduit à un résultat contraire aux faits, on peut dire qu'à fortiori une loi plus exacte donnerait une différence plus grande. De toutes façons il est impossible d'accorder à l'hypothèse de Descartes une valeur positive. Elle peut faire illusion tant qu'on reste au point de vue descriptif, mais elle ne résiste pas au contrôle des mesures.

C'est une objection mathématique du même genre qui est formulée par Newton dans le dernier scholie du second livre. Cette objection est celle qui fit le plus d'impression sur les astronomes disciples de Descartes, et qui contribua surtout à détacher Huyghens du cartésianisme[1]. Il s'agit de la comparaison des vitesses relatives d'une planète à sa plus grande et à sa plus petite distance du soleil. Dans l'hypothèse des tourbillons, il faut que la vitesse linéaire d'une planète soit plus grande à l'aphélie qu'au périhélie, car les vitesses linéaires sont comme les distances lorsque les vitesses angulaires sont constantes. Dans le voisinage du soleil une planète décrit un cercle relativement petit et doit par suite se déplacer plus lentement. Or il résulte des lois astronomiques que les mouvements réels sont exactement inverses. « Il est certain par les observations que le mouvement diurne apparent du soleil est plus vite dans le commencement des Poissons que dans le commencement de la Vierge, et que par conséquent la terre va plus vite dans le commencement de la Vierge que dans le commencement des Poissons[2] ». Sur ce point il y a contradiction formelle entre l'hypothèse cartésienne et les faits. Si Descartes, au lieu de se contenter de lois vagues, avait procédé à des comparaisons numériques, il aurait nécessairement reconnu lui-même que l'hypothèse des tourbillons répugne à tous les phénomènes astronomiques et paraît plus propre à les troubler qu'à les expliquer.

D'ailleurs la théorie des tourbillons présente un défaut radi-

1. Cf. Lettre de Huyghens à Leibniz, 12 janvier 1693.

2. Cf. *Principes*, L. II, p. 427.

cal imputable à son origine métaphysique. Même en laissant de côté le vague de son langage, il est impossible d'admettre le cercle vicieux qu'elle contient. Les cartésiens, malgré des perfectionnements successifs, ne sont pas arrivés à dissimuler cette faiblesse. L'effort de *Malebranche*, de *Fontenelle*, de *Huyghens*, aussi bien que celui de Descartes, a été de déduire les forces de la pesanteur ou celles de la gravitation planétaire d'une certaine disposition de la matière dans le monde. La matière est pure, étendue, et ne diffère d'un lieu à l'autre que par plus de ténuité ou d'épaisseur dans la structure. Certaines parties de la matière, celles que nous appelons les corps sensibles, présentent le phénomène de la gravité. D'autres, plus compactes encore, et que nous nommons des planètes, présentent le phénomène de la gravitation. Mais pour Descartes ces deux ordres de phénomènes n'appartiennent pas à la matière en tant que matière. Ils sont des manifestations particulières à certains agrégats matériels, comme la lumière ou la chaleur sont des manifestations d'autres agrégats. Descartes n'a pas la moindre idée de ce que nous avons appelé avec Newton une loi *élémentaire* de la matière, c'est-à-dire une loi s'appliquant par définition à toute matière. Ceci se conçoit aisément dans un système métaphysique où la matière est purement étendue et ne se caractérise que par sa forme. Ce sont des différences de forme qui amènent dans les corps les différences de propriétés. Descartes était obligé de supposer des corpuscules dénués de pesanteur, dont les propriétés cinétiques entraînent l'existence chez d'autres corpuscules, différents de forme et de grandeur, des manifestations caractéristiques de la pesanteur.

En d'autres termes, la théorie des tourbillons est une théorie qui prétend donner la genèse de la gravité. Elle admet l'existence d'un univers géométrique, où rien n'existe hors l'étendue et le mouvement, et de la seule configuration de cet univers elle veut faire sortir l'explication de certaines forces. Il faut alors de toute nécessité que ces forces prennent naissance dans des circonstances spéciales, qu'elles s'appliquent à des configurations spéciales, qu'elles soient *composées* et non *élémentaires*. C'est ainsi que Descartes est amené à distinguer, parmi les éléments dont l'univers se compose, des particules sphériques ou cannelées, tantôt grossières, tantôt subtiles. Ces

particules ne sont pas pesantes par elles-mêmes, elles peuvent seulement produire, dans certaines conditions, toutes les apparences de la pesanteur. La gravitation n'est pas alors une loi universelle. Elle n'existe que dans une partie de la matière, et elle est due à des parties qui ne gravitent pas.

La théorie de Newton ne pouvait s'accommoder de cette façon de voir. La gravitation newtonienne est inhérente à toute matière. C'est justement le privilège du calcul infinitésimal de permettre de démontrer rigoureusement l'existence de forces élémentaires, là où l'observation ne fait voir que des résultantes. Aussi bien Newton n'a-t-il pas dédaigné de réfuter en détail la conception cartésienne[1]. S'il fallait admettre avec Descartes que la pure étendue détermine la force, c'est-à-dire que les différences de figure puissent entraîner des différences de poids, il faudrait admettre comme conclusion nécessaire qu'un corps change de poids s'il change de figure. Lorsque les éléments d'un corps se déplacent, lorsque les particules rondes ou cannelées qui entrent dans sa constitution se rapprochent ou se séparent, les éléments semblables des corps voisins ont plus ou moins de facilité à les pousser. C'est ce qui résulte d'une manière évidente du langage même employé par Descartes[2]. Alors la pesanteur des corps devrait être une propriété géométrique. Newton, par le calcul aidé de l'expérience, démontre au contraire de la manière la plus complète que les poids dépendent d'une propriété physique indépendante de la forme extérieure, savoir la masse ou l'inertie. C'est une des interprétations que peut recevoir la loi de la gravitation universelle, puisqu'elle détermine les forces en fonction des distances et des masses seulement. La théorie de Descartes est fausse, parce qu'elle suppose deux espèces de corps, les uns « gravitant en raison de leur quantité de matière », les autres gravitant en une raison moindre ou plus grande. Selon la variation des configurations respectives, ces corps pourraient se transformer les uns dans les autres, et acquérir ou perdre de la *masse* sans acquérir ou perdre de la *matière*[3].

1. Voy. *Principes*, L. III, Prop. VI, p. 17 sqq.

2. Cf. *Principes de la Philosophie*, IIIe partie, § 69-70.

3. Voy. *Principes*, L. III, p. 10. « Comme cette espèce de corps ne serait « différente des autres, selon Aristote, Descartes et d'autres, que par la

C'est ce résultat qu'il est impossible d'admettre, tant à cause du principe de l'inertie qu'à cause de la définition des forces. Après l'argumentation de Newton, il faut regarder la théorie des tourbillons comme *démontrée* fausse.

Nous nous sommes servis constamment des mots d'*attraction* ou de *gravitation* pour désigner la cause tant des mouvements astronomiques que de la pesanteur terrestre. Nous avons fait voir que les lois de l'attraction présentent un double caractère. D'une part elles sont *mathématiques,* c'est-à-dire qu'elles se prêtent à l'emploi du calcul, d'autre part elles sont *empiriques*, en ce sens que l'expérience seule les détermine entièrement. On comprend que ce double caractère ait prêté à des malentendus.

Un grand nombre de disciples de Newton, se confinant volontairement dans un empirisme étroit, ne voulurent admettre de la théorie du maître que ce qui était pur résultat d'observation. D'autres, et ce furent les plus nombreux, séduits par la puissance de sa méthode mathématique, crurent pouvoir, avec les seules ressources du calcul, créer de toutes pièces l'astronomie concrète. Les uns et les autres trahissaient la pensée de Newton. Pour Newton, la combinaison du calcul et de l'expérience est la condition nécessaire du savoir positif. Ses élèves n'aboutirent qu'à des théories hâtives, incapables de résister au contrôle des faits, ou se contentèrent d'observations incohérentes dont la science ne pouvait tirer profit.

On s'explique alors que la mécanique de Newton, malgré le souci constant chez son auteur de la présenter de la manière la plus inattaquable, en démontrant mathématiquement ce qui est certain et soulignant de parti pris ce qui est douteux, ait été l'objet, du vivant même de Newton, des plus vives critiques. Ce que l'on reprochait au maître, ce sont les obscurités ou les abus que sa doctrine revêtait chez ses élèves. Ce sont presque toujours des procès de tendances qui ont été faits à Newton. Pourtant ces tendances ne s'expriment jamais, dans l'ouvrage même de Newton, d'une façon hasardeuse. Mais la prudence

« forme de ses parties, il pourrait arriver que les corps, en changeant peu « à peu de forme, se changeraient dans l'espèce des corps qui gravitent « à raison de leur quantité de matière ; et au contraire les corps graves « pourraient perdre par la suite des temps leur gravité en prenant la même « forme que les premiers. »

systématique dont il s'entourait ne pouvait le mettre à l'abri des objections de principe. Parmi celles-ci, la plus importante, celle qui s'est renouvelée le plus souvent, celle aussi que Newton réfute avec le plus de soin, c'est le reproche d'hypothèse. La loi de la gravitation universelle n'est-elle qu'une hypothèse ? C'est ce qu'il convient d'examiner si l'on veut comprendre l'esprit de la science de Newton.

La notion de force, telle que l'avait définie Newton, était d'une extrême nouveauté. Ce mélange d'empirisme et d'esprit mathématique qui caractérise la science newtonienne ne pouvait être admis aisément par les contemporains. Tout le monde éprouvait le besoin de se débarrasser des conceptions scholastiques, mais personne n'osait mettre à leur place des idées franchement positives. Newton est le premier qui ait remplacé l'idée des « affinités » ou des « impulsions » matérielles par celle des « attractions » exprimées en nombre. Au premier abord il peut sembler que l'originalité de Newton soit petite, qu'il se soit contenté de substituer un mot à un autre pour désigner une chose déjà connue. C'est en effet le grief principal qu'articulent contre lui ses adversaires. On l'accuse de maintenir les affinités scholastiques, les forces sympathiques s'exerçant à distance, à un moment où tout le monde commence à avoir l'idée qu'une réforme s'impose. La gravitation universelle, lui dit-on, n'est qu'une forme rajeunie des vieilles causes d'Aristote. Elle explique par le jeu d'actions à distance, c'est-à-dire par un mécanisme absurde, l'influence des astres les uns sur les autres. Autant revenir, s'il faut des hypothèses, à une hypothèse moins choquante. On préfèrera l'action de causes intelligentes, se dirigeant selon des lois finales, à celle de causes soi-disant mécaniques qui s'exercent d'une manière inconcevable.

Il faut remarquer que c'est en s'appuyant sur les propres principes de Newton qu'on critiquait ainsi sa doctrine. Ses travaux avaient imposé l'idée que les hypothèses doivent être rejetées, et l'on prenait texte de ses déclarations pour lui intenter un procès de tendances. Il y a déjà là une preuve évidente de l'influence philosophique exercée par Newton. Mais lorsqu'on examine d'une manière impartiale le contenu des *Principes* on est amené à reconnaître que les contemporains de Newton s'abusaient entièrement. La gravitation universelle n'était pas

pour Newton une entité obscure, destinée à supplanter dans le langage physique l'horreur du vide ou les impulsions scholastiques. C'est une *force*, et ce mot même indique que nous avons affaire à un fait d'expérience traduit dans le langage du calcul.

Nul n'a mieux compris la tendance véritable du newtonisme que certains matérialistes du XIX[e] siècle[1]. On peut dire avec eux que la gravitation universelle est un fait démontré d'une manière aussi complète que possible, pourvu qu'on veuille attacher à ce mot de gravitation le sens tout relatif qui lui convient. Chaque fois que nous voyons un mouvement se produire constamment suivant certaines lois, nous sommes en droit de l'attribuer à une force dont nous pouvons mesurer la grandeur. Faisons à dessein un rapprochement paradoxal. Supposons avec *Lange* qu'un enfant soit témoin de l'expérience qui avait tant frappé Newton, la chute d'une pomme tombant à ses pieds. L'enfant, comme Newton, se convaincra qu'un mouvement réel doit avoir une cause réelle, ou, si l'on veut, doit dériver d'une force. Mais la différence de l'esprit scientifique et de l'esprit vulgaire explique pourquoi cette force apparaîtra à l'un et à l'autre de façon différente. L'enfant, qui convoitait depuis longtemps la pomme, en implorant sa chute du regard, pourra croire que la force même de son désir a été la cause déterminante de cette chute. Il fera une hypothèse que nous jugeons naïve. Le savant attribuera à une loi physique, pesanteur ou gravitation, le phénomène qu'il vient de constater. Il jette ainsi les bases d'une construction scientifique.

Au fond, ni l'enfant ni le mathématicien ne sont renseignés sur la cause véritable de ce qu'ils ont vu. La relation qui existe entre le fait et la loi est aussi obscure que celle qui existe entre le désir et la réalisation du désir. Seulement le savant possède sur l'esprit enfantin un avantage considérable. La cause qu'il donne n'est certainement qu'un nom, mais c'est un nom accompagné de mesures. La nature profonde des forces agissantes n'importe au savant en aucune façon. Elle reste après ses découvertes aussi indéterminée qu'avant. Mais la mesure exacte des effets peut aboutir à des formules utiles. Alors il sera bon de

1. Voy. par exemple Lange, *Histoire du Matérialisme*, T. I, p. 140.

désigner la cause par un terme de convention propre à simplifier le langage. Tout en se servant de pareilles expressions, le savant aura toujours présent à l'esprit leur signification purement formelle. Ce qui serait hypothèse si on abusait du langage devient science si on le rapporte aux faits.

Newton s'est placé de la manière la plus consciente au point de vue que nous venons de définir. Dans l'opuscule intitulé *de Systemate Mundi*[1], il explique clairement dans quel sens on peut dire que la gravitation universelle est une loi objective. La pesanteur n'est mise en doute par personne. Pourtant le mot de pesanteur n'a pas plus de sens par lui-même que celui de « vertu » ou d' « affinité ». Il n'a pris de valeur que par les découvertes de Galilée, grâce auxquelles ce mot est venu à signifier un ensemble de phénomènes bien réglés.

La gravitation newtonienne, conçue comme une force, est tout aussi réelle que la force de la pesanteur. Ceci veut dire que les astres se meuvent constamment suivant les mêmes lois, et qu'il est possible de rendre raison de ces lois. Assurément la gravitation serait une *hypothèse* si nous la regardions à la manière vulgaire comme le principe moteur de l'univers. Alors elle serait comparable aux impulsions, répulsions, propensions, dont la science d'Aristote faisait un tel abus. Mais en disant que la gravitation existe, nous exprimons simplement que les mouvements célestes, conformément au principe de l'inertie, ne peuvent pas avoir lieu sans force[2]. Au fond nous traduisons dans un langage nouveau la définition même de la force. Nous donnons un nom toujours le même à une cause dont les effets sont toujours les mêmes.

Nous avons commencé d'ailleurs par donner un nom spécial aux forces que nous présumions distinctes. C'est ainsi que nous avons distingué d'abord la gravité terrestre de l'attraction de la terre. De même on pourrait, dans l'étude des planètes, se servir d'abord de dénominations spéciales pour désigner les forces d'attraction propres à chacune d'elles : vis circumjovialis, vis

1. Édité à Londres en 1731, Ed. Castillon, Opera Mathematica T. II.

2. Voy. *De Syst. Mundi*, Ed. Castillon, p. 7. « Sic omnis omnium, in « spatiis liberis, motorum corporum de recto tramite deviatio, et perpetua « in locum quemvis deflexio, certissimum est indicium vim aliquam existere, « qua corpora undique in locum illum urgentur. »

circumsaturnina, vis circumterrestris, vis circumsolaris[1]. Mais après avoir constaté l'identité d'effets de ces différentes causes, il devient scientifiquement permis de les identifier les unes avec les autres. Nous arrivons ainsi à l'idée d'une attraction *universelle*, et cette idée, restreinte à l'aspect mathématique, n'est pas plus une hypothèse que le mouvement diurne.

On arrive ainsi à donner avec Newton à la loi de la gravitation universelle une interprétation purement nominaliste. L'attraction est un mot dont l'usage est commode, et si ce mot permet de résumer les faits sous une forme saisissante, la science ne demande pas davantage. Qu'on propose de remplacer ce mot par un autre, — impulsion ou tension, — rien n'est en soi plus légitime, si les formules doivent y gagner en clarté. Mais tensions et impulsions suivront la loi de l'inverse du carré de la distance. Cela suffit pour qu'elles soient dans leurs effets mathématiquement identiques à la gravitation. Or les forces mathématiquement identiques sont physiquement aussi indiscernables. Il est donc vain de discuter sur les noms, tant que les lois demeurent les mêmes[2]. Si une force suit une loi élémentaire donnée, c'est tout ce que nous en pouvons connaître, et tout ce que nous en devons utiliser. Que l'imagination de chacun se représente différemment le mécanisme intime des actions, c'est chose permise, puisque chacun aime désigner la force par le mot qui pour lui fait le plus image. La réalité n'en sera pas troublée. L'objectivité des formules n'en recevra nulle atteinte.

Il est possible par exemple, et Newton lui-même en fait à maintes reprises la supposition, que l'attraction des astres soit due à la tension d'un milieu, qu'une masse en tire une autre comme la corde unit le cheval au fardeau[3]. Il est possible aussi de s'imaginer que les corps matériels « se cherchent mutuellement, ou s'agitent l'un l'autre par des émanations, soit qu'elles soient produites par l'action de l'éther, de l'air ou de tel autre

1. Voy. *De Syst. Mundi*. Ed. Castillon, p. 6.

2. Voy. *Principes*, L. I, S. 11. « Je vais expliquer les mouvements pro-
« duits par ces forces que je nomme attractions, quoique peut-être je dusse
« plutôt les appeler impulsions, pour parler le langage des physiciens ; mais
« je laisse à part les disputes qu'on peut élever sur cette dénomination,
« et je me sers des expressions les plus commodes pour les mathémati-
« ciens. »

3. Cf. *De Mundi Syst.*, p. 19.

milieu qu'on voudra, corporel ou incorporel, qui pousse l'un vers l'autre d'une manière quelconque les corps qui y nagent[1] ». Dans tous les cas les phénomènes restant les mêmes, le nom seul est changé. Lorsque nous nous servons du mot d'*attraction*, nous choisissons parmi toutes les expressions celle qui semble la plus pratique. Il est certain qu'elle n'est pas sans défaut, et Newton s'en rendait compte lui-même[2]. Mais l'imperfection du langage ne change rien aux mesures, et l'objectivité des lois ne dépend pas des signes dont nous les revêtons.

Est-ce à dire qu'il faille s'en tenir, dans l'interprétation de la loi de Newton, à l'attitude traditionnelle qui consiste à donner de cette loi la formule suivante : tous les corps matériels se meuvent, non pas sous l'effet d'une attraction proportionnelle aux masses et inversement proportionnelle au carré de la distance, mais *comme si* une pareille attraction existait. Cette interprétation a trop longtemps passé pour la traduction complète de la pensée de Newton. Nous ne croyons pas qu'elle réponde entièrement à l'esprit de sa méthode. Il est juste de dire que Newton lui-même a souvent employé des expressions de ce genre. Mais c'est presque toujours pour désigner l'attraction d'un centre fictif sur des centres réels. Par exemple, lorsque deux masses s'attirent sans qu'aucune d'elles soit assujettie à demeurer fixe, tout se passe *comme si* elles ne s'attiraient pas, et qu'elles fussent attirées l'une et l'autre avec une force convenable *par un troisième corps* placé dans leur centre commun de gravité[3]. Il y a donc une part de vérité dans la tradition qui assigne à Newton un langage aussi réservé. Newton attribuait à sa loi une valeur nominale, et il est certain que la recherche des causes se ramenait pour lui à une définition mathématique.

Néanmoins il serait inexact de croire que tout soit dit lorsqu'on s'est abrité sous un langage dubitatif. Les planètes se comportent *comme si* elles suivaient la loi de Newton, c'est là

1. Voy. *Principes*, L. I, S. 11, Prop. LXIX, Scholie.

2. *De Mundi Syst.*, p. 19. « Considerari potest corpus unum ut attrahens, « alterum ut attractum, sed hæc distinctio magis mathematica est quam « naturalis. Quamvis binorum Planetarum actiones inter se mutuo distingui « possint ab invicem, tamen quatenus intermediæ sunt, nec sunt binæ, sed « operatio simplex inter binos terminos. »

3. Voy. *Principes*, L. I, S. 11, Prop. LXI.

le fait démontré, le fait qu'il est raisonnable, dans l'état actuel de la science, d'accepter comme vrai. Mais s'en tenir définitivement à cette formule serait aussi contraire à la méthode positive que de se risquer à des hypothèses hâtives. Il est certain que la gravitation universelle, ou la force cosmique, de quelque nom qu'on l'appelle, s'exerce à travers un milieu, par un mécanisme de contact. En affirmant cela nous ne faisons qu'énoncer le principe de non-action à distance, sans lequel aucune science n'est possible. Le mécanisme de propagation de la force attractive nous est actuellement tout à fait inconnu et il est strictement conforme à l'esprit positif de se contenter pour le moment de formules modestes, qui correspondent aux seules apparences. Mais ce mécanisme existe certainement, et il est du devoir du savant d'en chercher une approximation plus parfaite. C'est seulement pour la science actuelle que la matière se comporte *comme si* la loi de l'attraction était vraie. Pour une science plus riche d'observations, mieux armée de raisonnements et de calculs, il doit être possible de dégager l'élément quantitatif dans ce qui nous semble aujourd'hui mystérieux : la propagation d'une action matérielle à travers un milieu caché. Alors des lois nouvelles, analogues par leur origine et par leur signification aux lois de gravitation universelle, pourront parvenir à maturité. Si ces lois échappent aujourd'hui, il ne faut pas leur opposer à l'avance un désaveu formel. C'est justement le trait original de la méthode de Newton de conduire toujours à des lois provisoires, lois que l'observation aidée du calcul se chargera de compléter.

Ceci nous amène à répondre très nettement à la question que nous nous sommes posée : la gravitation universelle n'est-elle qu'une hypothèse ? Non, il est impossible de qualifier d'hypothèse un principe purement mathématique qui donne une mesure satisfaisante des faits. Ou alors on dira que la science est faite tout entière d'hypothèses. La théorie de Newton est conçue sur un type différent de toutes les doctrines qui l'ont précédée. On ne peut la comparer en toute exactitude ni aux recueils d'observations d'un Tycho-Brahé ou d'un Kepler, ni aux constructions métaphysiques d'un Aristote ou d'un Descartes. Elle fournit le premier exemple d'une théorie scientifique vraiment *positive*.

Si l'on demande ce que caractérise l'esprit positif, on peut dire que c'est une évolution de ce qui est sensible à ce qui est mathématique. Newton a lui-même défini sa méthode, en faisant voir qu'elle passait par trois phases successives[1]. La mécanique céleste, comme toutes les autres sciences, doit débuter par une phase empirique. C'est l'erreur fondamentale du cartésianisme d'avoir tenté de construire un monde semblable au nôtre sans en déterminer au préalable les conditions d'existence. La logique et les mathématiques ne suffisent pas à déduire de principes abstraits des lois applicables aux faits. La réalité se développe dans des conditions qui lui sont propres, qui sont indépendantes de nos nécessités de pensée, et que notre fonction est de reconnaître mais non de créer. En ce sens, l'esprit vulgaire, celui qui observe sans règle et sans méthode les manifestations des forces naturelles, est plus près de la science véritable que l'esprit métaphysique. Ce dernier raisonne sur ses idées, tandis que l'autre raisonne sur les choses. Quel que soit l'attrait qu'on puisse éprouver à chercher l'explication du monde dans une formule abstraite, il faut se persuader que l'ensemble des faits ne cadrera jamais avec une semblable formule. La théorie des tourbillons de Descartes, la physique d'Aristote, voire même l'atomisme de Lucrèce, ont été des tentatives malheureuses, parce qu'elles ne partaient pas des faits. C'étaient à proprement parler des hypothèses, qui se donnaient pour des explications.

La Mécanique Céleste de Newton se fonde sur l'expérience. Les définitions et les axiomes d'où elle tire toute sa force sont la traduction de connaissances empiriques. Toute science qui veut devenir mathématique doit ainsi passer par une phase non mathématique. C'est celle où les données du bon sens sont coordonnées d'une façon méthodique. La deuxième phase est celle où l'on cherche, par la comparaison des mesures, à dégager des phénomènes une loi mathématique. Pour cela il faut renoncer entièrement à chercher l' « espèce » ou les « qualités physiques » de la force. Une telle recherche est stérile, car elle porte sur un élément qualitatif dont nous ne pouvons rien connaître de précis. Ce sont les « quantités » et les « pro-

1. Voy. *Principes*, L. I, S. 11, Prop. LXIX, Scholie.

portions mathématiques » des forces qu'il faut dégager. Newton veut faire entendre par là que nous devons par des expériences très simples trouver des lois mathématiques élémentaires, et prévoir ensuite en partant de ces lois des expériences plus compliquées. Le rôle du calcul devient ici aussi important que le rôle de l'observation l'était tout à l'heure. Il doit permettre, par des transformations systématiques, d'appliquer à des cas généraux les lois tirées de cas particuliers. On voit que le rôle des mathématiques, tout étendu qu'il soit, n'est plus le rôle créateur que lui assignait Descartes. Elles ne sont pas un instrument de découverte, mais un moyen de transformation. C'est leur simplicité, autant que leur rigueur, qui les rend applicables à l'analyse des faits. Il nous suffit de posséder une loi primitive, tirée d'inductions légitimes, pour que le calcul puisse nous fournir une infinité de lois dérivées. C'est ainsi que la loi de l'inverse du carré des distances donne, par le seul développement mathématique, toute la mécanique céleste. C'est ainsi encore, comme nous le verrons plus loin, que les seules lois de la réfraction permettent de construire toute l'optique.

Mais l'invention des théorèmes mathématiques n'est pas le dernier mot de la science positive. Elle doit « redescendre à la Physique et comparer les propriétés des forces avec les phénomènes »[1]. C'est la phase de vérification ou de contrôle dont nous avons vu l'importance en ce qui concerne la mécanique céleste. Après avoir déduit de la loi de la gravitation la solution complète du problème des deux corps, Newton a cherché dans l'étude des perturbations des planètes, dans celle des satellites et dans celle des marées, un certain nombre de vérifications pratiques. Ces vérifications, outre l'appui direct qu'elles apportent à la théorie, présentent un avantage important. Comme elles doivent être de plus en plus approchées, au fur et à mesure que les instruments se perfectionnent et que notre besoin de précision s'accroît, elles sont le véritable moyen de déceler dans nos lois des erreurs qu'on avait d'abord négligées. Par là notre attention se trouve portée vers des mesures nouvelles, et vers des relations inattendues entre les

1. Voy. *Principes*, L. I, 11, Prop. LXIX, Scholie.

faits. Ces relations et ces mesures vont devenir le point de départ d'un processus scientifique analogue à celui qui vient d'être décrit. D'abord exclusivement empiriques, elles se préciseront par l'emploi du calcul. Puis on vérifiera les conséquences de ce calcul par des épreuves nouvelles, d'où sortiront encore des lois nouvelles. De la sorte les formules de la science, — et cela est vrai non seulement en mécanique céleste mais dans toute la Philosophie Naturelle —, deviennent bien des formules approchées, ou si l'on veut, des hypothèses. Mais tandis que les hypothèses doctrinales d'un Descartes étaient destinées à tomber avec la métaphysique cartésienne, l'hypothèse de la gravitation est devenue une loi qui demeure intacte dans la science moderne [1].

1. Voy. H. Poincaré, Cours inédit professé à la Faculté des Sciences, 1er semestre 1907.

CHAPITRE VII

LA PHYSIQUE MATHÉMATIQUE ET LE MÉCANISME

Nous avons fait voir dans le chapitre précédent ce qu'avait donné entre les mains de Newton la méthode mathématique appliquée à la mécanique céleste. C'est par la théorie de la gravitation universelle que l'hypothèse des tourbillons devait être renversée, c'est par elle que tout le système cartésien allait peu à peu perdre son crédit. Mais la gravitation astronomique n'était pas la seule arme de l'école nouvelle. Elle n'est qu'un exemple, saisissant entre tous, des procédés de la physique mathématique. La révolution faite par Newton dans le domaine astronomique devait avoir sa répercussion dans le domaine scientifique tout entier.

Assurément l'astronomie est la science où l'application des mathématiques est la plus aisée, puisque le monde sidéral, dès l'époque d'Aristote, passait pour le modèle de l'ordre et de la stabilité. Pour cette raison la mécanique céleste se présente comme une science privilégiée. L'adaptation du calcul aux faits, telle que la réalise Newton, y est mieux préparée qu'ailleurs. Mais toute révolution scientifique procède d'une tendance générale. On ne comprendrait pas l'immense retentissement des découvertes de Newton si l'on ne voyait par où ces découvertes peuvent se transposer dans d'autres domaines, comment des sciences moins abstraites ou plus vagues peuvent s'accomoder de l'esprit des *Principes*. Rappelons d'ailleurs que jamais Newton n'avait songé à séparer le cas de l'Astronomie des autres cas. Le titre même de son ouvrage indique que la Philosophie Naturelle tout entière doit profiter des méthodes nouvelles. Aussi bien les recherches d'optique, d'acoustique, de mécanique avaient préoccupé Newton long-

temps avant qu'il fût en possession de la loi de gravitation universelle. Comme Descartes, Newton a au plus haut degré le sentiment de l'unité de la science. Seulement le premier faisait rentrer dans cette unité aussi bien la science métaphysique, que la science physique ou naturelle. Newton ne prétend jamais employer sa méthode qu'à l'occasion des faits et sous le contrôle des faits. Sur le même type que la mécanique céleste, il va créer toute la physique mathématique moderne.

Lorsque l'on parle de *Physique Mathématique,* personne aujourd'hui n'entend faire allusion à une construction mathématique de l'univers. L'expression de physique mathématique désigne un certain nombre de théories spéciales, comme la théorie du potentiel, la théorie de Fresnel, la théorie de Maxwell, la théorie de Lorentz, la théorie cinétique des gaz, etc. Entre ces théories, il y a parfois un lien apparent. C'est le cas par exemple pour la théorie de Fresnel-Neumann et la théorie électromagnétique de la lumière. D'autres fois, ce lien n'existe pas, et certaines théories peuvent se développer d'une façon tout à fait indépendante des autres. Ainsi la physique mathématique n'est pas *une* science, c'est l'application d'une même manière de procéder à des parties diverses de la science. Par son caractère fragmentaire, elle est au pôle contraire de l'idéal cartésien. Celui-ci ne voyait dans le symbolisme mathématique qu'un instrument de liaison. Une science composée de parties disjointes n'était pas véritablement science pour lui. Newton est le premier qui ait compris l'intérêt que pouvait avoir la science à sacrifier l'esprit systématique à l'instinct de précision. C'est un trait typique de la révolution scientifique accomplie à la fin du XVII[e] siècle que l'abandon des prétentions encyclopédiques pour le souci des recherches partielles.

Il semblait absurde, non seulement à Descartes, mais à la plupart des contemporains de Descartes, qu'ont pût essayer de constituer la science sans essayer de la constituer *tout entière*. Le mot célèbre de Descartes, qu'il est plus aisé d'apprendre toutes les sciences en même temps que chacune d'elles isolément, est caractéristique de cet état d'esprit. Les cartésiens, malgré leur mépris de l'École, suivaient sur ce point les errements de la tradition. Tout en rejetant le système d'Aristote comme tyrannique et suranné, c'est encore un système qu'ils

voulaient lui substituer, mais un système fondé sur des règles certaines. L'idée leur eût semblé inadmissible de prétendre réfuter une métaphysique universelle autrement que par une métaphysique du même genre, ou de remplacer une science encyclopédique par un ensemble de théories séparées.

C'est cependant ce procédé moins logique, que l'histoire devait consacrer comme le plus fécond. La chute du cartésianisme a été amenée non par une réfutation de principe, mais par l'effet d'objections particulières, et c'est la physique newtonienne qui marque le pas décisif dans cette voie. La physique de Descartes n'est point mathématique, bien qu'elle prétende former une chaîne de raisons, analogue à celles qu'emploient les géomètres. Nous verrons tout à l'heure que le caractère essentiel de la physique mathématique n'est pas tant d'employer les mathématiques que d'en limiter l'emploi. C'est parce que Newton a fort bien compris que les différentes parties de la science n'arrivent pas simultanément au point de maturité requis pour devenir mathématiques qu'il a constitué la physique positive sur un type dont elle ne devait plus s'écarter. Subdivisée en branches spéciales, la physique va faire usage du calcul en vue de la précision, non en vue de l'universalité.

Au premier abord il peut sembler que la physique de Newton mérite beaucoup moins que celle de Descartes le nom de mathématique. Des ouvrages comme les *Principes de la Philosophie Naturelle* ou comme *l'Optique* ne sont pas rédigés d'une manière plus géométrique que les *Principes* de Descartes. Assurément les progrès accomplis par Newton dans l'usage des symboles différentiels lui permettent d'introduire dans les *Principes* plus de formules qu'on n'en trouve chez Descartes. Mais si l'on dépouille l'ouvrage de cet appareil extérieur, la suite logique des théorèmes est souvent mieux observée par Descartes.

Il y a plus. La série des raisons ne forme pas dans les ouvrages de Newton une chaîne ininterrompue. La compréhension d'une proposition donnée n'a pas pour condition nécessaire et suffisante la compréhension de toutes les propositions précédentes. Il est possible d'aborder la lecture d'une théorie compliquée comme celle des comètes ou celle des interfé-

rences sans avoir constamment présents à l'esprit les résultats des théories antérieures [1]. En général, il suffit de se rappeler un petit nombre de propositions fondamentales (par exemple les lois du mouvement s'il s'agit de la mécanique) pour pouvoir aborder les parties les plus difficiles de chaque science. Il se passe ici quelque chose d'analogue à ce que nous avons constaté à propos de la Géométrie[2]. Là aussi, la suite complète des propositions n'était pas ce qui importait le plus. La connaissance d'un petit nombre de théorèmes essentiels (comme le théorème de la similitude des triangles et le théorème de Pythagore) permet d'établir tout le reste. La Physique, dans chacune de ses parties, ne repose que sur un nombre très restreint de vérités fondamentales. Ainsi l'optique peut se faire tout entière avec la notion de « réfrangibilité » et celle de « réflexibilité » [3]. C'est que ces notions et toutes les notions analogues contiennent en germe la véritable théorie, comme l'idée du nombre entier renferme implicitement toute l'arithmétique. Le rôle exact des mathématiques n'est pas d'établir entre ces différentes notions un lien à priori, le lien qui unit des conceptions empiriques ne peut se connaître que par l'expérience. L'objet propre des mathématiques sera de rendre ce lien, une fois connu, plus facile à retenir et à retrouver.

Ce serait donc une erreur de croire que la *certitude* des sciences physiques augmente par l'emploi des mathématiques. Descartes s'est entièrement abusé lorsqu'il a chargé la géométrie d'un rôle qui ne peut lui convenir, celui d'introduire l'évidence absolue là où autrement on ne pourrait constater qu'incohérence et confusion. La géométrie, et les mathématiques en général, ne peuvent pas d'après Newton créer la certitude, elles peuvent seulement l'expliciter. A vrai dire, un esprit tout-puissant, dont les facultés d'analyse et de synthèse seraient incomparablement plus développées que les nôtres, pourrait constituer la physique presque indépendamment des

1. Cf. *Principes*, L. III, T. II, p. 1. « Je ne prétends pas exiger qu'on lise ces deux premiers livres entiers ; il suffira d'avoir lu attentivement les Définitions, les Lois du mouvement et les trois premières sections du premier livre, et on pourra ensuite passer à ce troisième livre, qui traite du système du monde. »

1. V. plus haut Ch. I.

2. Cf. *Optique*, Ed. Clark, Londres, 1706, p. 3-4.

mathématiques. Il lui suffirait de bien se pénétrer des définitions et des axiomes, de les « méditer » d'une manière approfondie, pour pouvoir tirer d'intuition les conséquences qu'ils comportent. Cela est si vrai que, si Newton a revêtu son *Optique*, comme ses *Principes*, d'une forme mathématique, il reconnaît lui-même que cette forme est souvent factice, et destinée à protéger le lecteur contre des préjugés acquis [1]. Pour un physicien hautement doué, on peut dire que la physique gagnerait peu de chose à recevoir une forme mathématique. La certitude physique est différente de la certitude géométrique, elle la précède toujours obscurément, et ne lui emprunte qu'une lumière passagère. Loin de donner, comme Descartes, un rôle définitif à la géométrie en physique, loin d'en faire le type de certitude dont la physique doit sans cesse s'inspirer, Newton la réduit à un rôle provisoire. Les mathématiques vont servir à découvrir et à exprimer les lois, non à les prouver ni surtout à prouver qu'elles ont une valeur éternelle. C'est précisément parce qu'il restreint de la sorte l'emploi des mathématiques que Newton peut le rendre sûr et fécond. La Physique Mathématique, telle qu'il l'a créée, n'a plus rien de commun avec la Physique syllogistique de ses prédécesseurs.

Trois traits distinctifs permettent de caractériser la science de Newton. D'abord les mathématiques ne sont pas une *fin*, elles sont un *moyen* au service de la physique. On connaît l'insistance avec laquelle Malebranche et tous les disciples de Descartes voulaient ramener toute question physique à un problème de mouvement. Pour eux, il ne pouvait exister d'autre rapport entre le groupe des problèmes physiques et celui des problèmes mécaniques qu'une réduction des premiers aux seconds. Et cette manière de voir était naturelle dans une doctrine purement géométrique de la matière, où la seule étendue servait à expliquer non seulement l'apparition des forces mécaniques, mais la genèse de toutes les qualités sensibles.

1. V. *Principes*, L. III, T. II, p. 1-2. « J'avais d'abord traité l'objet de ce troisième livre par une méthode moins mathématique afin qu'il pût être à la portée de plus de personnes. Mais de crainte de donner lieu aux chicanes de ceux qui ne voudraient pas quitter leurs anciens préjugés parce qu'ils ne sentiraient pas assez la force des conséquences que je tire de mes principes, faute d'avoir assez médité les propositions que j'ai données dans les livres précédents, j'ai rédigé ce livre en plusieurs propositions selon la méthode des mathématiciens. »

Nous savons que Newton, déjà en ce qui concerne la conception de la force mécanique, ne pouvait admettre la réduction pure et simple de cette donnée physique à une donnée géométrique. Si l'on passe de la mécanique à la physique proprement dite, il est tout aussi impossible de ramener la couleur, la chaleur, l'affinité chimique, à des abstractions géométriques. Ce sont là des réalités qualitatives, que nos sens nous font connaître comme telles, et qui ne sont pas comparables à l'étendue ni comparables entre elles. Est-ce à dire qu'il faille renoncer à les soumettre à une connaissance certaine, à une prévision méthodique ? Il faudrait en venir là si l'on accordait à Descartes qu'une science, pour devenir mathématique, doit posséder un objet mathématique. Descartes était conséquent avec ses principes, lorsqu'après avoir réduit toute certitude à la certitude géométrique, il voulait ramener toute science évidente à la science de l'étendue. Mais son postulat était erroné. Les mathématiques, comme le calcul des fluxions l'a démontré d'une façon éclatante, ne sont pas une discipline spéciale s'appliquant à un objet particulier. Elles sont plutôt un mode de représentation pouvant servir dans tous les cas. L'espace et sa mesure ne sont pas l'objet exclusif de toute mathématique, le même calcul peut s'appliquer à la mesure des masses, des temps et des forces. Partout où une qualité continue est perceptible aux sens, le langage mathématique peut intervenir et transformer la *qualité* en *grandeur*.

Ainsi l'essentiel n'est pas que l'objet d'une science soit *l'espace lui-même*, il faut bien plutôt que par une suite de conventions, de définitions, d'axiomes on puisse *faire correspondre* cet objet à l'espace géométrique. C'est ainsi, d'après les termes de Newton lui-même, que l'astronomie, la géographie, la navigation, l'optique, la mécanique, passent pour des sciences mathématiques. Pourtant elles ne portent pas sur l'espace, elles portent sur des *réalités physiques* (rebus physicis), savoir le ciel, la terre, les navires, la lumière et le mouvement local [1]. Mais elles ont su faire correspondre à ces réalités

1. Cf. *Lectiones Opticæ*, L. II, p. 186. « Quemadmodum Astronomia, Geographia, Navigatio, Optica et Machanica, pro scientiis mathematicis habentur, licet in iis agetur de rebus physicis, Cœlo, Terra, Navibus, Luce et Motu Locali : sic etiamsi Colores ad Physicam pertinent, eorum tamen

physiques des symboles cohérents, identiques à ceux que la géométrie fait correspondre aux figures abstraites. Cela suffit pour que ces sciences soient devenues géométriques. Newton se flatte de faire de l'optique une science mathématique, non parcequ'il espère réduire les couleurs à des modes simples du mouvement, mais parce qu'il compte traiter ce qui n'est pas mathématique d'une manière mathématique [1].

On le voit il y a chez Newton une idée qu'on ne trouve à aucun degré chez ses prédécesseurs, savoir que les mathématiques doivent opérer dans nos connaissances non pas une réduction, mais une transposition. L'idéal cartésien, qui veut simplifier la nature au point de n'y reconnaître que des particules d'espace, est un idéal abstrait et hypothétique. Rien ne nous prouve que la réalité se prète à cette simplification brutale. Heureusement, d'après Newton, la physique peut devenir mathématique sans que l'objet de la physique s'identifie avec celui des mathématiques. Il suffit de transposer dans le langage du calcul les vérités fondamentales de la physique pour pouvoir opérer sur des symboles comme on opérait sur les faits. L'intérêt de la physique mathématique est justement qu'elle permet l'élaboration mathématique des lois sans rien ôter à leur interprétation physique. En revêtant la forme du calcul, la physique ne change pas de nature, elle acquiert simplement une garantie de plus.

Si la forme mathématique n'est pas par elle-même la fin à laquelle doit tendre la physique, on peut se demander quelle sorte d'avantages le savant va se procurer par ce moyen. La réponse que donne Newton est encore caractéristique de la science nouvelle.

Nous avons intérêt à connaître non seulement les lois des phénomènes mais leur genèse. Les lois des phénomènes sont infinies en nombre, souvent inextricables par leur complexité. Selon les conditions où le phénomène s'observe, on pourra constater des lois différentes, parfois con-

scientia pro mathematica habenda est, quatenus ratione mathematica tractantur. »

1. *Ibid.* « Cum horum (colorum) accurata scientia videatur ex difficillimis esse quæ Philosophus desideret, spero me, quasi exemplo, monstraturum quantum Mathesis in Philosophia Naturæ valeat. »

tradictoires. C'est ainsi que la loi de dispersion de la lumière varie selon les milieux. Dans un prisme de verre ou de glace, la déviation va en croissant depuis le rouge jusqu'au violet. Dans certains prismes cristallins ou gazeux [1], elle suit une marche toute différente. Après avoir augmenté jusqu'à une certaine longueur d'onde, elle diminue ensuite régulièrement, si bien qu'une partie du spectre recouvre l'autre pour donner des apparences tout à fait anormales. Cependant la dispersion anormale n'est pas un cas absolument différent de la dispersion normale. Il est démontré aujourd'hui qu'elle est le cas général dont la dispersion ordinaire est un cas particulier [2]. Les deux phénomènes ont la même genèse, bien qu'ils ne suivent pas les mêmes lois. C'est le rôle de la physique mathématique de faire voir, par des discussions algébriques, comment des cas en apparence si différents peuvent en réalité sortir l'un de l'autre.

Bien que l'optique physique n'ait pu à l'époque de Newton aborder des discussions de ce genre, on voit aisément par les *Lectiones opticæ* que la genèse mathématique des phénomènes était bien le but poursuivi par Newton. L'esquisse si curieuse qu'il donne de la théorie des anneaux colorés est une preuve de cette tendance [3]. Là où la physique cartésienne se contentait de l'établissement des lois, Newton prétend montrer comment ces lois résultent des propriétés élémentaires de la matière. Assurément il est obligé de recourir pour cela à des résultats d'expérience. C'est ainsi que la théorie des anneaux colorés est précédée d'un recueil d'« *observations* » sur les conditions de formation du phénomène. Mais n'oublions pas que chez Newton le caractère mathématique de la science n'est jamais exclusif du caractère empirique. Bien loin de là, il le suppose, il en est l'aspect complémentaire. Chez Descartes, l'élément empirique est partout réduit au minimum. A vrai dire il n'a pas de raison d'être dans la science idéale, et s'il subsiste dans la science actuelle, c'est simplement comme guide et comme contrôle : il permet d'aller au-devant des causes par

1. Vapeur d'iode, vapeur de sodium.

2. Cf. *P. Drude, Lehrbuch der Optik*, 2e Ed. 1907, Die Dispersion des Lichtes.

3. *Lectiones Opticæ*, L. II, P. II.

les effets. Chez Newton, comme nous allons le faire voir, l'élément empirique est essentiel, non-seulement au cours des développements, mais à l'origine même de la science. La genèse des phénomènes ne peut se prévoir entièrement *a priori*. Le calcul a pour fonction de transformer ce que l'observation nous fait d'abord connaître. C'est pour cela que la physique mathématique est infiniment plus près du réel chez Newton que chez Descartes. La substitution des explications génétiques aux déductions logiques, tel est l'avantage que le calcul de Newton procure à la Philosophie Naturelle.

Enfin il est un troisième caractère qui distingue tout particulièrement la physique newtonienne. Non seulement les mathématiques y jouent un rôle purement instrumental, non seulement elles doivent faire connaître la genèse des choses plutôt que leur essence, mais encore elles doivent renoncer à une synthèse complète de l'univers. Croire qu'avec la matière et le mouvement on peut construire mathématiquement un monde semblable au nôtre est une idée cartésienne, une idée *a priori*. Cette idée n'a pu résister à l'épreuve des faits. La faiblesse évidente des théories cartésiennes est dans ce besoin de synthèse excessive qui faisait dériver des mêmes principes l'explication de la pesanteur, celle de la lumière, de la chaleur, des actions magnétiques, chimiques, etc. Autant dire que toutes les manifestations de la nature sont unies dans leur fond, et que leur variété est exactement calquée sur celle des théorèmes déduits de nos définititions. C'était bien là la pensée de Descartes. Pour lui la géométrie analytique, jointe à quelques axiomes métaphysiques, contient la réponse à toute question possible.

Nous avons déjà vu, à propos de la méthode infinitésimale, que même en mathématiques la construction cartésienne n'explique pas tout. Il n'est pas possible, même dans le domaine de l'espace pur, de tout coordonner dans une seule synthèse. A plus forte raison lorsqu'on passe au domaine de la physique, la déduction intégrale du réel devient illusoire. Ici la part de l'analyse devient aussi grande que celle de la synthèse, et dans la physique de Newton elle est prépondérante.

Prenons l'exemple de la lumière, que Descartes et Newton ont traité spécialement. Le premier avait espéré construire,

en partant de règles simples fondées sur les attributs de Dieu, la dioptrique et la catoptrique. Il pensait qu'après avoir compris clairement et distinctement l'essence du mouvement lumineux, l'on devait par déduction géométrique expliquer les phénomènes les plus lointains. Les découvertes de Huyghens, de Bradley, de Newton, n'allaient pas tarder à démentir cette prétention. La double réfraction, l'aberration, la dispersion, sont autant de branches nouvelles de l'optique que le calcul seul ne peut rattacher les unes aux autres. Ici donc l'analyse devra venir en aide à la synthèse. Comment la physique mathématique pourra-t-elle s'acquitter de ce rôle analytique en même temps que de son rôle déductif ? Nous en avons vu un exemple lorsqu'il s'est agi de la mécanique rationnelle et le même procédé s'applique à toutes les parties de la physique. Les mathématiques interviennent en physique à différents moments et sous des aspects différents. Descartes a bien vu qu'elles pouvaient donner la rigueur aux déductions tirées d'un principe. Il n'a pas remarqué qu'elles pouvaient servir à dégager régulièrement les principes eux-mêmes. Ces principes, en physique comme en astronomie, sont toujours des vérités de bon sens fondées sur des observations directes. Mais pour que ces vérités deviennent utilisables, il faut qu'elles reçoivent une expression précise. Le rôle des mathématiques est justement de tirer analytiquement ces définitions de la comparaison quantitative des faits.

C'est ainsi que les phénomènes de réfraction, de polarisation, de dispersion, deviendront le point de départ de synthèses utiles une fois que l'analyse aura défini clairement ce qu'il faut entendre par indice, longueur d'onde, courbe de dispersion. Newton a parfaitement compris qu'il fallait laisser dans chaque partie de la physique une porte ouverte à des ordres nouveaux de phénomènes. Si la physique mathématique était une synthèse complète, elle serait nécessairement, comme celle de Descartes, fermée et exclusive. Au lieu de cela, la Physique de Newton procède toujours par analyse avant d'employer la synthèse. Là où les observations sont arrivées à un point de maturité convenable, une idée physique nouvelle peut naître, que les mathématiques éclairciront d'abord, développeront ensuite. Il est donc possible à la physique mathématique, en renon-

çant aux synthèses absolues, de s'adapter progressivement aux découvertes de fait. Les mathématiques interviennent en physique dès le début de la science : c'est leur rôle analytique qui prépare les définitions. Une fois les définitions posées, la synthèse peut se développer sans risque d'erreur pourvu qu'on la guide par l'expérience.

Si la physique revêt chez Newton un caractère mathématique original, qui la différencie nettement de la physique cartésienne et la rapproche de la physique moderne, cela tient à des raisons historiques sur lesquelles il faut s'arrêter.

Nous avons trop de tendance à considérer aujourd'hui la physique mathématique, comme une *application* des mathématiques à la physique, de même qu'on envisage la géométrie analytique comme une *application* de l'algèbre à la géométrie. Dans l'état de spécialisation de la science moderne, une telle façon de voir peut se comprendre. Une fois qu'une méthode nouvelle a été « amorcée », c'est-à-dire qu'elle a été illustrée par un premier exemple, il est loisible à des savants spécialisés, de chercher de parti pris des exemples analogues, en appliquant à certains phénomènes des théories inventées pour d'autres. On peut citer comme exemple la théorie du potentiel. Créée par Newton pour répondre aux besoins astronomiques, elle a été élargie par des mathématiciens de profession de façon à répondre à la fois aux problèmes d'électricité, de magnétisme, d'élasticité. Mais au début de chaque science, les choses se passent tout différemment. Il est certain que pour Descartes, la géométrie analytique n'est pas une *application* de la science des nombres à l'étude des figures. Elle témoigne simplement de l'état d'indivision où se trouvait à l'époque de Descartes l'algèbre par rapport à la géométrie. C'est seulement pour le mathématicien moderne, qui a vu se différencier très nettement l'algèbre d'une part, la géométrie de l'autre, qu'il est possible de juger la tentative de Descartes comme un essai d'adaptatation de l'une à l'autre. En réalité aucune des sciences n'était assez développée au début du XVII[e] siècle pour se passer de l'appui de l'autre, et ce que nous devons admirer chez Descartes, c'est plutôt le perfectionnement qu'il a apporté à l'algèbre que la nécessité où il s'est trouvé de la mener de front avec la géométrie.

En ce qui concerne les rapports de la physique et des mathématiques, il faut éviter une erreur analogue. Il arrive aujourd'hui que nous pouvons emprunter aux mathématiques des théories constituées de toutes pièces et les adapter aux besoins de la physique[1]. Mais il ne faut pas croire qu'à l'époque de Newton des adaptations de ce genre aient été possibles. Le progrès immense accompli par la découverte du calcul infinitésimal ne pouvait s'apprécier tout de suite avec exactitude. Tiré de problèmes astronomiques ou physiques, ce calcul était encore trop mélangé d'éléments concrets pour qu'on pût songer à le développer pour lui-même, et à en faire ensuite l'application aux faits. On a vu dans un chapitre précédent que la notion de dérivée était restée inséparable de la notion de vitesse, celle d'intégrale étroitement liée à l'idée de poids ou de volume total. Le calcul des fluxions ne pouvait donc commencer par *s'appliquer* aux questions physiques ; il devait tendre d'abord à *s'en dégager*. Il faut bien comprendre ce que la physique de Newton présente par là d'exceptionnel et de frappant. Les mathématiques et la physique sont jusqu'à un certain point indivises dans ses ouvrages, en même temps qu'une tendance se manifeste vers un certain partage d'attributions.

Deux conceptions s'offraient à Newton en ce qui concerne les rapports de la physique et des mathématiques. Il pouvait d'abord suivre comme Leibniz, l'exemple de Kepler, de Descartes, de Bacon lui-même, et chercher dans la physique mathématique un symbolisme absolu. Il est possible en effet de regarder les mathématiques comme un pur mécanisme destiné à faciliter le rôle de la logique. Alors nous affecterons chacune de nos idées d'un symbole déterminé, et la science physique se réduira au choix et à la combinaison de ces symboles.

C'est ainsi que pour Descartes la connaissance distincte des natures simples entraîne comme conséquence tout l'ensemble des lois physiques. Il suffit de qualifier d'un symbole littéral

1. C'est ainsi que le calcul des probabilités a rendu possible la théorie cinétique des gaz, et que des théories abstraites comme celles de Riemann et de Cauchy ont pu trouver leur application en hydrodynamique ou en optique.

chacune de ces natures éternelles, nécessaires, absolues, pour ramener à un calcul d'algèbre la solution d'un problème physique. Leibniz est allé plus loin dans cette voie. Les mathématiques ne jouent en physique qu'un rôle combinatoire. Étant donné un certain nombre d'idées munies chacunes d'un symbole caractéristique, les lois logiques, ou, ce qui revient au même, les lois mathématiques, permettent de trouver toutes les combinaisons d'idées que la nature peut réaliser. A chaque perception de chaque monade il est possible de faire correspondre un signe spécial, et l' « art combinatoire » sert à classer ces perceptions en séries nécessaires.

On voit que Descartes et Leibniz, bien qu'on ne puisse trouver ni chez l'un ni chez l'autre de physique mathématique, avaient une tendance à donner aux mathématiques une portée physique absolue. Ils ne séparaient pas les règles du calcul de la métaphysique, et faisaient des signes algébriques non des symboles de relation, mais des symboles de choses. Ils eussent créé plus aisément une métaphysique mathématique qu'une physique mathématique.

Les lettres et les nombres, nous le savons, ne sont pas seulement des symboles d'objets, ce sont aussi des mesures de grandeurs. On peut même dire qu'une science n'est positive que lorsque les signes dont elle se sert deviennent l'expression de mesures précises. L'usage de certains symboles était courant chez les alchimistes du xve siècle. Ils désignaient les métaux nobles par les signes caractéristiques des cinq grandes planètes. Pourtant leur science n'avait rien de mathématique, car sous ces symboles ne se cachait aucune grandeur mesurable. Dans la chimie moderne, les différents éléments ont été eux aussi affectés de lettres spéciales. Mais ces lettres ne signifient plus l'élément considéré d'une manière vague, elles indiquent un poids déterminé, parfaitement mesurable, de chaque matière. Tout de suite la chimie a gagné par là de devenir mathématique. Elle a pu écrire des équations simples auxquelles les calculs élémentaires s'appliquent.

Newton a fait pour la physique ce que la notation moléculaire devait faire pour la chimie. C'est la tendance tout à fait nette de Newton d'attribuer partout aux symboles mathématiques une signification non pas descriptive, mais métrique. Au

lieu de considérer la science mathématique comme un système de notations absolues, calquées sur la réalité absolue, il en fait un ensemble de mesures relatives. Pour lui, s'il existe une science universelle, ce n'est pas l'art de combiner, c'est l'art de mesurer[1]. En ce sens il faut placer sur le même rang les mathématiques, la mécanique, la physique, toutes les sciences qui sont parvenues à faire des mesures exactes. A vrai dire, il n'est qu'une seule science, celle qui observe les rapports des phénomènes, en détermine les lois numériques et en prévoit l'apparition. Mais selon l'ordre de phénomènes qu'on étudie, cette science prend des noms différents. Elle s'appelle arithmétique, géométrie, algèbre, lorsqu'il s'agit de mesurer des grandeurs abstraites, mécanique, lorsqu'il faut mesurer des forces, physique proprement dite, quand la mesure doit porter sur des quantités sensibles. Dans tous les cas, les procédés employés sont les mêmes, et ce sont seulement les nécessités pratiques qui ont amené à développer d'abord les parties les plus simples de la science.

Déjà dans l'arithmétique et la géométrie se trouve quelque chose qui laisse prévoir la physique. Opposer les mathématiques et la physique comme ce qui est science à ce qui est art n'est légitime en aucune façon. L'arithmétique est elle aussi un art[2], et le véritable travail qu'elle exige est déjà un travail physique. Sitôt qu'on s'attache moins à l'enchaînement des nombres qu'au sens des mesures, on fait de l'arithmétique une science concrète, la science physique la plus simple de toutes. Réciproquement la physique la plus élevée n'est science que dans la proportion où elle participe des mesures précises : elle est l'arithmétique des phénomènes sensibles. Au fond il y a passage continu des sciences qu'on nomme mathématiques à celles que nous appelons physiques. Elles s'occupent toutes de relations numériques entre des objets de plus en plus complexes. L'*application* des mathématiques à la physique ne pouvait être chez Newton qu'une *complication* des mesures mathématiques à l'occasion des problèmes physiques.

1. Cf. *Principes*, Préface de 1686. « La géométrie n'est autre chose qu'une branche de la mécanique universelle, qui traite et qui démontre l'art de mesurer. »

2. V. *Meth. Univ.*, Ed. Beaudeux, p. 91.

D'ailleurs Newton a exposé lui-même [1] en quel sens la véritable physique est mathématique, et il est intéressant de constater qu'il fait des mathématiques non un auxiliaire de la physique, mais la première et la plus simple des sciences physiques. L'arithmétique, la géométrie, toutes les sciences exactes ont commencé par être des sciences mécaniques. Elles avaient pour objet de répondre au besoin de mesure qui est une des premières nécessités de la pratique. Parmi ces sciences il en est qui parviennent de bonne heure à découvrir des procédés de mesure rigoureuse. Telles sont la géométrie et l'arithmétique, que l'on a appelées pour ce motif des sciences rationnelles. Par opposition à ces sciences exactes, les anciens ont fait de la mécanique une science appliquée, incapable de mesures précises, et qu'ils ont appelée empirique. Mais cette distinction est entièrement factice. Il fut une époque où la géométrie procédait elle aussi par tâtonnements, et inversement il devait arriver un temps où l'exactitude de la mécanique ne le céderait en rien à celle des sciences abstraites. « Les erreurs que commet celui qui exerce un art sont de l'artiste et non pas de l'art. Celui qui opère moins exactement est un mécanicien moins parfait et conséquemment celui qui opérera parfaitement sera le meilleur » [2]. Il suit de là que le géomètre ne pratique pas une méthode différente par essence de la méthode physique ou mécanique. La science qu'il cultive est pratique comme les autres, seulement elle est arrivée, depuis plus longtemps à des procédés parfaits. « La Géométrie appartient en quelque chose à la Mécanique, car c'est de cette dernière que dépend la description des lignes droites et des cercles sur lesquels elle est fondée. Il est effectivement nécessaire que celui qui veut s'instruire dans la Géométrie sache décrire ces lignes avant de prendre les premières leçons de cette science. Après quoi on lui apprend comment les problèmes se résolvent par le moyen de ces opérations. On emprunte de la Mécanique leur solution : la Géométrie enseigne leur usage et se glorifie du magnifique édifice qu'elle élève en empruntant si peu d'ailleurs. La

1. Préface à la 1re Edition des Principes, 1686.

2. *Préf. à la 1re Ed. des Principes.* 1686.

Géométrie est donc fondée sur une pratique mécanique[1] ».

Il est évident aux yeux de Newton que la mécanique ne diffère de la géométrie que par le degré de complexité, et l'on en peut dire autant de la physique comparée à la mécanique. La physique prolonge la mécanique, comme celle-ci fait suite à la géométrie. Après la mesure des longueurs, les anciens n'ont su introduire l'exactitude que dans la mesure des mouvements. Les nécessités de la pratique les avaient amenés à faire la comparaison des poids, et « ils cultivèrent cette partie de la mécanique dans leurs cinq puissances qui regardent les arts manuels. » On peut dire d'Archimède et de Ptolémée qu'ils sont les créateurs de la mécanique mathématique. Mais depuis l'antiquité, le domaine des observations s'est enrichi d'une manière rapide. La densité, la résistance des fluides, la capacité calorifique, la force électrique ont été successivement l'objet d'investigations exactes, et le moment est venu où la mesure mathématique peut s'y appliquer. La Philosophie Naturelle va donc prendre la forme mathématique non parce que cette forme jouit de la vertu spéciale d'entraîner la certitude, mais parce qu'il est naturel d'étendre au monde physique les modes de calcul qui ont fait leurs preuves dans le domaine géométrique et mécanique.

Il résulte de ce qu'on vient de voir que la physique mathématique ne doit pas s'opposer comme celle des modernes à la physique expérimentale. Le nom qui lui conviendrait véritablement est celui de physique positive. Newton est loin de séparer la physique en deux parts, l'une toute expérimentale et inductive, l'autre abstraite et mathématique. Pour lui la physique mathématique est la limite vers laquelle doivent tendre toutes les recherches expérimentales. Mais cette limite ne peut pas être atteinte, et quel que soit le progrès de nos connaissances, il reste un champ ouvert à des progrès ultérieurs, découverte de relations empiriques non encore réduites à la forme exacte, découverte de procédés de calcul permettant d'approcher davantage des lois réelles.

En d'autres termes, la Physique newtonienne possède le caractère essentiel d'une science positive, la possibilité de

1. *Ibid.*

s'adapter progressivement à des ordres de phénomènes nouveaux. Ce caractère, elle n'aurait pu l'acquérir si les mathématiques avaient été conçues par Newton comme une discipline indépendante des faits, procurant une certitude *a priori*. Mais nous savons que pour Newton l'évolution des sciences mathématiques, tout comme celle des sciences physiques, se règle par des raisons pratiques. C'est au fur et à mesure des progrès de la technique et avec les exigences croissantes de l'esprit de précision que les différentes branches des mathématiques sont nées. Elles sont apparues dans l'ordre même où la physique les rendait nécessaires. Si le progrès de la physique est lié à l'instrument mathématique, nous savons aussi que ce dernier s'est perfectionné entre les mains des physiciens.

La fin du XVII[e] siècle marque un moment critique dans l'histoire de ce perfectionnement. Sans la réaction rendue nécessaire par les excès du cartésianisme, la physique positive eût pu attendre longtemps son avènement. On conçoit parfaitement que des métaphysiques nouvelles aient pu prétendre constituer des physiques dogmatiques, sur le type des systèmes de Malebranche et de Leibniz. Mais ces systèmes portaient une cause de ruine dans la rigidité même de leurs développements. La géométrie cartésienne réussissait fort bien à expliquer les traits généraux du mouvement. Elle échouait par défaut de souplesse dans l'explication des détails. Newton représente dans l'histoire de la science le moment où le souci de la précision l'emporte définitivement sur l'esprit constructif. Par dégoût de la métaphysique mathématique, la physique se porte à la fois vers l'expérience et vers l'analyse. Renonçant à emprunter une fausse certitude à des axiomes abstraits, elle cherche à tirer de l'expérience et du calcul des lois de plus en plus approchées. Physique expérimentale et physique mathématique ont donc au début une signification identique. L'une et l'autre sont des efforts pour remplacer des déductions rigides par un système de mesures perfectibles.

De même que la mécanique rationnelle, la physique mathématique doit débuter par des expériences. L'objet de l'optique, celui de l'acoustique, celui de l'électricité ou du magnétisme sont comme l'objet de la mécanique le domaine d'application du bon sens. On peut faire à propos des idées de couleur, de

son, de pression, d'action magnétisante, des remarques analogues à celles qui ont été faites lorsqu'il s'agissait des forces ou des vitesses. Ce que nous pouvons connaître de la réalité est strictement déterminé par la nature de nos sens. La connaissance du savant ne dépasse pas à cet égard celle de l'homme ordinaire. Ils possèdent tous deux de la même façon la compréhension directe de ce qu'est un son, de ce qu'est une couleur. Mais ce qui distingue la science optique de la connaissance purement empirique, c'est qu'elle fait correspondre à une notion de bon sens, comme celle de lumière ou de couleur, une propriété mathématiquement définie qui permet des comparaisons numériques. Le rouge et le bleu ne sont pour l'esprit vulgaire que des qualités irréductibles l'une à l'autre. Ces qualités restent les mêmes pour l'observateur scientifique, mais elles se doublent d'éléments mesurables qui permettent de les traiter comme des grandeurs. Le point de départ de la physique mathématique sera dans cette transformation d'expériences vulgaires en données numériques.

La simplicité, qui est le but de la science, ne se rencontre jamais dans les matières qualitatives. Tant que nous n'introduisons pas l'usage des nombres, il est impossible de dire qu'une loi physique est plus simple qu'une autre ou qu'un phénomène est la résultante de plusieurs autres. C'est ainsi que le vert ou le bleu, considérés uniquement comme couleurs, n'ont rien de plus simple que le blanc ou le gris. Le mouvement d'un corps, si l'on fait abstraction de toute mesure, n'est pas plus simple dans le vide que dans un milieu résistant. Au contraire, sitôt que l'application du calcul aura place dans certains ordres de phénomènes, on pourra faire une classification de ces phénomènes suivant un ordre de complexité croissante en se guidant sur des propriétés numériques. Il sera possible de remonter de quelques faits bien observés à un petit nombre d'axiomes généraux, et de déduire ensuite de ces axiomes, par une voie purement mathématique, des conséquences que l'expérience vérifie. C'est le procédé que Newton indique comme caractéristique de la véritable physique[1]. Il faut que celle-ci

1. V. *Lect. Opt.* Ed. Clark, Lausanne, 1740, Quæstio XXXI. « Hac Analysi licebit ex rebus compositis ratiocinatione colligere simplices ; ex motibus vires moventes ; et in universum, ex effectis causas, ex causisque

commence par se limiter à quelques observations fort simples, et en dégage l'élément mesurable : s'il s'agit de l'étude des sons, il faudra par exemple définir mathématiquement les hauteurs et les intervalles. Alors seulement il sera possible d'adapter ces définitions mathématiques à l'interprétation d'effets complexes, comme ceux d'accord et de résonance. L'effort du physicien doit d'abord et surtout porter sur la création de définitions exactes. Ces définitions joueront le rôle des définitions euclidiennes dans les démonstrations géométriques. Si l'on veut attaquer l'expérience par le calcul, il faut commencer par un travail d'analyse portant sur l'expérience elle-même. Ce ne sont pas nos idées, ce sont les faits qu'il est essentiel d'ordonner d'une façon mathématique.

On comprend mieux la pensée de Newton si l'on se reporte à l'exemple de l'optique, tel qu'il l'a développé lui-même. Les physiciens qui ont précédé Newton avaient essayé depuis longtemps de constituer une théorie scientifique des couleurs. Un premier rudiment de théorie se trouve déjà dans les écrits d'*Aristote*[1]. La lumière est définie par *Aristote* comme une action du corps transparent suscitée par le feu ou par les corps célestes. L'absence de cette action est l'obscurité, et les couleurs sont un mélange confus de lumière et d'obscurité.

Cette théorie de la genèse des couleurs par un mélange d'ombre de lumière devait subsister jusqu'à la fin du XVII[e] siècle. *Képler*[2] emploie presque les mêmes expressions qu'Aristote lorsqu'il dit que « la variété des couleurs est produite par une disposition différente de la matière diaphane par rapport à l'ombre et à la lumière, selon le degré d'épaisseur et de densité, et par les différents degrés d'obscurité qui sont attachés à la matière. » Cette formule confuse de Kepler fut reprise avec un peu plus de précision par le physicien *Antoine de Dominis*[3], qui cherche à classer les couleurs selon la proportion de ténèbres

particularibus generales, donec ad generalissima tandem sit deventum. Atque hæc quidem est Methodus Analytica. Synthetica est, causas investigatas et comprobatas assumere pro principiis, earumque ope explicare phenomena ex iisdem orta, istasque explicationes comprobare. » .

1. *De Anima*. L. II, Ch. 7. *De Sensu*, Ch. III.

2. *Kepléri Opera Omnia*, Ed. Frisch, T. II, p. 134.

3. *De radiis visus et lucis in vitris perspectivis et inde tractatus, Marci Antonii de Dominis*. Venise 1611,

qui s'y mêle à la lumière. Pour lui les couleurs sont une dégradation de la lumière, produite par l'interposition de vapeurs ou de fumées qui interceptent une partie des rayons. Selon l'opacité de cet écran, la lumière paraîtra rouge, puis verte, violette et finalement noire.

Celui des prédécesseurs de Newton qui semble s'être rapproché le plus d'une définition quantitative des couleurs, est *Marcus Marci de Kronland*[1]. Ce physicien avait réalisé l'expérience du prisme dans la chambre noire qui devait être le point de départ des découvertes newtoniennes. Il en avait conclu que « la réfraction transforme la lumière en couleurs, et que les différentes espèces de couleurs sont des parties de différentes réfractions[2]. » Mais ses observations s'étaient arrêtées là. Il n'avait pas su, comme devait le faire Newton, attacher à chaque espèce de couleurs un indice de réfraction déterminé.

Ni *Descartes*, ni les plus illustres de ses successeurs, comme *Grimaldi* et *Hooke*, ne surent élever l'optique physique à la hauteur d'une science mathématique. Descartes avait bien essayé de distinguer les différentes couleurs par un élément cinétique. Il attribuait aux particules lumineuses des vitesses de rotation différentes, et soutenait que la plus grande vitesse correspond au rouge, la plus petite au violet[3]. Mais, avec le défaut de précision qu'on peut lui reprocher trop souvent, il n'avait pas songé à mesurer effectivement ni à prévoir *a priori* par le calcul les valeurs des vitesses. La théorie de *Grimaldi*[4], plus encore que celle de Descartes, était qualitative. Il se contentait de faire appel pour expliquer les couleurs à certains remous de la matière lumineuse à la rencontre d'objets réfringents ou réfléchissants. Quant à *Hooke*[5], le plus sagace et le plus hardi des physiciens précurseurs de Newton, il avait construit une

1. *Thaumantias*, Liber de Arcu Cœlesti deque colorum apparentium natura, ortu et causis, Auctore *Joanne Marco Marci*, Prague, 1648.

2. *Ibid.* p. 83, « Lux non nisi refractione orta in medio denso mutatur in colores, diversæque colorum species sunt partes refractionum diversarum. »

3. Cf. *Dioptrique* (Ed. Cousin, T. V, p. 15) et *Météores* (Ed. Cousin, T. V, p. 268-275).

4. *Physico-Mathesis de lumine*, coloribus et iride, aliisque adnexis libri duo, *Auctore*, *P. Franc. Maria Grimaldi*, S. J. Op. Posth. Bologne 1665.

5. *Micrographia* or some Physiological Descriptions of minute bodies, by *R. Hooke*, Londres 1667.

théorie optique remarquable à bien des égards, surtout par le rôle tout à fait nouveau attribué aux phénomènes d'interférence. C'est par la coloration des lames minces que Hooke essayait d'expliquer toutes les couleurs naturelles. Mais malgré l'ingéniosité de ses aperçus, la *Micrographie* de *Hooke* demeure intéressante plutôt comme intuition que comme mise en œuvre d'une conception mathématique. A vrai dire il restait après Hooke tout à faire en optique physique pour dégager un élément quantitatif analogue à celui qu'avait découvert Descartes dans l'optique géométrique.

On connaît la série d'expériences méthodiques qui conduisirent Newton à la découverte de la dispersion. Ces expériences sont le meilleur exemple du travail préparatoire que l'esprit doit faire s'il veut introduire la précision mathématique dans un ordre de questions physiques. Après avoir placé un prisme près de l'ouverture éclairant la chambre noire, Newton recevait sur le mur de la chambre le spectre émané du soleil. L'existence même du spectre solaire, c'est-à-dire de l'image colorée d'une source blanche, n'est pas ce qu'il y avait de plus saisissant dans l'expérience de Newton, bien que la beauté des couleurs l'ait, dit-il, longtemps frappé d'admiration. Avant Newton, d'autres physiciens avait constaté déjà la dispersion comme fait. Ce qui semble digne d'attention à Newton ce n'est pas tant la transformation qualitative subie par la lumière, que la disproportion prouvée par les mesures, entre les dimensions de l'image et celles de l'objet. Il est remarquable en effet que le spectre solaire au lieu d'affecter la forme circulaire qui est celle du soleil lui-même, s'allonge démesurément dans le sens perpendiculaire au prisme, au point d'être cinq ou six fois plus large que haut. Il y a là une irrégularité mesurable dont il est nécessaire de rendre raison.

Newton commence par éliminer les explications fondées sur les théories énumérées tout à l'heure, pour qui les couleurs doivent prendre naissance aux confins de l'ombre et de la lumière. Il fait voir qu'en modifiant la forme de l'ouverture, la position du prisme, la distance de l'écran, le spectre solaire reste le même bien que les proportions de l'ombre et de la lumière varient notablement. Il exclut ensuite les explications fondées sur l'inégalité accidentelle des surfaces, l'hétérogénéité

du verre, la grossièreté de l'écran. Il montre que les apparences sont constantes lorsqu'on remplace un prisme par un autre, et qu'il est même possible en croisant deux prismes identiques d'annuler par leur assemblage la dilatation produite par chacun d'eux. Il s'agit enfin d'exclure l'hypothèse d'une influence de la parallaxe solaire ou de la diffraction sur les bords de l'ouverture. Newton démontre en se fondant sur les données de l'expérience que la divergence des rayons émanant des deux bords du soleil ne peut suffire à expliquer la divergence beaucoup plus grande des rayons qui sortent du prisme. La supposition d'une diffraction notable est contredite par ce fait que la différence entre la largeur du spectre et le diamètre de l'ouverture est rigoureusement proportionnelle à la distance[1].

Il ne reste alors qu'une explication possible, et c'est elle qu'il s'agit de confirmer par un *experimentum crucis*. On admettra que le pouvoir réfringent du prisme est variable d'une couleur à l'autre, et que la lumière blanche traversant le prisme y est dispersée en radiations élémentaires.

Pour s'assurer de cette idée, Newton intercepte par un écran percé d'un trou toute la lumière qui tombe sur le trou à l'exception d'un pinceau très ténu assimilable à un rayon rectiligne. Si la loi de Descartes était rigoureusement vraie, c'est-à-dire si la lumière réfractée était elle aussi assimilable à un rayon rectiligne, on devrait obtenir sur le mur de la chambre une image circulaire du soleil. Or nous avons un spectre étendu en largeur, et si entre le prisme et le mur nous disposons un diaphragme, nous voyons que le spectre devient une tache ponctuelle, mais une tache colorée. Déplaçons le prisme sans toucher au diaphragme : la tache reste immobile, mais change de couleur. On peut la faire passer d'une manière continue du violet au rouge ou inversement selon le sens de rotation du prisme. Il résulte de là que la réfraction ne s'applique pas à la lumière blanche, dans son ensemble, comme l'avait cru Descartes. Elle s'applique à chaque couleur simple, et chaque fois avec un indice différent.

En d'autres termes les radiations différentes qui contribuent à former la lumière blanche, — Newton savait faire la synthèse

1. Cf. *Lect. Opt.* L. I, Prop. II à VII.

de cette lumière comme il vient d'en faire l'analyse, — sont autant de « lumières » bien distinctes, caractérisées chacune par un *nombre déterminé*. Chacune d'elles suit les lois de réfraction de Descartes, mais elle les suit avec un coefficient particulier. Ce coefficient est exactement *mesurable*, c'est l'indice de la substance pour une couleur donnée[1]. Il suit de là que chaque couleur est non seulement une manifestation qualitative de la lumière, elle obéit à des rapports numériques invariables et connus[2]. Toute radiation monochromatique possède une « *réfrangibilité* » spéciale, et cette « *réfrangibilité* » est une grandeur susceptible d'égalité et d'addition. Il résulte de recherches ultérieures qu'elle possède aussi une « *réflexibilité* » spéciale, et c'est là encore un attribut mathématique, pouvant donner lieu à la comparaison et à la mesure.

On comprend maintenant le sens qu'il faut donner aux *Définitions* mises par Newton au début de l'*Optique*. Ces définitions sont celles du rayon lumineux, de la réfrangibilité[3], de la réflexibilité, de l'homogénéité[4]. Il est clair qu'ici, comme au début des *Principes*, Newton a sacrifié la genèse véritable des définitions à la nécessité de l'exposition euclidienne. Il ne faut pas prendre les définitions fondamentales de l'optique comme des énoncés abstraits que la suite des observations vérifie par hasard. Elles ne sont au fond qu'une traduction géométrique d'expériences très simples et ne devraient être présentées qu'à la suite de ces expériences. Quoi qu'il en soit, ce qu'il nous importe de retenir, c'est la manière dont Newton a introduit dans l'optique physique l'élément quantitatif qui avait échappé à ses prédécesseurs. Il a fait pour la théorie des couleurs ce que Descartes avait fait pour la lumière en général, et ce qu'il est possible de faire pour toute réalité physique : montrer que

1. *Lect. Opt.* Prop. I. « Lumina, quæ colore differunt, ea itidem refrangibilitatis gradibus inter se differunt. »

2. *Lect. Opt.* L. I, P. II, p. 94. « Mathematice definiri omne genus colorum. »

3. *Lect. Opt.* Déf. II. « Major minorve radiorum refrangibilitas, est dispositio ea qua efficitur ut in paribus incidentiis super unum idemque medium, magis minusve de via detorqueantur. »

4. *Ibid.* Déf. VII. « Lumen cujus omnes radii sunt æque refrangibiles id ego simplex, homogeneum et similare appello : cujus autem radiorum alii magis quam alii refrangibiles sunt, id ego compositum, heterogeneum et dissimilare appello. »

la loi de transformation des phénomènes est une loi numériquement déterminée, et tirer de cette loi la définition qui permettra de procéder à des mesures rigoureuses. Toute définition part d'expériences préliminaires, et c'est pour cela qu'elle offre au calcul une base pratiquement assurée.

Les définitions des couleurs, — et la même remarque s'applique aux définitions de la dureté, de l'élasticité, de l'impénétrabilité, — présentent une supériorité évidente sur les définitions scholastiques. A première vue, on pourrait soutenir que le langage de Newton n'est pas si éloigné de celui de la physique scholastique. Il semble que la réflexibilité et la réfrangibilité soient considérées par lui comme des vertus spéciales, des « dispositions » intérieures qui donnent à la lumière toutes « ses propriétés[1] ». Mais remarquons que le mot de « disposition » n'est nullement pris dans un sens mystérieux. On le rencontre déjà chez Bacon pour désigner la structure mécanique des corps par opposition aux qualités occultes. Pour Newton, ce mot un peu vague désigne une propriété mathématiquement saisissable, qui se distingue des qualités occultes par deux caractères essentiels.

D'abord, du fait que la réfrangibilité a reçu une définition mathématique, elle cesse d'être une propriété absolue, accordée à certains rayons, refusée à d'autres. De même la dureté ou la viscosité ne sont plus les « différences spécifiques » de certains corps. Elles appartiennent d'une manière générale à tous les corps et ne sont distinctement définies que par la mesure de leur degré. Les définitions newtoniennes, malgré leur apparence qualitative, cachent toujours un élément numérique, et c'est grâce à cet élément mathématique qu'elles peuvent restituer aux réalités naturelles la continuité que la scholastique leur ôtait. Il n'existe pas quelques types de dureté, mais une infinité de types qui s'échelonnent d'une manière continue jusqu'à l'impénétrabilité parfaite. De même il n'existe pas un nombre limité de couleurs, mais une gradation infinie de couleurs qui s'ordonnent suivant la valeur des réfrangibilités[2].

1. *Lect. Opt.* L. I, p. 5. « Reflexibilitas radiorum est dispositio ea quâ ita comparati sunt ut in quodcumque medium inciderint, ab ejusdem superficie in idem rursus unde projecti sunt medium reflectantur. »

2. Bien que Newton ait longtemps assimilé les sept couleurs principales

En second lieu, la réfrangibilité, la réflexibilité, toutes les qualités physiques nettement définies sont des propriétés stables. Au lieu de cela les qualités occultes sont toujours changeantes et instables. C'est ainsi que dans la théorie d'après laquelle la coloration est produite par les confins de l'ombre et de la lumière, on est obligé souvent de reconnaître qu'une couleur peut se transformer en une autre, ou que l'absence de toute couleur peut se transformer en coloration. De même les propriétés calorifiques des rayons peuvent se transformer en propriétés lumineuses et réciproquement. Il n'y a donc pas de qualité qui soit toujours semblable à elle-même et qui puisse donner lieu à des observations constantes. Tout comme l'alchimie prétend changer en or des éléments qui ne sont pas de l'or, la physique scholastique admet une transmutation des qualités occultes les unes dans les autres. Au lieu de cela les définitions de Newton conduisent à des propriétés toujours identiques à elles-mêmes. Les rayons de chaque couleur qui sont mélangés dans la lumière blanche y conservent leur « propriété colorifique [1] ». Il est inutile de transformer des qualités primordiales en d'autres lorsqu'il s'agit d'expliquer des ordres de phénomènes nouveaux [2]. Les interférences et la polarisation peuvent s'expliquer par les mêmes propriétés que la réfraction ou la dispersion. D'ailleurs la « qualité colorifique » des rayons se conserve par des réfractions successives, et il est impossible, quel que soit le nombre des prismes, de transformer la lumière rouge en lumière bleue ou inversement [3].

On voit que ce qui caractérise chaque couleur est une qualité immuable (congenita proprietas). Le but du physicien, en optique comme ailleurs, est précisément de dégager des « qualités congénitales », c'est-à-dire des propriétés qu'on ne sera

du spectre aux notes de la gamme, il dut reconnaître lui-même que cette comparaison n'avait pas de fondement. — Cf. *Opt.* L. I, P. III Prop. III, « Eorum (colorum) gradus infiniti serie continuata. »

1. Cf. *Opt.* L. I, P. II, Prop. V, Exp. XII. « Radios diversos in eo albo lumine inter se commixtos, suam tamen retinere colorificam qualitatem. »

2. V. *Opt.* Quæst. XXVII. « Non pendent phænomena luminis ex novis modificationibus (quomodo commenti sunt physici), sed ex congenitis et immutabilibus radiorum proprietatibus. »

3. *Opt.* L. I, P. II, Prop, II. « Omne lumen homogeneum colorem habet proprium et suum, refrangibilitati suæ respondentem ; isque color nullis reflexionibus aut refractionibus mutari potest ».

plus obligé de modifier et qui suffiront à fournir par voie de synthèse la reconstitution complète des faits. On reconnait dans ces propriétés « congénitales » l'équivalent des « lois élémentaires » de la mécanique rationnelle. Comme la loi de la gravitation universelle a donné une base stable à tout l'édifice de l'astronomie newtonnienne, les définitions mathématiques du rayon lumineux, de la réflexibilité, de la réfrangibilité, permettront à Newton, sans avoir recours aux qualités occultes, de créer la physique des couleurs.

A côté des avantages que nous venons de signaler, les définitions de la physique mathématique présentent certains dangers. Il peut d'abord arriver qu'elles mènent à des contradictions. Rien ne prouve qu'un certain ordre de phénomènes ne puisse pas présenter des éléments mesurables d'espèce différente, et les définitions mathématiques pourront procéder indifféremment de l'un ou de l'autre de ces éléments. Alors il sera nécessaire de vérifier que toutes les définitions d'une même propriété physique se ramènent effectivement l'une à l'autre. Pour cela des expériences de contrôle seront nécessaires.

C'est ainsi que, pour prendre un exemple emprunté à Newton, la réflexibilité de la lumière peut se manifester par deux effets différents, tous deux mesurables, propres tous deux à servir de point de départ à une définition. On pourra d'abord définir la réflexibilité d'une certaine lumière par l'intensité relative du faisceau réfléchi comparé au faisceau transmis. On pourra ensuite la définir tout aussi bien par l'angle minimum de réflexion totale. Il sera nécessaire de démontrer avec soin que ces deux définitions ne sont pas contradictoires. C'est ce que Newton fait par la voie expérimentale, et ce qu'on peut tenter également de faire *a priori*.

Les modernes se sont souvent heurtés depuis Newton à cette multiplicité des définitions mathématiques, qui mène soit à des contradictions soit à des redites. C'est ainsi qu'une des principales difficultés qu'on a rencontré dans le choix des unités électriques est l'incompatibilité des définitions classiques de *l'intensité de courant*, selon qu'on se place au point de vue électromagnétique ou au point de vue électrostatique. Dans tous les cas, la règle à suivre est la même. Une définition

mathématique ne doit être reçue en physique que lorsqu'elle est compatible avec toutes les autres.

Pour s'en assurer, il importe d'éliminer des définitions physiques toute hypothèse sous-entendue. A vrai dire ce sont les hypothèses tacites qui sont le grand danger de la physique mathématique. Ainsi il est extrêmement difficile à un physicien de nos jours de définir les propriétés fondamentales de la matière sans y faire entrer une foule d'idées admises, mais dont rien ne démontre la compatibilité. La physique mathématique porte en elle-même le remède à ce danger. Lorsqu'une définition a été transformée en formule, nous voyons immédiatement qu'elles sont les conditions requises pour que la formule soit valable[1]. Si l'on veut constituer une physique rigoureuse, il est de toute nécessité que les définitions primordiales ne renferment aucun postulat implicite. Eviter, non tout ce qui est hypothèse, mais tout ce qui est hypothèse inconsciente, tel est le premier devoir de la physique. Les définitions fondamentales ne sont assurées que si nous nous rendons un compte exact de tout ce qui s'y trouve admis.

Une fois les définitions posées, la physique mathématique va être en état de réduire les phénomènes à des lois simples. L'idée de simplicité peut prêter à une interprétation ambiguë. On peut considérer la simplicité de la nature soit comme un postulat soit comme un résultat de la science. La première manière de voir est celle de Descartes, et il faut reconnaître qu'elle a ses partisans chez un bon nombre de physiciens modernes[2]. Pour Descartes la logique exige que l'ensemble des phénomènes naturels se réduise d'une manière définitive et complète à un petit nombre de « natures simples ». Ces natures simples sont dans le système de Descartes des idées qui n'ont pas besoin d'explication, parce que l'analyse n'ajouterait rien à la clarté de l'intuition. Parmi les physiciens modernes, ceux qui font de la croyance à la simplicité le fil directeur de la physique, partent d'une hypothèse assez voi-

1. En principe il convient d'employer des définitions qui supposent le minimum possible. La définition de la réfrangibilité, telle que la donne Newton, est indépendante de toute hypothèse sur la propagation de la lumière.

2. V. par exemple H. Poincaré, *la Physique Expérimentale et la Physique Mathématique*. Revue générale des Sciences, 15 novembre 1900.

sine de celle de Descartes. Ils pensent qu'il faut s'arrêter quelque part, et « pour que la science soit possible, il faut s'arrêter quand on a trouvé la simplicité[1] ». La simplicité est donc conçue par l'esprit avant d'être vérifiée par les choses, et le travail scientifique consiste à rapprocher l'ordre des choses de l'idéal logique.

Malgré les différences qui séparent des philosophes comme Descartes de savants comme Laplace ou Fresnel, on peut dire qu'ils sont les uns et les autres à l'opposé de la conception newtonienne. Pour Newton la simplicité de la nature n'est ni une croyance ni un postulat. C'est un fait que l'expérience enseigne et que le calcul met à profit. Il est faux de croire que la simplicité soit un idéal intellectuel dont la nature est tenue de se rapprocher. Il y a assurément des théories physiques dont le mérite est de ramener un phénomène complexe à des éléments simples. Mais il y en a aussi dont la valeur est tout autre. Elles font voir que l'esprit mettait le simple là où en réalité se trouve le composé. C'est ainsi que l'optique newtonienne *complique* la nature en montrant que la lumière blanche peut s'analyser et n'emprunter l'apparence du simple qu'à l'extrême multiplicité de ses éléments. La simplicité ne doit donc pas être regardée comme la condition *a priori* de toute physique. Admettre cela, c'est se condamner à poser une fois pour toutes une idée absolue de la simplicité et à rejeter comme irrationnel tout ce qui ne vient pas se ranger sous cette idée. Descartes est tombé dans ce défaut, et en faisant du mécanisme moléculaire le type définitif de toute simplicité, il a été obligé d'inventer des explications arbitraires pour tous les phénomènes difficilement réductibles à ce mécanisme. De là le caractère factice d'un grand nombre de ses propositions. Si l'on veut que la simplicité serve de guide et non d'entrave à la physique, il faut que cette idée soit susceptible d'évoluer parallèlement aux connaissances expérimentales. A cet effet, Newton va s'efforcer de chercher la simplicité dans un caractère que le cartésianisme avait complètement négligé, l'homogénéité des phénomènes physiques.

Supposons que nous cherchions la loi simple qui préside à

1. *Ibid.* p. 1165.

l'amortissement des oscillations du pendule. Le pendule est placé dans un fluide résistant, et l'on étudie le retard subi à chaque oscillation du fait de cette résistance. Nous n'avons pas ici à supposer de loi simple que l'expérience doive vérifier. La simplicité se déduira au contraire de l'analyse des faits. Il faudra commencer par prendre les nombres bruts qui correspondent aux arcs décrits à chaque oscillation. Puis on observera que la « résistance de l'air » est quelque chose de complexe. En attribuant à la « résistance de l'air » la totalité de l'amortissement, nous faisons nécessairement une erreur, puisqu'il intervient dans le retard du pendule des effets de frottement, des effets d'échauffement, des effets complémentaires de toute sorte. La tâche du physicien consiste à dégager quelque chose d'homogène de cet ensemble d'effets hétérogènes. Il doit isoler par l'analyse des mesures un terme toujours semblable à lui-même, toujours dû à une cause identique, et qu'il pourra rapporter à proprement parler à la « résistance de l'air ». Il aura ainsi tiré d'un groupe d'observations un ensemble de nombres ordonnés, et cet ensemble laissera apercevoir une loi qu'il sera permis d'appeler simple.

C'est en effet une vérité d'expérience que là où se trouve l'homogénéité, là aussi se trouve la simplicité. L'optique physique en est un exemple. La décomposition de la lumière solaire par le prisme fournit un faisceau de rayons dispersés qui constituent un ensemble à bien des égards plus compliqué que le rayon primitif. Ainsi nous ne pouvons plus appliquer à ce faisceau les formules simples de la dioptique. Il ne fournit plus au foyer d'une lentille d'image nette puisqu'il n'a plus une direction de propagation unique. Pourtant la décomposition de la lumière blanche en une infinité de lumières monochromatiques est un progrès vers la simplicité. Nous remplaçons bien un rayon rectiligne par une infinité de faisceaux divergents, mais chacun de ces faisceaux va désormais se comporter comme un rayon rectiligne *indécomposable*. En soumettant une lumière déterminée à une série de réfractions successives, Newton montre qu'on ne découvre pas dans cette lumière une hétérogénéité indéfinie. Les radiations dont elle est composée deviennent de plus en plus homogènes, et en même temps il est permis de dire qu'elles deviennent de plus en plus simples.

La lumière blanche, quoi qu'en pensât Descartes, ne suit pas une loi de réfraction rigoureuse. Les lumières homogènes au contraire suivent une loi de réfraction parfaitement géométrique. La simplicité a été trouvée dans ce cas, comme dans celui que nous avons examiné d'abord, par une *épuration* progressive des mesures. Elle ne pouvait être prévue *a priori*, mais elle s'est dégagée d'une manière de plus en plus nette à mesure qu'on approchait de l'homogénéité parfaite. Est-ce à dire que même par ce moyen on puisse prétendre à une simplicité absolue, à une homogénéité parfaite? Newton le nie expressément[1]. Mais il suffit que nous puissions nous élever par une approximation de plus en plus exacte de l'homogène, à une simplicité de plus en plus grande, pour que le progrès de la science soit possible et son application assurée.

La physique mathématique découvre l'homogène et le simple par deux procédés exactement complémentaires, que Newton emploie fréquemment l'un et l'autre, bien qu'il ne les ait nulle part expressément définis.

Le premier de ces procédés, que l'on peut appeler un procédé de *désintégration*, consiste à déduire une loi simple de la décomposition d'un phénomène complexe. Ce n'est au fond que le prolongement de la méthode qui nous a servi en mathématiques à décomposer l'aire d'une courbe en parties suffisamment homogènes pour qu'on puisse leur appliquer les formules de la géométrie élémentaire. On se rappelle que la mesure des aires était justement fondée sur ce principe qu'en donnant à l'abscisse des accroissements très petits, les « éléments » ou « moments » de l'aire sont assimilables sans erreur à des rectangles.

Newton se sert d'une méthode analogue pour dégager en physique des lois élémentaires. L'exemple le plus net qu'on en puisse donner est le théorème par lequel Newton démontre l'incompatibilité du système cartésien avec la mécanique des fluides[2]. Il s'agit de faire voir que si une sphère se meut d'un

1. V. *Lect. Opt.* L. I. P. II, Prop. 2, p. 88. Et aussi Déf. VII. « Prius lumen ideo homogeneum appello, non quod id plane et omnimodè homogeneum esse affirmare velim, sed quod radii qui pari sunt refrangibilitate, iidem in iis saltem omnibus, de quibus in hoc libro discernendum erit, proprietatibus inter se conveniunt. »

2. *Principes*, L. II, S. 9. Prop. LII, p. 416.

mouvement de rotation uniforme autour d'un de ses diamètres, il est impossible que le fluide entraîné se meuve conformément aux lois de Kepler. Nous avons vu plus haut quelle était l'importance de ce théorème physique en ce qui concerne la théorie de la gravitation universelle[1]. Newton commence par décomposer le tourbillon mobile en une infinité de couches ou d'*orbes*. En partant de la formule de Huyghens relative à la variation de la force centrifuge avec la distance, et en la combinant avec la loi de l'action et de la réaction appliquée à l'influence mutuelle des *orbes*, Newton montre que chacun de ces *orbes* doit décrire une révolution complète en un temps proportionnel au carré de la distance. Décomposons maintenant chacun de ces *orbes* en *anneaux* correspondants aux zones infinitésimales qu'on peut délimiter sur la sphère. Il résulte d'une démonstration voisine de la première que ces anneaux doivent eux aussi posséder des temps périodiques proportionnels au carré de la distance. Enfin découpons dans chaque anneau un *élément* infinitésimal, nous verrons encore par un calcul immédiat que cet élément doit suivre dans son mouvement la même loi que les anneaux et les orbes. Par suite il ne peut obéir à la loi keplérienne de la raison sesquiplée des distances. Mais cet élément est un point *arbitraire* pris au sein du tourbillon cartésien. Il ressort donc de cette analyse mathématique qu'on ne peut trouver aucune parcelle de matière qui puisse suivre à la fois les lois du mouvement tourbillonnaire et celles du mouvement keplérien. On obtient ici, par une désintégration progressive, la loi physique qui convient aux parcelles d'un fluide en le réduisant à des éléments géométriques de plus en plus simples. Cet exemple suffit à faire comprendre la méthode de Newton. On voit qu'elle consiste essentiellement dans l'application à la réalité physique des méthodes propres au calcul infinitésimal. Si la décomposition mathématique des phénomènes n'a pas été développée par Newton avec la même précision en optique qu'en mécanique, cela vient, non à un changement de méthode, mais au manque de données numériques.

La raison qui fait le succès des procédés de désintégration est déjà clairement indiquée par Newton dans le premier livre

1. V. ci-dessus, la Mécanique Céleste et la Gravitation Universelle.

des *Principes* [1]. L'exemple de l'aimant nous apprend que toute action physique est une résultante d'actions élémentaires semblables entre elles. Lorsque nous brisons un aimant en une infinité de morceaux, chacun de ces morceaux est un aimant complet, et la force réelle qui produit les attractions magnétiques se trouve par l'addition des forces infinitésimales dues aux molécules de la matière attirante. De même en élasticité, en capillarité, les effets d'ensemble peuvent se décomposer en une infinité d'effets partiels. Connaître les formules simples qui régissent les derniers, c'est connaître implicitement la loi des premiers. « Dans tous les cas de cette espèce, on trouvera les « attractions des corps en assignant des forces à chacune de « leurs parties, et en sommant toutes ces forces ». Ceci veut dire que Newton étend à toute la physique le principe mécanique de l'additivité des forces. Il ne songe pas à examiner un seul instant l'hypothèse contraire, savoir que les actions élémentaires se modifient en se superposant. Nous ne pouvons pas lui en faire reproche, puisque cette manière de voir s'est trouvée justifiée dans presque toutes les branches de la physique moderne. Pourtant il eût été désirable que Newton, au lieu de se fonder sur la seule « vraisemblance [2] », présentât son idée comme une vérité de fait.

En effet il est différentes manières de décomposer un phénomène donné en éléments simples. L'expérience seule peut décider laquelle de ces décompositions est la plus féconde. C'est ainsi que plus tard, lorsque Ampère découvrit les lois fondamentales de l'électrodynaniqne, ce sont des expériences systématiques qui lui permirent de les dégager. Nous savons aujourd'hui que si l'on se place au point de vue du pur calcul, l'action d'ensemble de deux courants l'un sur l'autre peut s'expliquer tout aussi bien par une infinité de lois élémentaires différentes [3]. Ce qui fit pendant longtemps des lois d'Ampère de véritables axiomes scientifiques, c'est qu'elles ont répondu pendant ce temps à l'état des expériences acquises. Depuis que des faits

1. Section 11, Prop. LXIX, Scholie.

2. *Principes*, L. I, S. 11. Prop. LXIX, Scholie. « Il est *vraisemblable* que les forces qui sont dirigées vers des corps dépendent de leur nature et de leur quantité, ainsi qu'il arrive dans l'aimant. »

3. Cf. *P. Drude, Physik d. Æthers*, Ch. V.

nouveaux ont été trouvés, il n'est plus certain que la réduction classique des forces électrodynamiques aux forces d'Ampère garde une valeur absolue.

D'ailleurs Newton avait entrevu le rôle indispensable de l'expérience dans le choix des lois élémentaires. Lorsqu'il s'agit, par exemple, de trouver la forme mathématique de l'attraction exercée par certains genres de matières (matière gravitante, matière aimantée, etc.), Newton recommande[1] de « faire « de cette matière une sphère, un cylindre, ou un autre corps « régulier, dont la loi d'attraction puisse être déterminée. « Ensuite on fera des expériences pour déterminer la loi sui« vant laquelle ce corps attire un corpuscule placé à diffé« rentes distances, et de la loi que suivra l'attraction du total, « on tirera celle que doivent suivre toutes ses parties. » On conçoit que dans le choix de telles expériences, l'initiative du physicien joue un grand rôle. Il dépend du génie particulier de chaque savant de conduire les expériences de façon à dégager le plus commodément l'élément simple. L'arbitraire ici est d'ailleurs limité par les analogies qu'indique la nature. Ainsi lorsqu'on veut trouver la loi des actions qui font décrire à un mobile une trajectoire donnée, c'est suivant la tangente et la normale qu'il sera commode de décomposer la force, parce que cette décomposition est parfois réalisée dans la nature. De toutes façons, lorsqu'un mode de décomposition a été trouvé par le calcul, il reste à vérifier par l'expérience qu'il est effectivement valable.

En même temps que les procédés de *désintégration*, Newton utilise des procédés tout différents. On peut les appeler des procédés de sommation. L'idée qu'on doit découvrir l'homogène ou le simple en décomposant la réalité donnée, n'était pas chez Newton entièrement originale. C'est surtout par le caractère mathématique précis imposé à cette décomposition que Newton se distingue de Hooke ou de Descartes. Au contraire l'idée qu'une complication suffisante peut parfois redonner le simple, et qu'il est avantageux de mélanger les causes pour retrouver l'apparence d'une cause unique est une idée entièrement nouvelle que la science moderne doit certainement à Newton.

1. *Principes*. L. I, S. 13, Prop. XLII.

Expliquons cette idée sur un exemple classique. On sait que longtemps la théorie des gaz s'est contentée d'une simplicité apparente qu'elle empruntait aux lois de Boyle et de Gay-Lussac. Quoi de plus évidemment simple que la proportionnalité des densités aux pressions, ou des volumes aux températures absolues ? Il semble qu'il n'y ait pas lieu de chercher plus loin une explication plus instructive des faits. Et en effet la simplicité apparente qui est le propre des lois comme celles de Boyle et de Gay-Lussac a été longtemps invoquée comme le meilleur argument en faveur de leur exactitude.

Nous savons pourtant que la théorie des gaz a dû se modifier avec le progrès des expériences. Les propriétés mécaniques et thermiques des gaz ont dû se concilier avec des observations nouvelles, touchant le frottement et la diffusion. En même temps le besoin s'est fait sentir d'expliquer les propriétés des mélanges de gaz en faisant appel au plus petit nombre d'hypothèses possible. On a cherché à rendre compte de l'égalisation spontanée des températures et des pressions au sein d'un mélange gazeux. De là la théorie dite cinétique dont le point de départ est le suivant. La simplicité des lois que suivent les corps gazeux est une simplicité purement apparente. En réalité les gaz se composent d'une infinité de molécules en mouvement dont nous ne percevons que l'agitation moyenne. Les directions et les vitesses y sont variées à l'infini, et si l'on étudie le mouvement d'un gaz comme un problème de mécanique rationnelle, on peut dire que la complexité des données défie toute solution rigoureuse. Malgré cela une théorie a pu s'édifier, qui retrouve par un mode nouveau de calcul toutes les propriétés élémentaires des gaz. Il a fallu substituer à l'étude d'équations exactes, l'étude des *valeurs moyennes*. En se fondant justement sur l'extrême complexité des faits, qui veut que parmi les molécules en mouvement toutes les directions et toutes les vitesses soient représentées, on a pu démontrer que les *vitesses moyennes*, et par suite les *pressions* et les *températures moyennes*, suivent des lois simples qui se rattachent l'une à l'autre. On retrouve donc la simplicité de la nature, mais sous la forme d'une simplicité cachée. Chaque mouvement moléculaire, pris isolément, s'effectue suivant des lois compliquées. En combinant ces lois toutes différentes

entre elles on retrouve une régularité apparente. C'est justement le propre de la théorie cinétique des gaz, et de toutes les théories analogues[1] de substituer un calcul de moyennes, qui conduit à des apparences d'ordre, aux calculs exacts de l'ancienne physique, pour qui l'ordre est supposé tout d'abord.

Newton a fort bien compris le parti que pouvait tirer la physique de ce calcul des valeurs moyennes. Mais l'instrument mathématique dont il disposait n'était pas assez perfectionné pour lui permettre d'édifier des théories complètes. Malgré cela on trouve dans l'*Optique* un certain nombre d'exemples curieux de cette façon de procéder.

La sommation d'une infinité d'éléments permet de se rendre compte, d'après Newton, de l'origine des couleurs naturelles[2]. Il ressort en effet des théorèmes de l'optique qu'une lame mince d'une substance transparente prend sous l'action de la lumière solaire une teinte parfaitement déterminée. Cette teinte, comme il ressort de l'expérience des « anneaux », est fonction de l'épaisseur de la lame, pourvu que cette épaisseur soit très petite. Elle est même fonction périodique de l'épaisseur, c'est-à-dire que si l'on fait croître celle-ci de façon que la teinte passe du rouge au violet, un nouvel accroissement de l'épaisseur donnera une couleur « rouge du second ordre » à laquelle succèderont l'orangé, le vert, le bleu « du second ordre ». Il est possible d'obtenir de la sorte une succession continue de spectres qui peuvent s'étendre jusqu'au cinquième ou sixième ordre. Faisons alors l'hypothèse naturelle que les corps se composent de molécules très petites, assez minces pour présenter le phénomène des anneaux. Ceci ne veut pas dire que les molécules soient de forme lamellaire, mais simplement que leur diamètre moyen est du même ordre que celui d'une lame mince. Alors la molécule possédera une coloration propre, qui est caractéristique de son épaisseur. Si un corps est suffisamment homogène pour que les molécules d'une certaine espèce y prédominent, la couleur propre de ces molécules l'emportera d'autant. Un corps sera bleu ou vert lorsque la dimension moyenne

1. La théorie électronique des métaux, par exemple.

2. V. *Lect. Opt.*, L. II, P. III, Prop. VII à X.

des particules qui le composent est celle qui correspond à l'apparition de ces couleurs[1].

On voit que la sommation d'un grand nombre de phénomènes peut arriver à simplifier le phénomène résultant. L'interférence de la lumière réfléchie par une lame isolée est un phénomène extrêmement complexe que Newton est obligé d'analyser minutieusement. Au contraire, l'effet moyen des phénomènes du même genre qui se répètent sur un grand nombre de molécules est relativement simple. On s'explique par les couleurs d'interférence les couleurs naturelles qui paraissaient d'abord plus simples que les premières. Maintenant quelle est la « cause efficiente », la « raison » du mécanisme des interférences ? C'est ce que Newton essaye d'expliquer, mais ce qui n'est pas essentiel pour comprendre sa théorie, pas plus que dans la théorie cinétique des gaz il n'est nécessaire de connaître la « cause » qui préside à la distribution des vitesses. C'est précisément l'avantage du calcul des moyennes d'éliminer par la loi des grands nombres les difficultés qui sont inextricables dans un cas isolé. La sommation d'éléments semblables devient de la sorte un instrument de simplification d'une portée presque illimitée. Chaque fois que le physicien se trouve en présence de phénomènes naturels qui lui paraissent sans lien, — couleurs propres des corps d'une part, couleurs de lames minces de l'autre —, il devra rechercher s'il n'est pas possible de voir dans l'une l'effet moyen de l'autre.

Qu'elle recherche le simple par voie de sommation ou par voie de décomposition, la physique mathématique est astreinte à observer une loi fondamentale, la loi de *symétrie*. Cette loi est la traduction en langage positif de l'ancien principe de raison suffisante, mis par Leibniz à la base même de la physique. Leibniz se sert du principe de raison suffisante pour justifier les axiomes de l'optique et ceux de la mécanique. Si la lumière se propage en ligne droite, c'est, comme l'avait déjà pensé Descartes, parce qu'il serait contraire à la simplicité des voies divines qu'un mouvement commencé dans une certaine

1. Ce bleu ou ce vert ne seront pas toujours les mêmes. Ils peuvent appartenir à des spectres différents. Ainsi le bleu du ciel est d'après Newton tantôt celui du premier, tantôt celui du second ordre. Le vert des plantes appartient au troisième ordre, parfois au quatrième.

direction deviât sans raison de son chemin. De même l'équilibre d'une balance soumise à des poids égaux provient de l'apparente indifférence où elle se trouve entre deux actions contraires. D'une manière générale, le principe de raison suffisante est législateur, non seulement en métaphysique, mais en physique. Soit qu'il s'agisse de faire voir pourquoi un phénomène a lieu, soit qu'il faille expliquer pourquoi il ne se produit pas, le principe de raison suffisante donne l'explication décisive.

Il est certain que Newton n'a connu que fort tard les idées personnelles de Leibniz sur la physique, et qu'il n'a pu songer d'abord à les combattre, mais les tendances métaphysiques de Leibniz n'étaient que la continuation de celles de Descartes, et ces dernières étaient connues de Newton par les polémiques soulevées en Angleterre autour de la cosmologie cartésienne[1]. Newton se montra hostile de bonne heure à l'introduction dans les raisonnements physiques d'arguments ou d'axiomes métaphysiques. Le principe de raison suffisante sous la forme rudimentaire qu'il possède chez Descartes, comme sous la forme explicite que lui donne Leibniz, doit être exclu de la physique.

A la place de ce principe logique, Newton substitue un principe mathématique, qu'on pourrait nommer le principe de symétrie. Lorsqu'il y a symétrie dans les conditions déterminantes d'un phénomène, il y a aussi symétrie dans le phénomène lui-même, ou, plus brièvement, la symétrie de la cause entraîne la symétrie de l'effet. Ce n'est pas là un principe rationnel, qui s'appuie sur des considérations déductives. C'est l'expression mathématique d'un fait d'expérience, savoir que les actions physiques s'exercent indifféremment dans toutes les directions. A vrai dire, il n'y a même là qu'une application de la loi de continuité. Si une perturbation physique se produit sans être astreinte à choisir une direction plutôt qu'une autre, elle continue à se propager de la même manière dans toutes les directions. Aussi la loi de symétrie va-t-elle pouvoir s'appliquer directement aux faits avec le même degré d'exactitude que la loi de continuité.

Une première application de la loi de symétrie est l'établis-

1. Cf. *Hist. du Cartésianisme* par *F. Bouillier*, T. II, Ch. XXVI.

sement d'un théorème des *Principes* qui équivaut au célèbre théorème d'Huyghens sur la propagation des ondes[1]. Il s'agit de faire voir que la propagation d'une onde sphérique peut être envisagée comme un phénomène d'interférence, chaque position de l'onde pouvant se déduire d'une position antérieure par la construction d'ondes auxiliaires ayant leurs centres aux différents points de celle-ci. Ces ondes auxiliaires représentent les perturbations issues de chaque point de l'onde primitive regardé comme source d'ébranlement.

Il suffit pour établir ce théorème d'observer qu'une fois l'ébranlement initial donné au fluide, les ondes qui s'y propagent obéissent à la seule action de la pesanteur. Lorsque le front de l'onde atteint une certaine position, Newton fait voir que les parties les plus élevées du liquide tendent à descendre dans les dépressions que laissent entre elles deux ondes successives, et que cette tendance n'étant réglée que par l'action de la seule pesanteur, doit être la même partout et dans tous les sens. Les parties les plus hautes du liquide tomberont non seulement dans le sens radial, qui est celui de la propagation, mais elles tomberont avec la même vitesse dans le sens transversal, qui est perpendiculaire au premier. Il s'ensuit qu'elles créent, par raison de symétrie, des ondes secondaires autour de chaque point de l'onde primitive, et l'enveloppe de ces ondes secondaires, qui est symétrique par rapport à l'onde primitive, ne sera autre chose qu'une nouvelle position de cette dernière.

C'est par un raisonnement fondé comme le précédent sur des considérations de symétrie que Newton s'élève, à la fin de l'optique, jusqu'à une conception voisine de la théorie ondulatoire de la lumière. Il ne s'agit plus là d'un théorème, mais d'une simple « question » présentée volontairement par Newton sous forme hypothétique[2]. Cette question se pose à propos de la double réfraction, qui venait d'être étudiée par Huyghens. Newton commente ce fait qu'un rayon de lumière naturelle qui a traversé un prisme de spath se trouve dédoublé en deux rayons bien distincts. L'un suit les lois ordinaires de la réfrac-

1. *Principes*, L. II, S. 8. Prop. XLII.

2. *Opt. quæst.* XXVI. « Annon radiorum luminis diversa sunt latera, diversis proprietatibus congenitis prædita ? »

tion (refractio usitata), l'autre subit une réfraction anormale (refractio inusitata). Si maintenant nous recevons l'un et l'autre sur un deuxième spath à angle droit avec le premier, il est extrêmement remarquable que chacun des deux rayons subit une réfraction unique. Mais le rayon qui s'est réfracté d'abord suivant la loi de Descartes subit maintenant la réfraction extraordinaire, et c'est le rayon extraordinaire qui va obéir aux lois de la réfraction normale. Il est facile de déduire de là avec Newton que la dissymétrie dans les effets doit provenir d'une dissymétrie dans la cause. Il faut que le rayon de lumière naturelle, que nous avons considéré jusqu'ici comme symétrique, présente en réalité un côté (latus) par lequel il est plus propre à subir la réfraction ordinaire, et un autre, à 90° du premier, par lequel il est plus adapté à la réfraction extraordinaire [1]. C'est en analysant cette idée profonde que Newton s'est rapproché d'une façon remarquable de la théorie ondulatoire de la lumière. Il suffirait de remarquer que la dissymétrie du rayon peut se traduire géométriquement par la notion d'un *plan de polarisation* pour rattacher les observations de Newton à la conception vibratoire de l'éther.

On voit quelle importance acquièrent de la sorte les considérations de symétrie en physique. Ce sont elles qui nous permettent de choisir entre les différentes représentations mécaniques d'un phénomène. Déjà Newton se trouve obligé, pour satisfaire à la symétrie propre de l'optique cristalline, d'attribuer aux particules lumineuses des formes géométriques, jouissant de la même symétrie. Si, au lieu de s'en tenir à la forme des *particules*, Newton s'était attaché à la symétrie du *mouvement*, il est hors de doute qu'il eût édifié une véritable théorie mathématique de la lumière.

Comment se déterminera l'expression numérique des lois physiques ? C'est là le problème essentiel de la Philosophie Naturelle. Comme l'algèbre nous fournit l'équation d'une courbe géométrique, la Philosophie Naturelle doit nous faire connaître l'équation d'un phénomène réel. Cette équation est générale-

1. *Ibid.* « Habent igitur singuli radii luminis bina latera inter se ex adverso opposita, quibus quidem lateribus congenita est proprietas ea, e qua pendet refractio inusitata ; altera autem bina latera, proprietatis istius expertia. »

ment simple. Elle exprimera par exemple la résistance d'un fluide en fonction de la vitesse du corps qui s'y meut, ou la distance parcourue par le son en fonction de l'élasticité et de la densité du milieu. Pour trouver l'équation d'un phénomène de ce genre, Newton se sert constamment de la même méthode. C'est la méthode des coefficients indéterminés de Descartes transportée du domaine algébrique au domaine physique.

Remarquons en effet, lorsque nous cherchons par exemple la loi qui lie la résistance de l'air à la vitesse du corps qui s'y meut, que nous partons d'une notion de résistance très vague donnée par le bon sens. Cette notion n'est pas pour cela stérile ou antiscientifique. C'est bien d'elle que nous devons partir pour nous élever à la loi scientifique. Seulement elle est indéterminée, et nous devons faire effort pour la préciser. Pour cela il convient de remarquer que sous le nom de « résistance de l'air » nous englobons des réalités physiques bien distinctes. Le bon sens même nous apprend que la résistance de l'air vient en partie de son inertie, en partie de son élasticité, de sa ténacité, de son frottement interne [1]. Il y aura lieu d'affecter d'un terme spécial chacune de ces résistances et d'écrire que la résistance totale, telle que les mesures la fournissent, est la somme des différents termes.

D'ailleurs les suggestions du bon sens ou les analogies de l'expérience nous portent à croire que chacune de ces résistances ne suit pas une loi entièrement différente des trois autres. L'expérience montre que les différentes résistances sont toutes proportionnelles soit à la vitesse, soit au carré de la vitesse. Nous les rangerons alors en deux groupes, selon que le terme qui les représente sera de la forme AV ou de la forme BV^2. Les nombres A et B sont des coefficients indéterminés que les mesures doivent faire connaître [2]. Si nous avons trouvé empiriquement pour la résistance totale des valeurs R, R′, R″....., correspondant aux vitesses V, V′, V″....., nous pourrons écrire les équations simultanées

$$R = AV + BV^2$$
$$R' = AV' + BV'^2$$
$$R'' = AV'' + BV''^2$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

1. V. *Principes*, L. II, S. 8, Prop. IX.
2. Cf. *Principes*, L. II, S. 2, Scholie Général.

et il devra être possible de tirer de ce système une solutio A,B, unique et compatible avec toutes les équations. S'il e est ainsi, la loi physique se trouve mathématiquement déte minée.

Si nous ne pouvons trouver pour A et B un système de nom bres constants, cela prouve que les hypothèses faites sur l nature des résistances sont physiquement insuffisantes et qu' est nécessaire d'introduire des termes en CV^3 ou d'autres plu compliqués encore. Dans la plupart des cas nous arriveron sans peine, par une suite d'essais méthodiques, à trouver un forme mathématique approchée qui convienne à tous les résultats. Cette forme ne sera valable naturellement que dans le cas suffisamment voisins de ceux pour lesquels elle a été établie. Elle ne saurait prétendre à une signification absolue. La méthode des coefficients indéterminés, telle que Newton l'applique à la recherche des lois physiques, est un instrument qui donne des résultats précis, mais dans un domaine toujours limité.

Il est un cas extrêmement important où la forme mathématique des lois physiques peut se prévoir *a priori*. C'est celui où il s'agit d'étudier les variations d'une grandeur quand la variable subit des modifications très petites. Ce cas se rencontre dans la théorie de l'élasticité, lorsqu'il s'agit de déterminer les petites déformations des corps, on le rencontre aussi en astronomie lorsqu'on superpose aux forces d'attraction des forces perturbatrices.

Nous pouvons affirmer que dans tous les cas de ce genre la variation de la fonction est infiniment petite en même temps que celle de la variable. C'est là une conséquence nécessaire du principe de continuité. Si ce principe ne peut souffrir d'exception en mathématiques, il n'en saurait admettre davantage dans la nature. On peut donc dire qu'une force quelconque dépendant de variables infiniment petites est elle-même infiniment petite et par suite proportionnelle à ces variables. La loi de proportionnalité de la variable et de la fonction, qui est exceptionnelle entre grandeurs finies, est la règle entre grandeurs infinitésimales. Dès lors on peut affirmer, indépendamment même de toute expérience, que l'allongement élastique d'un fil est proportionnel à la traction, que la résistance qui



s'oppose à un mouvement très lent est proportionnelle à la vitesse, que l'effet des actions pertubatrices en astronomie est, tant que ces actions demeurent très petites, proportionnel à leur intensité. Cette loi de proportionnalité devient si générale qu'elle finit par ne plus apprendre grand'chose. Elle peut même devenir un embarras pour le physicien, car elle l'oblige à confondre dans un terme unique des effets qui ne tarderont pas à se différencier. C'est une difficulté à laquelle Newton se heurte lorsqu'il fait la théorie des oscillations pendulaires dans un milieu résistant [1]. Pour déterminer les lois de l'amortissement du pendule, Newton fait des mesures aussi exactes que possible du retard apporté par la résistance de l'air au mouvement de masses très différentes. Tant que les masses utilisées sont notables, il demeure possible d'isoler méthodiquement les différents termes de frottement et de montrer qu'ils obéissent à des lois distinctes. Mais dans le cas de masses très petites, dont l'inertie dépasse à peine la résistance du fluide, Newton rencontre de telles divergences entre les nombres calculés et les nombres observés qu'il est obligé d'exclure expressément de sa théorie les corps très légers qui s'amortissent trop dans l'air. Il est tout à fait impossible avec des corps de ce genre de séparer dans la courbe des retards les éléments dus à la résistance proprement dite, et ceux qui viennent de l'échauffement, des poussières, des gouttes d'eau. Tous ces effets, étant très petits, se confondent dans la même loi linéaire. Cette forme linéaire, si séduisante par sa simplicité, ôte souvent aux lois toute signification véritable. Elle cesse de se vérifier sitôt qu'on veut l'étendre à une échelle de variations un peu grande. C'est ainsi que l'aimantation, qui est d'abord proportionnelle à la force magnétisante, cesse de suivre la loi de proportionnalité sitôt qu'on atteint des inductions élevées. Les lois de proportionnalité qui sont les plus simples de toutes, sont aussi les plus banales. Elles s'appliquent à tout champ de variations très petites, et cessent généralement d'être vraies sitôt qu'on veut accroître leur extension.

La forme mathématique donnée aux lois physiques va permettre d'attribuer à ces dernières un degré de généralité qu'elles

1. V. *Principes*, L. II, S. 7, Scholie, Exp. 3.

ne sauraient avoir autrement. Il se passe ici quelque chose d'analogue à ce qu'on constate lorsqu'on passe de l'arithmétique à l'algèbre. L'arithmétique est obligée de considérer chaque problème d'une manière particulière. Chaque fois que les données numériques varient, elle est obligée de refaire la totalité de ses raisonnements. Elle ne possède pas de *formule* générale, c'est-à-dire de règle qui s'applique uniformément à tous les problèmes d'un même groupe. Au lieu de cela, l'algèbre nous fournit le moyen de faire abstraction de toute donnée déterminée pour n'envisager que la loi à laquelle satisfont les questions du même genre. C'est la forme des relations qui l'intéresse, plutôt que la valeur des nombres employés.

De même en physique, l'observation brute ne saurait voir aucune analogie entre des cas d'apparence aussi différente que celui des oscillations du pendule, celui des ondulations de l'eau, celui de la propagation du son. Pourtant la physique mathématique nous enseigne que le mouvement oscillatoire du pendule se caractérise par une équation générale qui exprime la proportionnalité des forces aux élongations. La même équation se retrouve, seulement avec une interprétation différente, dans le cas des ondulations liquides. Les cercles qui se produisent à la surface de l'eau sont eux aussi, en chacun de leurs points, le siège de forces proportionnelles aux déplacements et la vibration transversale du liquide trouve son image tont à fait exacte daus les mouvements d'allée et venue du pendule. Il en est de même des ébranlements sonores, bien que les vibrations y soient longitudinales. Les couches d'air alternativement condensées et raréfiées donnent lieu à des « pulsions »[1] régulières qui obéissent à des forces alternantes comme celles dont dépend l'oscillation du pendule. Il suffisait d'étendre à la propagation de la lumière des vues analogues, pour en tirer une théorie ondulatoire extrêmement voisine de celle de Fresnel, et il n'est pas certain que Newton n'ait pas songé à faire le rapprochement[2].

Quoi qu'il en soit, nous pouvons observer qu'après avoir mis

1. V. *Principes*, L. II, Prop. XLVII, Th. XXXVII, p. 403.

2. V. par exemple *Principes*, L. II, Prop. L., Scholie. « Ces dernières propositions (trouver les distances des pulsions) peuvent s'appliquer au mouvement de la lumière et des sons. »

sous forme mathématique les lois qui correspondent au mouvement du pendule, à l'oscillation des fluides, à la propagation du son, etc., ces différentes lois se trouvent identiques, à l'interprétation près des symboles. La lettre qui désigne ici une pression pourra désigner ailleurs un poids ou une tension. Mais la loi numérique demeure la même, et cela suffit pour que tous les phénomènes étudiés puissent être regardés comme du même ordre. C'est ainsi qu'il nous sera possible de faire de l'un d'eux le type de tous les autres. Dans l'exemple que nous avons choisi, il sera naturel de prendre l'oscillation du pendule, phénomène familier et visible, comme type du mouvement « pendulaire », type qui se retrouvera en acoustique, en hydrodynamique. Il est même à remarquer que le mouvement pendulaire va se retrouver dans ces différents domaines avec toutes les particularités qu'il peut présenter : l'amortissement du pendule causé par la résistance de l'air aura exactement son image dans l'amortissement progressif du son. Les ondulations excitées à la surface d'un liquide finiront par s'éteindre spontanément pour les mêmes raisons qui ralentissent le pendule[1]. De toutes façons, le calcul aura réduit à un type physique uniforme, ou si l'on préfère à une loi générale, une multitude de phénomènes divers qui n'ont en commun que la formule de leur mouvement.

Il est intéressant de se demander ce qu'est devenue dans la Physique moderne l'idée si originale de Newton qu'une formule mathématique identique peut convenir à des phénomènes divers et qu'il suffit de développer la théorie à propos de l'un quelconque de ces phénomènes pour pouvoir l'appliquer, moyennant un changement d'interprétation, à tous les phénomènes du même type. C'est encore le mouvement pendulaire qui devait servir de guide aux recherches modernes. Les théories de l'élasticité de Cauchy et de Lamé avaient montré que toute déformation d'un corps tend à faire naître dans ce corps une résistance proportionnelle au déplacement, et que la molécule, si elle était libre, vibrerait suivant une loi quasi-

1. V. *Principes*, L. II, Prop. XLVII. « Des pulsions étant propagées dans un fluide, chacune des particules de ce fluide, qui vont et qui viennent par un mouvement réciproque très prompt, sont toujours accélérées et retardées suivant les lois des oscillations des pendules. »

pendulaire. Du fait de la liaison de cette molécule avec les molécules voisines, le mouvement pendulaire ne peut s'effectuer qu'en excitant des réactions de même forme, et toutes les parties du milieu tendront à vibrer suivant une loi commune, donnant lieu à des alternatives régulières de compression et de dilatation. C'est à peu près ce qui se passe dans le milieu où se propage la lumière. La lumière suit exactement les mêmes lois que le pendule dans le vide, et on en peut dire autant de l'électricité depuis qu'elle est connue sous forme oscillante.

La question se pose alors de savoir s'il n'y a pas une forme mathématique commune à *toutes* les lois naturelles. Puisque la périodicité est le caractère général des phénomènes physiques les plus divers, ne peut-on prétendre que *tout* phénomène doit obéir à une formule périodique? C'est l'idée qu'a soutenue Fourier, et on connaît le théorème fameux par lequel il montre qu'une loi physique *arbitraire* résulte toujours de la superposition d'une infinité de lois *périodiques* [1]. Par ce théorème, Fourier réduisait tout d'un coup la physique mathématique prise dans son ensemble à une simple illustration de la trigonométrie. A la vérité, le théorème de Fournier a reçu après lui de multiples applications. Les phénomènes d'alternance du courant électrique sont venus s'y soumettre avec une exactitude parfaite.

Malgré cela il a semblé à bien des savants plus prudent de ne pas préciser à ce point la forme mathématique qui convient à tout le réel. Ils acceptent l'idée que tous les phénomènes physiques doivent s'exprimer par des équations communes. Mais il leur semble bon de ne pas réduire ces équations à la seule forme pendulaire. Ils se contentent de soutenir que toutes les lois physiques peuvent s'exprimer à l'aide des équations de la Dynamique. On sait que ces dernières ont été établies par Lagrange et portent depuis les travaux de Jacobi le nom *d'équations canoniques*. Soutenir que tout phénomène physique peut s'exprimer par des équations de la forme canonique, c'est la manière la plus précise qu'on rencontre chez les modernes de faire entendre que tous les phénomènes physiques suivent au fond une formule identique. Cette manière de voir, comme

1. V. Fourier. *Théorie analytique de la Chaleur*, Paris 1840.

on le verra bientôt, est aussi l'affirmation la plus judicieuse du *mécanisme*. En tous cas il est permis d'y reconnaître le développement logique et complet de l'ancienne idée newtonienne : la réalité physique, même lorsqu'elle présente aux sens les apparences les plus irréductibles, se ramène, dès qu'elle est exprimée mathématiquement, à un très petit nombre de types distincts. Il est possible de prendre certains phénomènes simples comme les modèles ou les symboles de toute une classe de phénomènes homologues.

Les lois de la Physique Mathématique sont-elles des lois exactes ou seulement des lois approchées ? Dans ce dernier cas quels services peut-on attendre de formules purement provisoires ? Telle est la double question qu'il faut résoudre si l'on veut comprendre ce que la physique de Newton doit à ses découvertes mathématiques.

Newton affirme à plusieurs reprises que les lois physiques les plus rigoureuses ne donnent jamais qu'une approximation de la réalité. Cette idée nous semble banale aujourd'hui parce que l'esprit de la méthode newtonienne s'est incorporé à nos conceptions journalières. Elle était paradoxale à la fin du XVII[e] siècle, en un temps où l'instrument mathématique était regardé comme un moyen d'atteindre l'absolu. Rappelons-nous le trait qui est commun à la physique de Descartes, à celle de Leibniz, à celle de Malebranche. Les mathématiques doivent nous servir à trouver à priori des lois absolument justes, et l'expérience ne sert qu'à vérifier la justesse de ces lois. Comme la vérification est toujours incomplète, il est nécessaire de l'améliorer progressivement. Cette amélioration se fait toujours par le perfectionnement des expériences, jamais par des modifications à la théorie. La théorie est un type, immuable, éternel, dont l'expérience doit se rapprocher par des artifices de plus en plus précis.

L'idée de Newton est bien différente. Déjà, lorsqu'il s'agit de mathématiques pures, nous avons vu que le calcul est un instrument dont la précision doit se proportionner aux exigences de la pratique. Il serait absurde de résoudre rigoureusement des équations très compliquées par l'emploi de méthodes synthétiques dans des cas où la résolution approximative donne aisément des valeurs suffisantes pour les constructions qu'on

a en vue. Pour la même raison, les quadratures exactes doivent se remplacer, dans une foule de problèmes géométriques, par des quadratures approchées facilement effectuables. En physique, les mêmes observations s'appliquent. Ce que nous appelons l'exactitude ou la précision, c'est l'accord méthodique des formules avec les besoins de la pratique. Soit l'exemple déjà souvent cité des lois mathématiques auxquelles est assujettie la résistance d'un fluide au mouvement d'un solide [1]. Les partisans d'une physique mathématique absolue soutiendront qu'il existe une loi rigoureuse, connaissable à priori, qui préside aux variations de cette résistance, bien que l'expérience ne puisse jamais vérifier qu'une partie de la loi. Mais si les expériences sont imparfaites, quel besoin avons-nous d'une loi mathématique plus exacte qu'elles ? Il est de notre intérêt, dira Newton, de chercher des lois mathématiques qui soient approchées précisément au degré où cette approximation est vérifiable. Nous concilions de la sorte le minimum d'efforts avec le maximum d'utilité. Sachant que les corps solides qui se déplacent dans l'air ne sont jamais des figures géométriques régulières, il serait abusif de demander à la physique une précision qui ne pourrait se contrôler que sur de semblables figures [2]. Les lois mathématiques de la physique sont nécessairement approchées, parce qu'elles doivent avant tout être des instruments utiles.

Ce serait une faute de croire que la forme mathématique donne aux lois physiques une exactitude définitive. C'en serait une autre de penser que la précision est entièrement indépendante de cette forme. Les différentes expressions mathématiques qu'on peut donner d'une même loi ne sont nullement équivalentes. Il y en a en général une et une seule qui est la meilleure, parce que, tout en étant simplement approchée, elle suggère des expressions plus approchées encore. Prenons l'exemple des lois de la réfraction. La relation géométrique

1. V. *Principes*, L. II, S. 5, Scholie général.

2. *Ibid.* « Au reste le plus grand des globes dont je me suis servi dans ces expériences n'était pas parfaitement sphérique, et par cette raison dans le calcul que je viens de rapporter, j'ai négligé, afin d'être plus court, quelques fractions trop petites, *ne m'embarrassant pas beaucoup de faire un calcul rigoureux dans une expérience dont l'exactitude n'était pas poussée assez loin.* »

qui existe entre le rayon incident et le rayon réfracté est susceptible d'expressions diverses. Parmi ces expressions, la loi des sinus est sans contredit la meilleure, bien qu'elle soit seulement approximative. Car elle devient de plus en plus exacte à mesure qu'on l'applique à une lumière plus homogène. De même, si l'on cherche la loi mathématique selon laquelle les « pulsions » se propagent, nous savons aujourd'hui, par le calcul intégral, qu'une infinité de formules peuvent satisfaire aux faits. Il n'en est pas moins vrai que, parmi ces formules, celle qui revêt la forme pendulaire est de beaucoup la plus intéressante, parce qu'elle permet de pressentir immédiatement d'autres formules de plus en plus exactes. D'une manière générale, s'il faut envisager les lois physiques comme des lois approchées, il n'est pas indifférent qu'un degré d'approximation soit atteint par une formule ou par une autre.

L'Optique de Newton fournit le meilleur exemple de l'exactitude croissante à laquelle peut prétendre la physique sans aspirer jamais à l'exactitude idéale. Longtemps on s'est contenté de construire l'Optique sur une base purement géométrique. La propagation rectiligne des rayons et les déviations qu'ils subissent en changeant de milieu étaient les seuls phénomènes qu'on eût étudiés distinctement. Sur cette base on avait édifié la Dioptrique et la Catoptrique. Les lois géométriques qui président à ces sciences étaient considérées par Descartes comme immuables. Elles ne peuvent recevoir de l'expérience qu'une confirmation de plus en plus parfaite. La découverte de la dispersion, faite par Newton moins de 30 ans après la mort de Descartes, suffit à renverser cette conception dogmatique. On comprit que les apparences géométriques ne doivent pas tromper par leur simplicité grossière, et que là où nous voyons une loi rigoureuse ne se trouve au fond qu'une formule provisoire, cachant une réalité plus complexe.

C'est ainsi que la découverte de l'inégale réfrangibilité des couleurs réduisit la loi des sinus à n'être plus qu'une loi de moyennes, assez difficilement applicable à la lumière solaire, en même temps que les premières observations sur la diffraction firent de la croyance à la propagation rectiligne une vue sommaire et discutable. Instruit par ces données de l'histoire, Newton s'est gardé d'attribuer à sa propre théorie une valeur

absolue. Il la considère expressément comme une approximation des faits, plus complète sans doute que la théorie de Descartes, mais destinée elle-même à changer de forme avec le progrès des observations. On comprend alors que Newton, qui ignorait complètement lorsqu'il construisait son optique les phénomènes de double réfraction, n'ait nullement été troublé plus tard par la connaissance de ces faits. Le caractère approximatif qu'il attribue consciemment à toute loi physique lui permettait de laisser le champ ouvert à des expériences ultérieures, expériences d'où pouvait sortir une approximation plus précise du réel. En fait, dans les *Questiones Opticæ*, Newton fait appel aux phénomènes de biréfringence pour compléter, au moins hypothétiquement, la théorie primitive qu'il a donnée des couleurs. Cela nous prouve qu'il n'attribuait pas à ses théories la valeur absolue à laquelle prétendait Descartes. Toute théorie physique est perfectible et ne peut être complète à aucun moment.

Il n'en peut d'ailleurs être autrement puisque la connaissance des causes est toujours relative. Nous ne pouvons espérer englober dans une formule la totalité des causes qui correspondent à un effet donné. Le seul but où la physique doive tendre, c'est de chercher des formules qui résistent de mieux en mieux à la précision croissante des mesures. Supposons que nous possédions la formule d'une loi en fonction de certaines quantités mesurables. Ces quantités seront, par exemple, la longueur des pendules isochrones à différentes latitudes, la parallaxe de la lune ou du soleil, la longueur du méridien terrestre. Toutes ces quantités varient lentement avec le progrès des observations. Il convient que la formule où elles entrent se vérifie d'une manière de plus en plus complète, à mesure qu'on substitue des valeurs plus exactes. Si la vérification demeure satisfaisante, c'est une preuve que la loi ne dépend en effet que des variables en question.

La plupart du temps, ce n'est pas ce qui se produit. La vérification de la loi pourra se faire d'abord fort bien, mais il viendra un moment où elle restera stationnaire, où il subsistera entre le calcul et les mesures des différences irréductibles. C'est là une preuve que notre point de départ était mal choisi. Nous avons cru enfermer dans notre loi la totalité des conditions de

l'expérience, alors que nous laissions en dehors d'elle tout un ordre de causes efficaces. Ce que nous envisagions comme une formule absolue n'était qu'une formule relative, dont l'expression doit être modifiée de façon à s'accommoder de ces causes nouvelles.

Remarquons qu'il serait imprudent, d'après Newton lui-même [1], d'introduire dès le début dans une loi physique toutes les causes qui peuvent réellement intervenir. Ce serait commettre l'erreur du mathématicien qui voudrait tracer les détails d'une courbe avant d'en avoir trouvé la forme générale. Il y a toujours lieu de répartir les causes en deux catégories nettement délimitées : celles dont l'effet est sensible, soit qu'on en possède, soit qu'on n'en possède pas la mesure, et celles dont l'effet est infiniment petit, qu'elles soient connues ou inconnues. Le rôle du mathématicien est d'énumérer d'une manière complète non pas tous les éléments de la question, mais ceux-là seuls qui sont importants. Il négligera donc toutes les causes inconnues, il réservera pour une approximation ultérieure celles dont l'effet est à la limite de précision des mesures. De la sorte il obtiendra une loi relative, mais une loi susceptible de perfectionnement.

Les services que peut rendre une loi mathématique sont de deux sortes pour le physicien. Elle peut avoir une utilité pratique et une utilité théorique.

Au point de vue pratique, il peut être nécessaire de posséder une loi approchée, voire même une loi fictive, pour introduire un commencement d'ordre dans un phénomène qui semble irrégulier. Ainsi la loi de la réfraction de Descartes, bien qu'elle soit devenue depuis les découvertes de Newton une approximation tout à fait insuffisante, a été extrêmement utile à Newton lui-même dans l'analyse des couleurs naturelles. Pareillement les lois fictives qui nous ont été laissées par les physiciens du moyen âge touchant la compressibilité des fluides ont été le point de départ des recherches plus précises de Boyle et de Mariotte. Chaque fois qu'une loi, même inexacte, a été mise sous forme mathématique, on peut dire qu'elle a une tendance

1. V. *De Mundi syst.*, p. 11. « In examinanda hac proportione, sunt negligendæ minutiæ, quæ in definiendis orbibus, ex insensibilibus observationis erroribus oriri potuerint, quæve causis post assignandis tribuandæ sunt. »

naturelle à se corriger spontanément. C'est que les nombres appellent le contrôle, et que l'ordre approximatif sur lequel ils reposent se rapproche graduellement de l'ordre objectif.

Mais une loi mathématique offre un autre avantage. La théorie sur laquelle elle se fonde n'est jamais valable que dans des conditions spéciales. Pourtant il va être possible de l'étendre à des conditions très différentes. L'exemple de la gravitation universelle peut servir à faire comprendre ce point. Le théorème des aires n'est établi par Newton que dans le cas de forces rigoureusement centrales. Il semble qu'en dehors de ce cas très restreint nous ne puissions rien dire de la loi de description des aires. Pourtant la continuité va intervenir et nous permettre d'énoncer une loi nouvelle dans le cas où les conditions physiques sont légèrement différentes. Nous dirons que, sous l'action de forces à peu près centrales, les corps décrivent des aires à peu près uniformes. C'est là une variante qui semble d'abord superflue d'une loi intéressante par sa seule rigueur. C'est pourtant elle qui va permettre de décider si, oui ou non, un corps gravite autour d'un autre. Il suffira de voir si les aires décrites sont approximativement proportionnelles au temps, et cela *au même degré d'exactitude* qu'on peut considérer les forces comme centrales.

Dans la théorie des « pulsions » ou des « ondulations » on peut faire des remarques du même genre. La propagation rigoureuse d'ondes sphériques suppose qu'on a affaire à des fluides parfaits, qui offrent partout la même résistance. Si la résistance du fluide est légèrement variable, nous ne constatons plus que des ondes déformées, dont la figure sera quasi-sphérique. C'est justement ce cas approché qui est réalisé dans la nature. Nous sommes certains que les conditions théoriques sous lesquelles un théorème est démontrable ne sont jamais celles qu'on rencontre en physique. Mais il est certain également que les conditions réelles diffèrent très peu des conditions théoriques. Cela suffit pour que la continuité permette d'étendre une loi mathématique des exemples où elle est théoriquement exacte à ceux où elle l'est pratiquement. Il est très remarquable qu'une loi physique puisse ainsi rendre des services dans des cas assez différents de ceux pour lesquels elle était faite. Souvent même on constate que la loi est empiriquement

vraie dans un intervalle plus grand qu'on ne pouvait l'attendre. Il est donc possible, dans un très grand nombre de questions, de soumettre les lois physiques à une véritable *différenciation*, c'est-à-dire qu'elles sont valables non seulement dans des conditions données, mais dans des conditions qui diffèrent de celles-là de quantités suffisamment petites. C'est là une propriété que les lois physiques doivent directement à leur caractère mathématique, et qui peut permettre de déduire de formules approchées d'autres formules plus approchées encore.

Puisque l'idée de continuité s'applique aux lois physiques, on doit pouvoir leur étendre également les idées de *limite* qui en dérivent. Et en effet toute loi physique est regardée par Newton comme une loi limite.

Nous touchons ici à la raison profonde qui fait le succès de la physique mathématique. Cette science, nous venons de le dire, ne nous fait connaître que des formules approchées. Elle ne donne pas d'explication totale, mais elle réserve toujours la possibilité d'une explication plus complète. Quel est alors le vrai rapport de la physique avec les faits ? La loi n'est-elle qu'une fiction utile, mais dépourvue de stabilité, que le progrès incessant des mesures doit remplacer tôt ou tard par d'autres fictions ? A-t-elle au contraire une valeur objective, c'est-à-dire comporte-t-elle un élément immuable dont le réel ne s'écarte jamais ?

La réponse à cette question peut s'induire aisément des commentaires dont Newton accompagne l'énoncé de certaines de ses lois. Dans les *Principes* [1], quand il étudie la loi de propagation des perturbations hydrodynamiques, il parle d'une propagation *instantanée* des ébranlements. Mais il ajoute que cette propagation instantanée n'est qu'une *limite* que nous substituons par la pensée à des propagations réelles de plus en plus rapides. Semblablement la loi des forces centrifuges qu'un fluide développe dans sa rotation est présentée par Newton comme une *loi limite*. C'est celle qui conviendrait à un fluide animé d'une rotation infiniment rapide [2]. Il en est de même pour toute loi physique. Elle doit être considérée à proprement par-

1. V. *Principes*, L. II, S. 7, Prop. XXXVII, p. 371.
2. *Ibid.* Prop. XXXVI, Cor. 4.

ler non comme la loi des phénomènes réels, mais comme la loi d'un phénomène limite dont la réalité s'approche indéfiniment.

C'est ainsi que la désignation de chaque couleur par l'indice de réfrangibilité qui lui est propre ne convient rigoureusement qu'à une couleur idéale, celle qui serait parfaitement monochromatique ou ne comporterait que des radiations d'une seule longueur d'onde. Nous savons aujourd'hui que les faisceaux lumineux les plus ténus comptent encore une infinité de vibrations et ne peuvent posséder qu'un indice moyen. La dispersion mathématique des couleurs n'est donc qu'un phénomène limite, dont l'expérience s'approche sans l'atteindre jamais. Est-ce à dire que les lois de la dispersion n'aient pas de valeur objective? Cela n'est pas plus vrai pour elles que pour les lois de l'hydrodynamique ou de l'acoustique. Toute loi physique, pour être une loi limite, n'en est pas moins une loi objective. Il y a un intérêt évident pour le physicien et pour le mathématicien à substituer aux formules incomplètes qui résument les faits des formules limites trouvées par induction, qui ne correspondent peut-être à aucune réalité, mais sont au moins le type idéal dont la nature s'approche indéfiniment. La difficulté que nous rencontrons ici est de tous points semblable à celle qui se pose dans le domaine mathématique. Là aussi nous avons un intérêt puissant à substituer des grandeurs limites, — différentielles ou intégrales, — à la suite de grandeurs finies qui s'en rapprochent uniformément. En nous servant des symboles du calcul infinitésimal nous ne portons aucune atteinte à la réalité géométrique. Nous la simplifions seulement et nous la rendons plus distincte par un langage abrégé. Les lois physiques jouent le même rôle par rapport aux phénomènes naturels. Elles sont un langage qui n'est pas arbitraire, bien qu'il substitue aux observations concrètes des formules limites qui les symbolisent.

Il y a toute une partie de l'œuvre de Newton que nous avons peine à ranger aujourd'hui sous notre conception de la physique mathématique. Nous voulons parler de ses travaux fragmentaires sur la chaleur[1], sur les combinaisons chimiques[2],

1. V. *Scala Graduum Caloris et Frigoris*, Phil. Trans. avril 1701, n° 270. Ed. Castillon. Œuvres Math. T. III, Opusc. XXI.

2. V. *Dissertatio de natura Acidorum*., Edit. in Præfat. Dictionarii Technici Johannis Harris. Ed. Castillon, T. III, Opusc. XX.

et même à certains égards de son optique[1]. Pour les premiers on peut accorder que Newton, malgré son souci de précision, était hors d'état d'introduire le calcul dans des parties de la science à peine constituées. Ses idées sur la chimie sont extrêmement curieuses, on y trouve une tentative toute nouvelle d'explication des fonctions chimiques au moyen de propriétés mécaniques. Mais Newton ne saurait porter le reproche d'avoir méconnu le caractère quantitatif d'une science qui arrive péniblement aujourd'hui à revêtir la forme mathématique.

La Thermométrie et la Calorimétrie sont elles aussi deux parties de la physique où l'application des mathématiques est particulièrement délicate. C'est grâce aux travaux de Fourier sur la théorie analytique de la chaleur, grâce aussi aux principes de la Thermodynamique, qu'on arrive aujourd'hui à formuler des lois qui lient les températures et les quantités de chaleur à d'autres grandeurs exactement mesurables. Il n'y a rien de surprenant à ce qu'on ne trouve chez Newton, touchant ce double genre de recherches, que des indications expérimentales. Nous savons pourtant que même en ces matières, Newton croyait possible d'employer le calcul. Les efforts qu'il fit pour trouver la loi mathématique du rayonnement en sont une preuve suffisante.

L'*Échelle des degrés du chaud et du froid*, telle qu'elle est donnée par Newton dans le petit opuscule inséré aux *Philosophical Transactions* (1701) se présente comme un tableau à double entrée. Dans une première colonne nous trouvons les « degrés de chaleur » (températures) correspondant à un certain nombre de phénomènes naturels (fusion de la glace, fusion de l'étain, du plomb, etc.) classés suivant une progression arithmétique. Dans une seconde colonne les mêmes températures sont ordonnées en progression géométrique. En combinant les expériences avec les nombres donnés par le tableau, on peut déduire, par un calcul que Newton indique, la loi exponentielle du refroidissement. Inversement, si on admet cette loi *a priori*, elle peut servir à construire le double tableau. En réalité les deux procédés ont été employés simultanément par Newton, et nous avons là un exemple frappant de la manière d'être des

1. Particulièrement dans la 2e partie du second Livre.

lois physiques à leur début. C'est en donnant des tableaux comparatifs de mesures faites dans des conditions différentes qu'on arrive à l'idée première d'une loi physique. Ainsi le thermomètre permet de mesurer, entre des limites assez restreintes, les températures successives d'un même corps à des intervalles de temps égaux. On constate une variation d'allure exponentielle. Posant alors *a priori* l'existence d'une loi exponentielle, on l'applique à la détermination des températures par le refroidissement du fer rouge ou de tout autre corps dont le thermomètre ne peut plus donner directement la température. On élargit ainsi le tableau primitif, on l'enrichit de nombres nouveaux, et en se servant de ces nombres on pourra procéder à des vérifications nouvelles. Nous sommes partis d'un simple catalogue de mesures et nous arrivons à une formule exacte dont toutes ces mesures ne sont que des illustrations.

L'idée que les Tableaux Numériques doivent servir de matériaux pour la construction des lois est caractéristique de la méthode de Newton. Sans doute il serait possible de chercher un pressentiment de cette idée jusque dans les tables d'induction de Bacon. Il est certain que Newton avait connaissance des préceptes de Bacon et que les règles suivant lesquelles doivent se préparer les « instances » n'ont pas été créées de toutes pièces par lui. Mais il y a une différence considérable entre les tables baconniennes et les tableaux numériques de l'*Optique* ou des *Principes*. Bacon recommandait de cataloguer les exemples, mais cette classification était surtout descriptive. Lorsqu'il s'agit de trouver par induction quelle est la « forme du chaud » (forma calidi), Bacon dresse bien une table complète des phénomènes calorifiques et de ceux qui leur sont associés. Mais il ne met pas en évidence dans chacun de ces phénomènes l'élément mathématique qui lui sert de mesure[1]. Prenons au contraire les tableaux de Newton. Dans les *Principes*, la mesure des résistances donne lieu à une *échelle de nombres* dont on peut tirer aussitôt la loi de proportionnalité au carré de la vitesse[2]. Dans l'*Optique*, l'étude des anneaux est résumée par Newton en un *tableau de nombres* d'où l'on peut tirer, pour une épaisseur

1. V. Bacon, *Novum Organum*, L. II, § XI-XVII.

d'air quelconque, la couleur d'interférence résultante [1]. C'est donc la classification des nombres, et non la classification des qualités qui importe à Newton. La loi d'un phénomène ne peut pas ressortir d'une comparaison vague d'un cas à l'autre. Il faut que l'esprit soit guidé par le sentiment de la continuité, et ce sentiment n'est vraiment précis que dans les matières mathématiques.

On arrive alors à cette idée que la physique mathématique ne se fait pas tout d'un coup, mais que l'application du calcul aux lois de la nature passe par des phases successives. Nous avons dit que dans l'*Optique* de Newton bien des théories seraient difficilement regardées par un savant moderne comme des développements de physique mathématique. Elles ne procèdent pas par combinaisons d'équations, et le caractère mathématique y est plutôt latent qu'exprimé. Cependant Newton considérait expressément le second et le troisième livre de son optique comme des traités *mathématiques*. Par l'explication des anneaux colorés, « la science des couleurs, nous dit-il, devient une théorie aussi vraiment mathématique qu'aucune autre branche de l'optique » [2]. A vrai dire il n'y a de mathématique dans la théorie dont parle Newton que les tableaux numériques auxquels elle donne lieu. Ainsi Newton a dressé une table des diamètres successifs des anneaux chromatiques qui correspondent à des épaisseurs d'air croissantes. Ce tableau lui permet d'apercevoir les lois exactes du phénomène. Il en énonce la formule rigoureuse, mais cette formule n'est nulle part rattachée aux autres formules de l'optique. En ce sens il n'y a pas chez Newton de véritable théorie des interférences. A la différence du physicien moderne, Newton se contente de résumer dans une formule correcte les résultats numériques des expériences, il ne cherche pas à les prévoir en partant de lois déjà connues.

Ce serait un tort de croire qu'à cause de cela l'*Optique* de Newton fasse vraiment contraste avec l'optique mathématique moderne. Les progrès de la science ont été tels depuis la fin du XVIII[e] siècle, que nous sommes trop portés à juger sans valeur

1. V. *Principes*. L. II, S. 7, Prop. XL, Scholie final.

2. V. *Quæst. Opt*. L. II, Part. II. « Atque hac quidem ratione scientia colorum fit theoria tam vere mathematica quam alia ulla pars Optices. »

tout ce qui n'a pas la perfection des constructions d'un Fresnel ou d'un Cauchy. L'optique et la physique tout entière sont devenues entre les mains des mathématiciens modernes des systèmes tellement cohérents que nous avons peine à nous figurer l'époque où placer à côté de chaque phénomène le nombre qui le mesure était un progrès essentiel. C'est pourtant par là que devait commencer la « mathématisation » de la science. Avant d'appliquer à l'étude de la lumière, à celle du son, à celle de la chaleur, le calcul différentiel et le calcul intégral, il était nécessaire d'y appliquer la simple arithmétique. Nous savons que l'arithmétique garde sa valeur, même après la constitution de l'Algèbre et de l'Analyse. On ne conçoit pas de mathématiques supérieures qui ne soient un simple prolongement des mathématiques élémentaires. Lorsqu'il s'agit d'appliquer le calcul aux choses physiques, une marche progressive est également nécessaire. Il serait absurde de prétendre adapter tout d'abord à l'analyse des réalités les moins connues l'instrument mathématique le plus délicat. Il faut que l'analyse soit réservée aux questions déjà éclaircies par un emploi rationnel de l'Arithmétique et de l'Algèbre. Lorsqu'une science est encore à ses débuts, c'est par la partie simple des mathématiques qu'elle doit commencer à devenir mathématique. Après que des comparaisons prudentes de nombres auront permis de dégager des relations simples, il sera permis de donner à ces relations une forme analytique abstraite qu'on vérifiera indirectement[1].

Mais c'est là une phase secondaire qui doit toujours être précédée d'une période d'épreuve, de préparation. C'est dans cette période qu'il y a lieu de dresser des tableaux numériques, de les analyser et de les comparer. L'usage des tableaux numériques, loin d'être la substitution d'un empirisme grossier aux déductions de la physique mathématique, n'est que la préparation de cette dernière par la voie la plus naturelle. Il fut un temps où l'astronomie elle aussi devait se contenter de dresser patiemment des tables numériques. C'est l'époque des travaux qui ont précédé les grandes découvertes de Kepler. Si Newton a pu substituer l'algèbre, la géométrie, le calcul des fluxions aux méthodes anciennes de l'astronomie, c'est que celle-ci

1. V. Ch. I.

était arrivée à un point où ce perfectionnement était préparé. En optique, et à plus forte raison dans les phénomènes électriques ou chimiques, il était impossible du temps de Newton de songer à appliquer les procédés les plus perfectionnés du calcul. La science en était encore à cette phase où des observations numériquement classées sont ce qu'on peut produire de plus utile. Loin de croire que les tableaux numériques dont Newton fait un si grand usage soient contraires aux tendances de la physique mathématique, il faut y voir un premier acheminement de la physique dans la voie du calcul. Ce sont les lois péniblement déduites de l'expérience par la comparaison des nombres qui donneront plus tard les équations fondamentales sur lesquelles repose toute théorie.

D'ailleurs il est utile de résumer les expériences sous forme forme de tableaux numériques, non seulement parce qu'on prépare ainsi la découverte de lois nouvelles, mais parce qu'on vérifie les définitions servant de base aux lois déjà connues. Si au lieu de se fier à une analogie lointaine entre la gravité et l'attraction magnétique, les physiciens précurseurs de Newton avaient évalué, pour des distances croissantes, les forces de l'aimant, ils auraient reconnu ce que la loi d'action de l'aimant a d'incompatible avec les lois de la pesanteur, ils ne se seraient pas dépensés en hypothèses stériles sur l'identité de la gravitation et de la force magnétique[1]. De même les deux définitions qu'on donne d'ordinaire du pouvoir réfringent et du pouvoir réflexif ne sont pas indépendantes l'une de l'autre. Si nous construisons un tableau méthodique des différents corps classés par ordre de « réfrangibilité » nous verrons que sous certaines conditions et pour certains corps le tableau coïncide avec celui des « réflexibilités »[2]. D'où il suit que les deux propriétés physiques d'où dépendent la réflexion et la réfraction sont liées l'une à l'autre et que leurs définitions ne peuvent se faire arbitrairement. Ainsi soit qu'une définition s'oppose à une autre, soit qu'elle fasse double emploi avec celle-ci, la comparaison des

1. V. *Principes*, L. III, Prop. VI, Cor. V. « La force de la gravité est d'un autre genre que la force magnétique, car l'attraction magnétique n'est point comme la quantité de matière attirée, et elle est presque en raison triplée des distances, autant que je l'ai pu déterminer par des expériences assez grossières. »

2. Cf. *Opt*. L. II, P. III, Prop. IX.

valeurs numériques qui figurent dans nos tableaux servira d'avertissement et d'indice. Une incompatibilité qui nous échapperait si nous nous contentions d'un rapprochement unique deviendra éclatante sur une série de mesures convenablement ordonnées.

Toute science mathématique, on vient de le voir, commence par n'être qu'un tableau d'observations. C'est selon que les nombres compris dans ce tableau laissent plus ou moins aisément deviner une allure régulière qu'il sera possible ou non d'en attribuer l'origine à une propriété physique définie. Réfrangibilité, réflexibilité, compressibilité, dureté, gravité, sont des propriétés de ce genre, et leur valeur scientifique vient de l'ordre qu'elles introduisent dans les observations. Comment l'esprit est-il conduit à dégager successivement les propriétés de la matière ? Faut-il admettre que la physique mathématique, au fur et à mesure du progrès des observations, sera amenée à reconnaître un plus grand nombre de ces propriétés fondamentales. Ne serait-il pas plus naturel de croire que celles-ci peuvent se réduire à un petit nombre de propriétés essentielles, dont toutes les autres ne sont que des variantes ? De la solution de cette question dépend celle du problème suivant : la Physique Mathématique est-elle un corps de doctrine unique, n'est-elle au contraire qu'un ensemble de théories compatibles mais diverses ?

Si la Physique Mathématique était toute déductive, il faudrait adopter la première conception. Une construction logique suppose toujours un nombre limité de prémisses, et si l'on veut que la nature s'exprime géométriquement, il faut que les axiomes de la philosophie naturelle soient aussi peu nombreux que les axiomes d'Euclide. Nous entendons par axiomes de la physique des propositions comme celles-ci : la matière jouit de la propriété d'être pesante, d'être élastique, d'être opaque ou transparente, magnétisable ou non. Descartes, qui nous a laissé le modèle d'une construction physique abstraite, réduisait au minimum les propriétés de la matière. L'impénétrabilité les résume toutes, et l'impénétrabilité n'est elle-même qu'un attribut de l'espace. En partant de cette propriété unique, Descartes déduisait avec une rigueur toute formelle les manifestations les plus diverses de la réalité. Il n'eût pas admis qu'à aucun moment la suite logique des démonstrations fût inter-

rompue par un ordre de phénomènes nouveaux, inexplicables par les propositions établies jusque-là.

Ce que Descartes trouvait illogique va sembler naturel à Newton. Descartes n'a vu des choses que l'aspect théorique, et avec son besoin de système il a conçu la science comme le développement linéaire d'axiomes évidents. L'impénétrabilité, qui sert de base au reste, n'est pas une donnée de l'expérience, c'est une idée innée qui doit suffire à toutes les explications. Chez Newton, le point de vue pratique domine tous les autres. Ce n'est pas à dire que Descartes ait négligé les applications de la science. Il insiste sur ce fait que la science est destinée à l'amélioration de la vie humaine et n'a de valeur que par ses bienfaits. Mais pour Descartes les applications de la science doivent venir après que la théorie est faite. Il serait absurde et antiméthodique de s'inspirer d'applications particulières pour faire progresser la théorie elle-même. Pour Newton la pratique immédiate est non seulement la fin de la science, mais l'instrument de son progrès, le motif qui la sollicite vers des démarches nouvelles. L'esprit mathématique qui inspire le physicien a moins pour objet la parfaite rigueur qu'une précision pouvant suffire à nos besoins. C'est par les nécessités de la pratique que nous sommes amenés à consigner nos observations sous forme de tableaux et à tirer de ces tableaux la formule des faits. Tant qu'une propriété comme la pesanteur, l'impénétrabilité, l'élasticité, explique suffisamment l'ensemble des phénomènes, nous n'avons pas de raison d'en supposer d'autres. Mais sitôt que nos mesures présentent des différences d'allure systématique, inexplicables par l'une ou l'autre de ces propriétés, il faut bien que nous en supposions de nouvelles. C'est ainsi que l'élasticité rend exactement compte des petites déformations des corps, mais qu'au-delà d'une certaine limite aux effets d'élasticité proprement dite se superposent ceux de viscosité. D'une manière générale, les propriétés de la matière se multiplient avec la précision de nos mesures, et celle-ci croît avec le nombre de nos besoins. L'unité absolue, que Descartes posait à priori, est contredite par l'histoire de la science. La physique mathématique s'enrichit constamment non seulement en conséquences déduites de principes fixes, mais par la découverte d'ordres nouveaux de faits et de lois.

Ceci compris, on ne peut se surprendre que Newton donne comme raison du développement de la science les progrès correspondants de la technique. La science, même mathématique, n'a pour objet que d'augmenter graduellement la puissance de nos instruments. En mécanique, il est de toute évidence que la statique des solides ou des corps flottants a été développée d'abord parce qu'elle répondait aux besoins de l'architecture et de la navigation. Quand la statique n'a plus suffi à satisfaire notre précision, la théorie de l'élasticité est venue s'y ajouter [1]. Rien ne prouve que des circonstances nouvelles n'amèneront pas l'introduction de notions nouvelles. En optique, il est frappant de voir comme les théories ont suivi de près l'évolution de la technique. Après avoir construit l'optique géométrique, Descartes était persuadé qu'il ne pouvait rester de progrès à faire que dans le sens de cette optique géométrique. Perfectionner de plus en plus les formes des verres d'optique en les rapprochant des « ovales » théoriques, tel est le problème que le constructeur doit résoudre. Descartes ne pensait pas qu'on pût rencontrer ici d'autres difficultés que celles de la taille, et Leibniz croyait comme lui que des verres ayant la forme théorique seraient pratiquement parfaits.

Instruit par les recherches astronomiques, Newton ne tarda pas à s'apercevoir que l'amélioration des formes géométriques ne suffit pas à donner des verres parfaits [2]. Elle corrige l'aberration de sphéricité, mais laisse subsister l'aberration chromatique. Sitôt qu'une propriété de la matière a été régularisée par nos instruments, une propriété nouvelle apparaît, qui devient la source d'irrégularités nouvelles. Souvent un instrument semble sans défaut parce qu'on s'en sert dans des conditions spéciales, mais lorsqu'on change son mode d'emploi, on voit apparaître dans les mesures des fautes systématiques, qui dénotent un ordre de causes inconnues. Ainsi le télescope, qui a été inventé pour jouer le rôle d'instrument grossissant, a longtemps semblé n'utiliser que la seule réfraction. Du jour où on le transforma en instrument de visées précises, les colora-

1. V. *Ernest Mach. la Mécanique* Exposé historique et critique de son développement, traduit par Em Bertrand Paris 1904 p 259 260

2. Cf. la théorie du Télescope à reflexion, dit Télescope de Newton. *Opera Math.* Ed. Castillon, T. I, p, 295-313.

tions parasites prirent une importance extrême, et on comprit que la dispersion vient se superposer à la réfraction. Supposons maintenant qu'on emploie le télescope comme instrument séparateur, c'est à la diffraction qu'on se heurtera, et rien ne prouve que cette propriété soit la dernière qu'on doive rencontrer.

D'une manière générale, il faut admettre que la nature ne se plie jamais entièrement aux conclusions de notre science. A mesure que ces conclusions sont plus strictes, elles laissent des lacunes dans les phénomènes, et il est nécessaire, pour remplir ces lacunes, de faire appel à des conceptions nouvelles. C'est ainsi que l'expérience, aidée par la technique, est le véritable aiguillon de la physique mathématique. C'est elle qui suscite à la fois des théories précises et des doutes sur l'universalité de ces théories. De la sorte on peut dire que le domaine physique est pratiquement illimité, et que les particularités connaissables de la matière ne peuvent se ramener à un système d'axiomes. Tant que nos besoins et nos instruments iront en se multipliant, les propriétés de la matière qu'il nous sera nécessaire d'étudier s'accroîtront en nombre, et la physique, loin d'être faite une fois pour toutes, doit se refaire incessamment.

Nous avons essayé de faire voir comment, par ses tendances, la physique de Newton mérite d'être appelée mathématique. Il reste à examiner si elle peut au même titre être envisagée, comme une physique *mécaniste*.

Le mécanisme et l'esprit mathématique ont été souvent associés dans l'histoire. Cela tient sans doute à ce que les mécanismes matériels ont été les premiers objets du calcul, et plus tard l'attrait des mathématiques a fait supposer de pareils mécanismes partout. C'est là du moins l'explication donnée par la plupart des matérialistes, et le célèbre ouvrage de M. Lange [1] n'en est que le commentaire ingénieux. Pour ce savant, la tendance mathématique, la tendance matérialiste, la tendance mécaniste, sont trois aspects d'un même instinct, qu'on peut appeler l'instinct scientifique. Cette triple tendance a trouvé dans l'antiquité son expression la plus nette chez les

1. V. Lange, *Histoire du Matérialisme*.

atomistes grecs, et, parmi les modernes, Descartes et Gassendi sont les premiers qui l'aient fait revivre avec succès. Exactement à l'opposé de l'esprit scientifique, qui est en même temps l'esprit moderne, se trouvent tous les métaphysiciens de l'école d'Aristote, y compris les physiciens modernes qui admettent les causes finales. Entre ces deux extrêmes il n'est pas possible, d'après M. Lange, de se tenir à une position moyenne. La physique incline nécessairement soit à une explication de la qualité par la quantité, et alors elle est positive, mathématique, atomiste, soit à une explication de la quantité par la qualité, et alors elle demeure théologique et scholastique [1].

La situation de Newton dans l'histoire des sciences est-elle celle d'un atomiste moderne ou celle d'un métaphysicien traditionnel? Posée sous cette forme, la question ne peut soulever aucun doute. M. Lange fait de Newton et de Descartes des réformateurs de la physique aristotélicienne et des partisans indirects de l'atomisme[2]. Ils ont tous deux accepté « la théorie des corpuscules élémentaires produisant, par leurs mouvements, tous les phénomènes, et devenant la base de la connaissance de la nature [3] ». Il ont tous deux adopté le système de Démocrite renouvelé par Gassendi, bien que Descartes s'en cache le plus possible en niant le vide et que Newton ne fasse du mot *atome* qu'un usage très exceptionnel.

Pourtant, pour M. Lange, il y a chez Newton deux indices qui permettent de distinguer son système du matérialisme proprement dit. D'abord Newton fait des mathématiques un usage synthétique [4]. « L'antique méthode synthétique [5] a célébré son dernier et plus grand triomphe dans les Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle [6] ». En second lieu, et ceci est plus important, Newton, imitant Descartes sur ce point, s'est écarté de l'idée de Démocrite et d'Epicure pour qui la

1. Cf. la critique du système d'Aristote, *Hist. du Mat.*, T. I, p. 80.

2. *Hist. du Mat.*, I, 187.

3. *Ibid.* I, 117.

4. Nous avons vu ce qu'il fallait penser de cette idée et dans quelle mesure l'esprit analytique pénètre toute l'œuvre de Newton.

5. C'est-à-dire la méthode d'Aristote.

6. *Hist. du Mat.*, I, 109.

matière et le mouvement sont donnés ensemble et ne peuvent pas se comprendre l'un sans l'autre. Newton a séparé le mouvement et la matière, il a fait naître le mouvement de la volonté de Dieu, qui crée d'abord la matière, puis lui imprime le mouvement par un acte qu'en esprit du moins on peut séparer [1]. Mais si on laisse de côté ces deux différences, en somme secondaires, la physique de Newton, aux yeux de M. Lange, dérive en droite ligne de l'atomisme ancien. Elle est une forme du matérialisme et du mécanisme, aidée seulement par un instrument mathématique plus puissant. Si elle a eu une influence exceptionnelle sur la formation de toutes les théories modernes, c'est moins par la méthode qui l'inspire que par le postulat dont elle part : tout est matière et mouvement, et la science physique n'est que l'extension de la science mécanique à toute la nature.

Il y a chez Newton un certain nombre de passages qui expliquent assez bien qu'on ait pu prendre sa physique pour une physique mécaniste. La plupart de ces passages n'appartiennent pas aux *Principes*, ils se trouvent dans la dernière partie de l'*Optique*, dans cet appendice intitulé « Quæstiones [2] » où Newton a rassemblé les idées de sa physique qu'il ne jugeait pas suffisamment mûres pour constituer un corps de doctrine. C'est ainsi que dans la Question XXVIII Newton se réclame expressément de l'atomisme [3] et se fonde sur l'autorité de « ces philosophes très célèbres de Grèce et de Phénicie, qui prirent comme principes de leur système le vide, les atomes, et la gravité ». Mais il est visible, par la suite même du passage, que l'atomisme ancien n'est pas admis par Newton comme type des doctrines mécanistes, mais comme une arme destinée à les combattre. Ce dont Newton loue Epicure et Lucrèce, c'est d'avoir appliqué les explications mécanistes à tout ce qui est matière, sans chercher à les étendre à des milieux fictifs. Des physiciens plus récents n'ont pas tenu compte de cette réserve. Ils ont imaginé de vaines hypothèses, l'éther, la matière subtile, pour faire rentrer sous les lois du mécanisme la totalité des phénomènes. Une seule idée ne peut suffire à tous les besoins de la

1. *Hist. du Mat.*, I, 187.
2. Cf. *Optique*, Ed. Clarke, p. 270.
3. *Ibid.* p. 297.

science. Si les théories mécanistes sont justes dans certains cas, rien n'est plus arbitraire qu'un mécanisme universel.

Dans plusieurs « Questions », Newton penche visiblement du côté des explications mécanistes. L'étude de la capillarité venait d'être faite, avec un talent d'expérimentation remarquable, par le physicien anglais *Hawksby*. L'ascension des liquides dans les tubes capillaires, la déformation des gouttes au contact des parois, sont des phénomènes dont Newton croit pouvoir fournir une explication mécanique. L'attraction réciproque des molécules, attraction qui s'exerce comme celle des planètes en raison directe des masses et en raison inverse du carré des distances, permet de trouver les lois exactes qui régissent la tension capillaire [1]. De même en chimie, ce sont les attractions moléculaires qui sont prédominantes dans le phénomène de la cristallisation. C'est sous leur influence qu'au sein d'une solution les particules de substance dissoute viennent s'agréger de façon à former une figure stable, figure dont la symétrie mécanique pourra être l'origine de phénomènes optiques comme les phénomènes de polarité lumineuse mis en évidence dans les cristaux biréfringents [2]. L'attraction moléculaire est même présentée par Newton, au moins sous forme hypothétique, comme le principe de toutes les actions chimiques. On trouve à la fin de l'*Optique* de nombreux exemples de « transmutations » chimiques expliquées par le jeu des forces moléculaires. Ici l'hypothèse mécaniste conduit Newton à une conception extrêmement voisine de la conception moderne des « combinaisons ». C'est par leurs chocs et leur enchevêtrement que les molécules chimiques se combinent pour donner lieu à des substances nouvelles. Ailleurs le mécanisme est utilisé par Newton pour suggérer une théorie des fermentations et décompositions [3]. La chaleur qu'on observe dans les fermentations n'est qu'une « agitation des parties vers différents côtés [4] ». Elle n'est qu'un mode du mouvement, et

1. Cf. *Quæst. Opt.* XXI, p. 319.

2. *Quæst. Opt.* XXI, p. 319. « [Partes] se ita disposuisse ut et latera quoque sua quoad vires attrahentes homogenea, quasi polari quadam virtute eodem omnes converterint. »

3. V. *De Natura Acidorum*, Phil. Trans. 1692.

4. « Calor est agitatio partium quaquaversus. Nihil est absolute quiescens secundum partes suas, et ideo frigidum, præter atomos, vacui scili-

est susceptible, comme l'affinité chimique, d'être réduite aux causes moléculaires [1]. Comme on le voit, les exemples ne manquent pas de cas où Newton semble préférer à tout autre une explication mécanique.

Malgré l'usage qu'en différents endroits Newton peut faire du mécanisme, nous ne saurions nous ranger à l'opinion de Lange qui voudrait faire de la physique newtonienne, comme de la physique cartésienne, une tentative de mécanisme systématique. La théorie de Descartes peut à la rigueur, bien qu'elle s'oppose sur bien des points à celle de Gassendi, être donnée comme un exemple de mécanisme. Elle satisfait aux deux conditions sans lesquelles il n'y a pas de mécanisme possible : d'une part les propriétés de la matière sont toujours des propriétés géométriques, d'autre part il n'y a pas dans la nature de continuité véritable, le continu n'est que l'apparence sensible de phénomènes réellement discontinus. Pour Descartes en effet les qualités de la matière se ramènent à la seule étendue, et les différentes espèces de matière forment des classes hétérogènes, ne pouvant se transformer les unes dans les autres.

Chez Newton au contraire il n'existe pas de propriété purement géométrique de la matière. La figure, le volume, sont déjà des propriétés *physiques*, c'est-à-dire révélées par l'expérience. Il en est de même de l'impénétrabilité, de la dureté, de la résistance [2]. Aucune de ces qualités ne peut se ramener aux attributs de la seule étendue, et la vérité est qu'elles nous sont connues seulement par de lentes inductions. Nous sommes si loin de comprendre *a priori* que l'impénétrabilité de la

cet expertes. » — Ceci est à rapprocher des « mouvements intestins » dont parle Bacon et des « mouvements insensibles » de Leibniz.

1. Déjà dans les *Principes*, il semble que les phénomènes calorifiques soient regardés comme des variantes des phénomènes mécaniques. Ainsi Newton ne fait pas la distinction entre l'idée de masse mécanique et celle de capacité calorifique (Cf. L. III, Prop. VIII, Cor 4). *Voltaire* s'est rendu compte de la confusion qui régnait sur ce point dans les idées de Newton.

2. Cf. *Opt. Quæst.* XXXI. « Duritia universæ materiæ simplicis proprietas haberi potest. Saltem hoc nihilominus evidens est, quam impenetrabilitatem ipsam materiæ esse universam proprietatem. Nam omnia corpora quæ quidem nos experientia novimus, vel sunt duria, vel durescere possunt, neque vero alia ulla certa ratione novimus corpora universa impenetrabilia esse, nisi quod experientia amplissima nos id docuit, sine ulla unquam oblata exceptione. »

matière est la raison profonde des autres propriétés, qu'en bien des cas nous partons de ces propriétés pour conclure au fait de l'impénétrabilité. D'une manière générale les différences de configuration ne suffisent pas à expliquer toute la physique. Elles sont tout au plus un symbolisme commode qui permet de coordonner les faits. Le travail, la tension, la chaleur, toutes les formes de l'énergie physique ont une individualité expérimentale qui ne se réduit pas aux attributs géométriques. Il faut les admettre comme des faits distincts et les analyser comme tels.

La continuité, qui est essentielle au système de Newton, est elle aussi incompatible avec le mécanisme. Nous ne pouvons prétendre ramener tous les problèmes à des problèmes d'équilibre ou de mouvement, que si l'univers est fait exclusivement d'atomes et de vide. Alors dans un phénomène quelconque, le physicien recherchera l'élément dynamique, c'est-à-dire un jeu de molécules qui se choquent et se déplacent, et si le mécanisme est vrai, il faut qu'un nombre limité de réductions permette de passer d'une propriété physique quelconque à cette image dynamique. Or pour Newton, nous l'avons vu, le nombre des propriétés de la matière est pratiquement illimité. Il dépend de l'état de nos connaissances et de la précision de nos instruments. De plus, toutes ces propriétés sont continues, c'est-à-dire qu'on peut les supposer diminuées ou augmentées à l'infini sans qu'on arrive à les faire disparaître ou à les ramener à d'autres. Ainsi la résistance de la matière peut aller en diminuant autant qu'on veut dans les espaces célestes sans qu'on atteigne la pure étendue[1]. La solidité des corps peut croître indéfiniment sans nous conduire jamais à des molécules absolument rigides. Il en est de même de toute réalité physique. Elle peut varier entre des limites infinies, mais il est impossible qu'elle se transforme en une réalité d'un autre genre. On ne peut donc admettre l'idée mécaniste qu'un esprit très subtil, voyant les choses comme elles sont, ne trouverait que géométrie partout. Il verrait toutes choses plus en détail que nous, mais il retrouverait partout comme nous, à côté des propriétés mécaniques, l'infinie variété des qualités physiques.

1. Cf. *Principes*, L. III, Prop. VI, Cor. 3.

On peut aller plus loin. Il y a chez Newton non seulement autre chose que le mécanisme, mais de véritables arguments contre toute métaphysique mécaniste. L'idée profonde des doctrines mécanistes est que la manière d'être de la matière sensible dépend de celle d'une matière insensible, dont elle est composée. Ramener toutes choses au mouvement, c'est ce que le physicien ne peut faire qu'en considérant les corps naturels comme formés de corpuscules invisibles soumis aux mêmes lois que les masses ordinaires. Ces corpuscules ou molécules sont les éléments derniers de la réalité. Les propriétés qu'ils possèdent sont absolues (dureté, élasticité, etc.) et le caractère relatif des propriétés sensibles vient du mélange des éléments. Les éléments sont insécables, ce sont des *atomes*, parce que s'ils se comportaient comme les corps divisibles ils requerraient à leur tour une explication. C'est là le trait commun à tous les matérialismes. Ils reculent la difficulté que soulève l'origine des propriétés de la matière dans le domaine d'une matière subtile, intangible, indivisible, et font de la molécule ou de l'atome l'élément immuable des « corps ».

S'attaquer à l'immutabilité de l'atome, c'est donc le meilleur moyen de renverser les théories moléculaires. Se refuser à accorder une existence absolue non seulement à la matière composée mais à ses particules, c'est ôter à la réduction qu'essaye le mécanisme toute validité. Or on trouve chez Newton au moins d'une manière implicite, une véritable critique de l'idée de « molécule ». Nous faisons allusion au second livre de l'*Optique*, où Newton parvient à la notion de molécule à l'aide des phénomènes d'interférence[1]. Il est clair que l'idée de molécule ne pouvait satisfaire un esprit comme Newton si elle ne s'accompagne pas d'une détermination numérique servant à fixer les dimensions de l'élément. Il ne suffit pas de dire avec les atomistes grecs que la molécule est une masse très petite, il faut que nous soyons fixés au moins sur l'ordre de grandeur qu'on doit lui attribuer. Or les phénomènes de coloration des lames minces et une foule d'autres phénomènes optiques peuvent justement servir, d'après Newton, à préciser cet ordre

1. V. *Lect. Opt.* L. II, P. III, Prop. VII et VIII.

de grandeur. Nous savons par l'expérience des anneaux que la teinte prise par une lame très mince en lumière naturelle peut être prévue lorsqu'on connaît l'épaisseur, et réciproquement. On pourra de la sorte, par l'examen des couleurs naturelles, se faire une idée de la dimension des molécules, en assimilant celles-ci en première approximation à des lames minces.

Mais ici une ambiguité apparaît. Il nous sera impossible, malgré les apparences, de trouver une mesure *absolue* des dimensions moléculaires. Il faudrait pour cela que la couleur correspondante fût elle-même classée d'une manière *absolue* dans l'échelle chromatique des teintes. Or nous ne savons rien *a priori* de la place exacte qu'occupe dans cette échelle une couleur naturelle donnée. Nous connaissons seulement sa place relative entre les couleurs environnantes. C'est ainsi que le bleu du ciel, le vert des plantes, le gris des nuages peuvent appartenir indifféremment au premier, au second, au troisième spectre, ou même à des spectres de rang plus élevé. Selon ce rang, le calcul permettra de déduire, pour la grandeur de la molécule, des nombres divers. Aucun de ces nombres ne s'impose absolument, puisqu'il y a toujours un certain arbitraire dans le choix que nous avons fait. Les dimensions moléculaires trouvées de cette façon n'ont donc qu'une valeur relative, et il faut se garder de croire qu'on a atteint ainsi l'élément ultime.

Newton revient à maintes reprises sur cette relativité de la notion de molécule. Si par exemple on prétend calculer à l'aide des phénomènes d'optique le rapport qui existe dans un corps quelconque entre les *pores* et les *pleins*, on arrive à des résultats bien différents selon l'ordre des couleurs pris comme point de départ[1]. Le rapport en question, qui est égal à 7 si l'on s'arrête au troisième ordre, devient égal à 15, à 31, à 63, si l'on passe au quatrième, au cinquième, au sixième ordre. Dans chacune de ces déterminations nous faisons une hypothèse, savoir que la molécule obtenue est vraiment la dernière, celle qui se comporte comme un solide insécable. Mais la comparaison des résultats fait voir ce que cette hypothèse a d'arbitraire.

1. *Opt.*, L. II, P. III, Prop. VIII.

La molécule n'est qu'un terme provisoire, auquel nous nous arrêtons par suite de conventions de calcul, mais au delà duquel il est toujours possible et parfois nécessaire de remonter. En fait nous appelons molécule une masse matérielle *relativement petite*, mais l'estimation de cette petitesse dépend et de l'état de nos connaissances et de l'objet que nous avons en vue[1]. On s'explique alors que Newton fasse usage de la notion de molécule, mais d'une manière tout à fait différente de ce que font Démocrite ou Lucrèce. Il l'envisage toujours comme une notion précaire, jamais comme le principe immuable de toute explication physique. « Il peut se faire que les particules les plus exiguës de la matière cohèrent entre elles par des attractions extrêmement fortes, qu'elles constituent des particules plus grandes, dont la force d'attraction soit plus faible, et qu'un grand nombre de ces particules plus grandes, cohérant entre elles de la même façon, constituent des particules plus grandes encore dont la force d'attraction soit encore plus petite, et ainsi de suite d'une manière continue (continuata serie), jusqu'à ce qu'on arrive enfin aux particules les plus grandes d'où dépendent les opérations chimiques et les couleurs naturelles ; ces particules par leur cohésion naturelle constituent finalement les corps dont la grandeur tombe sous les sens. »

Ainsi la molécule n'est pas pour Newton ce que l'atome est pour les matérialistes grecs, ce que la molécule elle-même est demeurée dans toutes les métaphysiques mécanistes, l'élément constitutif du réel, au delà duquel il n'y a plus rien à chercher. Molécule et atome sont des termes relatifs, comme ceux de force, de masse, ou de mouvement. S'il y a chez Newton quelque chose qui rappelle les systèmes mécanistes, ce ne peut être l'hypothèse absolue que ces derniers prennent comme point de départ. C'est par sa méthode, c'est surtout par ses

1. Les déterminations absolues des grandeurs moléculaires telles qu'elles ont été faites, par des méthodes diverses, dans la physique moderne n'échappent pas aux observations précédentes. L'accord satisfaisant qui existe entre elles et qui tend naturellement à inspirer confiance ne prouve pas que nous ayons fait des mesures *absolues*, mais que nous arrivons par différentes branches de la physique à un même degré de subdivision dans le réel.

2. V. *Opt.* Quæst. XXXI.

tendances, que Newton a pu être considéré comme le grand promoteur du mécanisme moderne.

A cet égard les allusions de Newton dans l'Optique et les Principes [1] peuvent nous servir de guide. Son but n'est manifestement pas la réduction définitive des phénomènes à un jeu de molécules s'entrechoquant. C'est là une forme grossière du matérialisme, dont ne peut se contenter l'esprit positif. Les forces mécaniques qui président au choc des corps, pour être les plus faciles à constater de toutes, ne sont pas les seules que la nature présente. Les forces d'attraction et de gravitation nous ont fourni un exemple de forces plus cachées, que l'analyse mathématique peut seule mettre au jour. S'il faut en croire Newton, tous les phénomènes physiques dépendent ainsi de « quelques forces » [2]. Ceci veut dire que dans toutes les observations il existe un élément mathématique que nous pouvons commodément appeler une *force*, pourvu que nous ne supposions pas par avance l'identité de toutes les forces. Force devient synonyme d'élément simple avec lequel les mathématiques peuvent reconstruire les diverses parties de la réalité. Mais il ne faut pas induire du choix de ce terme à la similitude des objets qu'il désigne. La force attractive, la force chimique, la force lumineuse peuvent fort bien être de nature différente. Il n'en demeure pas moins avantageux de les assimiler toutes au type mécanique, de façon à leur appliquer plus aisément le calcul.

On voit alors en quoi consistent les tendances mécanistes de Newton. Newton a gardé de l'ancien atomisme cette idée essentielle que le composé doit s'expliquer par le simple, l'agrégat par l'élément. L'analyse du réel en faits élémentaires qui est pour M. Lange la caractéristique du mécanisme, se trouve très certainement dans l'œuvre de Newton. Seulement les *éléments* qui servent à l'explication des phénomènes ne sont plus unifor-

1. *Principes*. Préface de 1686.

2. V. *Préface des Principes*. « Plusieurs raisons me portent à soupçonner que les phénomènes naturels dépendent tous de quelques forces dont les causes sont inconnues, et par lesquelles les particules des corps sont poussées les unes vers les autres et s'unissent en figures régulières, ou sont repoussées et se fuient mutuellement, et c'est l'ignorance où l'on a été jusqu'ici de ces forces qui a empêché les philosophes de tenter l'explication de la nature avec succès. »

mément et strictement mécaniques. Chaque ordre de phénomènes repose sur des faits spéciaux, et l'élément simple qu'on peut en dégager est caractéristique de cet ordre. Maintenant que d'un ordre à l'autre il y ait des réductions possibles, que par exemple les explications mécaniques puissent s'étendre au delà du domaine de la mécanique pure, c'estce que l'expérience aidée du calcul pourra décider. *A priori* nous devons nous défier des synthèses trop rapides. Nous devons considérer jusqu'à nouvel ordre chaque classe de phénomènes comme dérivant d'éléments spéciaux, et la seule chose qui subsiste lorsqu'on passe d'une de ces classes à l'autre, c'est la méthode qui sert à trouver l'élément. Cette méthode, toujours et partout, c'est la méthode mathématique. Commençant par un simple classement des observations numériques, elle finit par dégager une loi élémentaire qui va servir de base à la théorie. Mais quelque loin qu'on suppose poussée l'analyse mathématique, quelque uniforme que paraisse le type d'explication auquel elle conduit, il y aurait hypothèse, et hypothèse gratuite, à croire qu'elle ramène tout au mécanisme.

On comprend maintenant la place si importante que tiennent les « Quæstiones » dans la Physique de Newton. Au début de chaque science il est impossible que la méthode mathématique s'applique d'emblée. Les faits se présentent comme trop embrouillés, les mesures comme trop incertaines, pour que l'analyse et la synthèse puissent se passer de toute analogie. Même lorsque la théorie est constituée, il reste toujours un certain nombre de questions qui sont encore à l'étude et qu'on ne peut faire rentrer dans le corps de la science. C'est à ces questions peu coordonnées qu'il convient d'appliquer les analogies mécaniques, et nous avons dit en effet que les « Quæstiones opticæ » renferment toute la physique moléculaire de Newton. On conçoit effectivement qu'à chaque moment de son histoire la physique envisagée comme une théorie mathématique laisse provisoirement en dehors d'elle tous les phénomènes encore mal éclaircis, sur lesquels le calcul n'a pas prise. Pour arriver à mettre l'ordre dans ce chaos, il est utile de se laisser guider par les théories dites moléculaires, par les rapprochements mécaniques de tout genre, qui sont le meilleur moyen de pressentir des lois. Une fois que les lois sont

découvertes, les comparaisons mécaniques deviennènt inutiles. La fécondité des équations supplée au caractère intuitif des images mécaniques.

C'est ainsi que Newton, dans la théorie de la double réfraction, trouve bon d'assimiler les rayons lumineux à une émission de particules solides, parce que cette conception moléculaire fait image par sa simplicité et introduit un ordre provisoire dans la complexité des faits [1]. Mais il ne veut nullement laisser entendre par là que la lumière est réellement un corps. On peut l'envisager comme telle d'une façon provisoire sans qu'il en résulte une assimilation définitive des ébranlements lumineux aux chocs moléculaires. Lorsque je dis que la lumière est un corps je ne le dis pas sans réserves, comme le fait voir le mot *peut-être* ; ce n'est là pour moi tout au plus qu'une conséquence probable, nullement une hypothèse fondamentale ou une partie de la doctrine [2] ». Et de fait dans la première Édition des *Principes*, Newton arrive à s'affranchir de cette hypothèse. Les progrès faits entre temps par la physique mathématique lui permettent de traiter la théorie de la lumière d'une manière purement mathématique, sans hypothèse mécaniste auxiliaire. « Au reste je ne m'embarrasse point de la nature des rayons, je n'examine point s'ils sont matériels ou non, mais je me contente de déterminer les trajectoires des corps qui peuvent être semblables à celles que décrivent les rayons. [3] »

Cet exemple est typique en ce qui concerne la méthode de Newton. Il fait bien voir que le mécanisme strict, tel qu'on le trouve chez Hobbes et chez Gassendi, n'a jamais été considéré par Newton comme le but de la science. Les explications mécaniques n'ont dans la physique de Newton qu'un rôle provisoire et relatif. Elles servent à fournir des fils directeurs

1. V. *Opt Quæst.* XXXI. « Qnin et ipsi etiam radii luminis corpora dura esse videntur, neque enim alioqui possent in diversis suis lateribus diversas retinere propritates. »

2. V. Newtoni Responsio ad object. aliquas, Phil. Trans. 1672, n° 80. « Verum quidem est quod ex mea Theoria arguo lumen esse corpus; at id non incunctanter assero. ut innuit verbum *fortasse ;* id propono, ad summum, tanquam probabile doctrinæ meæ consectorium, non tanquam hypothesim, qua, velut fundamento doctrinæ stabili utor, quin imo, nec tanquam doctrinæ partem. »

3. Cf. *Principes*, L.I, S. 14, Prop. XLVI, Scholie.

dans l'étude de problèmes mal connus, mais les conceptions sur lesquelles elles se fondent n'ont rien d'immuable ni d'absolu. A vrai dire la physique mathématique est beaucoup plus générale que le mécanisme, elle le renferme comme cas particulier. Tandis que chez Démocrite ou chez Descartes ce cas est posé, dès le début de la science, comme le cas type auquel doivent se réduire tous les autres, c'est subsidiairement et à la fin de la science que Newton l'introduit. La physique de Newton accepte le mécanisme, parce que le mécanisme est une partie de la science. Mais, mathématique et positive avant tout, elle emploie des méthodes générales indépendantes de toute hypothèse mécaniste.



CHAPITRE VIII

LA PHYSIQUE EXPÉRIMENTALE ET L'HYPOTHÈSE

La méthode expérimentale de Newton est souvent caractérisée d'un seul mot. Newton, dit-on, bannit toute hypothèse, et par là il a tracé sa voie à la physique moderne.

Il y a dans cette manière de voir une part de vérité, mais on verra bientôt qu'elle n'est pas la vérité tout entière. C'est d'ailleurs une illusion de croire que les méthodes nécessaires à la science puissent être entièrement aperçues par un savant de génie, de sorte que la science n'ait qu'à appliquer indéfiniment ces méthodes une fois découvertes. La logique scientifique ne procède pas avec une telle simplicité. Les idées que le savant se fait à un moment donné sur le rôle et la valeur des hypothèses, sur l'interprétation des expériences, sur l'usage du calcul, son sujettes à variation et à perfectionnement. La manière dont nous concevons une théorie physique ne reste pas immuable tandis que les théories changent. Au fur et à mesure que le contenu de notre science s'enrichit d'éléments nouveaux, nos vues sur les méhodes scientifiques se modifient pour s'adapter à ces exemples. C'est pour cela que la logique scientifique n'est pas une œuvre qui puisse sortir des conceptions, même géniales, d'un savant. Les idées de Newton ou de Claude-Bernard sur l'utilité de tel ou tel principe, sur la généralité de tel ou tel procédé, sur les dangers de telle ou telle analogie, peuvent être intéressantes pour celui qui reconstruit l'histoire des sciences : il est impossible qu'elles demeurent éternellement vraies pour le savant même.

C'est qu'une méthode scientifique n'est pas quelque chose qu'on puisse séparer de son temps. Les idées que nous nous faisons d'époque en époque sur la valeur comparée des

méthodes dépendent moins du raisonnement abstrait par lequel nous en pesons les avantages et les défauts que des exemples mis sous nos yeux par la science contemporaine. La physique d'Aristote, qui nous semble aujourd'hui dépourvue de logique, a pu préférer la méthode métaphysique à toute autre, parce que seule à cette époque, cette méthode permettait d'introduire un certain ordre dans des phénomènes mal connus. Au moyen âge, les entités physiques ont répondu aux exigences de la logique scientifique, parce qu'on ne possédait pas d'autre moyen de ramener les faits à des forces élémentaires. La physique cartésienne a pu se servir d'hypothèses qui semblent aujourd'hui très invraisemblables, parce que grâce à de telles hypothèses Descartes réalisait un système déductif. A son tour Newton a pu rejeter toute hypothèse parce que de son temps les mesures positives avaient atteint un assez haut degré de perfection pour que l'esprit arrivât à se satisfaire de la substitution des *lois* numériques aux *causes* substantielles. Mais si c'est là un progrès véritable, on ne peut l'apprécier qu'en se replaçant dans le milieu scientifique où vivait Newton. Il faut examiner si les idées de Newton sur la philosophie expérimentale sont d'accord, non avec un idéal abstrait que l'histoire ne réalise jamais, mais avec la tendance qui se manifeste à la fin du XVIIe siècle dans l'évolution de la philosophie naturelle. Il est donc inutile et peu instructif de rechercher dans le Newtonisme ce qu'il peut y avoir d'absolument vrai et d'applicable partout à toute science. Il convient plutôt de se demander si le rôle assigné par Newton aux expériences et aux hypothèses est conforme à l'état de la physique de son temps et a pu en hâter le progrès.

Les Anciens ont connu, dès l'époque d'Aristote, une méthode qu'on peut rapprocher de la méthode expérimentale. Il semble que Démocrite ait été le premier à considérer les expériences raisonnées comme la véritable source de la certitude. Les résultats qu'il obtint en chimie, en physique [1], plus encore l'exemple qu'il laissa de ce que peut l'observation en biologie, font de ses travaux le point de départ de la méthode expérimentale. Aristote lui-même n'est pas exclusivement un aprio-

1. V. par exemple : *les Origines de la Chimie*, par M. Berthelot.

riste. Nous savons qu'à côté des vues synthétiques qui sont communes à la *Physique* et au *Traité de l'Ame*, il y a des observations bien coordonnées, des syllogismes fondés sur les faits. D'ailleurs les historiens de la philosophie s'accordent à dire que l'observation de la nature avait été la préoccupation constante d'Aristote, et qu'il était loin d'en méconnaître l'utilité dans l'investigation effective des causes [1].

Mais c'est à l'école d'Épicure qu'il faut faire remonter l'origine véritable de la science expérimentale. Plus hardis que leur maître Démocrite, Épicure et Lucrèce attribuèrent aux sens le privilège de nous faire connaître la réalité. Lorsque l'expérience sensible a prononcé, toutes les théories abstraites doivent s'incliner. C'est elle qui nous révèle l'existence, sinon des atomes pris en eux-mêmes, du moins de certains phénomènes qui ne peuvent se concevoir sans les atomes. C'est elle qui prouve la mortalité des êtres, le changement continuel de toute susbtance. Il est remarquable de voir comme Lucrèce appuye toujours sur des raisons de fait les conclusions les plus subtiles de son système. Assurément ce n'est pas pour elle-même que l'expérience est cultivée par les Épicuriens. Le souci de la science n'est pas ce qui les anime, et ils ne demandent à la physique que le minimum de vérités susceptibles de servir de base à la morale. On doit reconnaître aussi que chez eux l'observation l'emporte de beaucoup sur l'expérimentation. Il est rare qu'ils aient recours à des exemples compliqués, à des cas non spontanément réalisés par la nature. Enfin il est certain que la critique des expériences n'est pas poussée très loin chez Lucrèce. Il suffit en général que nos sens aient parlé pour que leur témoignage soit au-dessus du doute. La méthode expérimentale n'est donc pas employée par Épicure et Lucrèce avec les garanties qui en sont l'accompagnement nécessaire. Elle manque, comme la méthode adverse, de certitude et de critique. Il n'en est pas moins vrai que l'atomisme, sous les dehors d'une métaphysique matérialiste, cachait les premiers rudiments d'une physique fondée sur l'expérience. Si cette physique s'est trouvée contredite par beaucoup de résultats de

1. C'est Platon qui est le véritable type du savant contempteur de l'expérience. Aussi Aristote l'accuse-t-il d'édifier une philosophie vide et artificielle.

la science moderne, il est certain que ses critiques ont profité même de ses erreurs. Gassendi, Bacon, Newton ont chacun emprunté quelque chose à la physique atomistique, et sous leur empirisme on retrouve des vestiges de la métaphysique de Démocrite.

On a vu précédemment[1] que Newton comprenait l'importance des théories atomiques, mais se refusait à y voir le seul guide de la philosophie expérimentale. Il admire Épicure d'avoir su dépasser le point de vue de la métaphysique d'Aristote, sans pour cela accepter le système des atomes comme l'explication définive de la nature. En effet la méthode d'Épicure, même avec les modifications qu'y a apportées Gassendi, a un trait commun avec celle d'Aristote. Au lieu de donner des explications particulières, elle donne toujours des explications générales. Ceci ne veut pas dire que la généralité soit à éviter dans les théories physiques. Nous avons vu au contraire que l'analyse mathématique a proprement pour but de tirer de cas déterminés des formules applicables dans des cas plus étendus. Mais il faut toujours qu'une explication générale puisse se préciser dans un cas particulier. Il faut qu'en l'appliquant à un phénomène donné, nous puissions comprendre tous les traits distinctifs de ce phénomène. Une explication générale est mauvaise, lorsqu'elle reste générale dans des cas spéciaux. C'est une preuve qu'elle n'est ni précise ni susceptible de démonstration.

Or la physique des atomistes tombe manifestement sous ce reproche. S'agit-il d'expliquer la cohésion ? Elle imagine des atomes crochus dont l'enchevêtrement fait la ténacité des corps[2]. De la sorte elle explique bien que tous les corps soient vaguement cohérents, mais elle ne montre pas pourquoi un corps donné possède tel degré de ténacité. Faut-il faire voir l'origine des couleurs ? Elle concevra autant d'espèces d'atomes douées chacune de propriétés différentes, qu'il y a de couleurs dans les objets. De cette façon on pourra rendre compte, d'une manière vague et générale, de l'existence des couleurs natu-

1. V. Ch. précédent.

2. Cf. *Opt. Quæst.* XXXI. « Ad cohærentiam explicandam, commenti sunt atomos hamatos, quod est utique id ipsum pro responso afferre, quod erat quæsitum ».

relles. Mais rien ne laissera comprendre pourquoi dans un cas donné et avec un corps donné on constate une coloration plutôt qu'une autre. Rien ne sert donc de partir de l'expérience si l'on doit se contenter de généralités confuses semblables à celles de la métaphysique d'Aristote. « La cause des formes particulières, la raison qui fait différer l'une de l'autre, voilà ce qui est l'objet essentiel de la Philosophie ; l'abandonner pour des explications formelles, c'est renoncer à tout ce qui peut satisfaire l'esprit avide de connaître la nature[1]. » Il faut que la physique soit fondée sur les faits, si on veut la dégager des confusions scholastiques. Mais un empirisme quelconque ne suffit pas à donner à la science une valeur objective. Il faut que cet empirisme soit précis et susceptible de vérification dans chaque cas.

Si Newton ne se range pas complètement à la manière de comprendre la physique qui était celle d'Epicure et de Lucrèce, il est visiblement plus hostile encore aux conceptions issues d'Aristote et à la fausse physique du Moyen Age, qui n'a pour elle ni la précision des calculs ni la garantie des faits. On trouve à la fois, dans l'*Optique* et dans la première préface des *Principes*[2] des déclarations extrêmement nettes touchant l'opposition de la méthode newtonienne à celle de la physique scholastique.

Le premier reproche qu'on peut faire à la physique du moyen-âge est d'introduire dans les phénomènes naturels non la netteté mais l'obscurité. S'il y a une chose parfaitement claire, c'est le mouvement du fer attiré par l'aimant, le mouvement de l'étoffe attirée par l'ambre frotté, le mouvement de la pierre tombant vers le sol, le mouvement des parcelles liquides qui fermentent. S'il est au contraire quelque chose d'incompréhensible, c'est l'idée d'une qualité magnétique, d'une qualité électrique, d'une qualité de gravitation ou de fermentation accompagnant et produisant ces mouvements[3]. Or c'est le

1. V. *Lect. Opt*. Quest. XXXI sub. fin.

2. 1686.

3. Cf. *Lect. opt*. L. III, p. 326. « Cujus generis (qualitatum occultarum) forent scilicet gravitatis, attractionumque magneticarum et electricarum, fermentationumque causæ ; si quidem vires vel actiones hasce ex qualitatibus oriri fingeremus nobis incognitis, quæque natura sua inexcogitabiles et exploratu impossibiles essent ».

propre de la physique de l'Ecole de ne faire appel qu'à des « qualités occultes ». Ce n'est pas parce qu'elles sont *qualités* que les « formes substantielles » ou « essences » sont dangereuses. Nous savons que l'expérience nous frappe toujours d'abord par son aspect qualitatif et que la mesure intervient assez tard. C'est le caractère *occulte* des qualités physiques qui est contraire à la définition de la science.

Qu'est-ce qui permet au physicien moderne de superposer petit à petit les mathématiques à l'expérience? C'est la convention fondamentale d'après laquelle l'élément simple, provisoirement inconnu, qu'il s'agit de dégager pour expliquer le réel est intelligible et connaissable. Qu'on l'appelle force, masse, gravitation, il n'a rien de mystérieux, rien d'irrationnel. Il peu se définir par des mesures concrètes, et est aussi facilement compréhensible que ces mesures. Chez les Aristotéliciens du moyen-âge on trouve une conception toute différente. Les qualités élémentaires de la matière sont nécessairement des qualités cachées. Ceci veut dire qu'elles appartiennent à un monde de réalités différentes des réalités empiriques. Elles sont inaccesibles aux sens par leur nature, et tout ce que nous en pouvons savoir, c'est que leur existence est nécessaire, leur causalité effective. Mais la science des qualités premières nous a été et nous demeure refusée. Ni l'analyse ni la synthèse ne peuvent nous faire passer de l'ordre physique à cet ordre d'entités métaphysiques. Il faut nous contenter de constater qu'une connaissance entièrement positive est impossible et que la physique est sous la dépendances de causes inintelligibles.

Du fait que les qualités de la matière sont occultes, on conclut qu'elles fournissent des explications purement verbales. Le mot « gravité », le mot « magnétisme » et tous les termes analogues sont des mots vides de sens, ou du moins ils apprennent juste autant que le phénomène qu'il s'agit d'expliquer. C'est ainsi que la solidité des corps n'est nullement éclaircie lorsqu'on fait l'hypothèse « de particules conglutinées par le repos [1] ». Le repos n'est pas une cause effective, c'est un mot qui n'équivaut pas à une raison. De même lorsqu'on fait la théorie de la chaleur en la rapportant à une « forme » spéci-

1. *V. Opt. Quæst.* XXXI. Alii finxerunt corporum particulas inter se conglutinatas esse quiete, hoc est qualitate occulta, aut potius plane nihilo ».

fique, on est bien obligé d'attribuer à cette « forme » des fonctions correspondant à des effets, et de la sorte on double le problème, loin de l'avancer en aucune façon. Il est bien évident que les qualités occultes ne sont qu'un artifice verbal assez peu propre à dissimuler notre ignorance. « Aussi les Modernes ont-ils enfin, depuis quelque temps, rejeté les formes substantielles et les qualités occultes, pour rattacher les phénomènes naturels à des lois mathématiques[1] ». Cette œuvre est celle que Newton a lui-même essayé de promouvoir[2]. Il insiste d'autant plus sur l'opposition de sa méthode avec celle des qualités occultes qu'un grand nombre de critiques lui avaient été adressées de la part des empiristes purs, accusant Newton de faire revivre dans ses *Principes* les idées d'impulsion, d'attraction, de propulsion, que Bacon avait exterminées de la science expérimentale. On comprend aisément que les adeptes de Bacon, craignant sur toutes choses le retour à Aristote, aient pu assimiler l'attraction newtonienne à l'horreur scholastique du vide. On comprend moins bien que les explications de Newton, répétées sans cesse dans tous ses écrits, aient laissé subsister cette confusion, et que jusqu'à sa mort il ait dû se défendre contre l'accusation d'admettre en physique des « qualités occultes ». Ce n'est pas en effet d'une manière passagère que Newton, dès le début des Principes, renie toute solidarité avec la physique d'Aristote. De semblables dénégations se retrouvent et dans la dernière partie de l'*Optique* et dans maint fragment de la *Correspondance*. On peut dire qu'aujourd'hui la cause est entendue. L'opposition de Newton avec le moyen-âge nous frappe bien plus que son affinité. Il est pourtant nécessaire de préciser le point sur lequel la confusion a pu se faire et de montrer clairement comment elle doit se lever.

L'idée des qualités occultes n'est pas de tous points une idée anti-scientifique. On comprendrait mal le succès durable qu'elle a eue dans la physique du Moyen-Age, si elle ne renfermait pas une part de vérité, une part d'utilité. A vrai dire, il faut

1. V. *Préface des Principes*, 1686.

2. *Ibid.* « On s'est proposé dans ce traité de contribuer à cet objet, en cultivant les mathématiques dans ce qu'elles ont de commun avec la Philosophie Naturelle ».

l'envisager comme une première tentative, assez malheureuse, de réduction des phénomènes à un petit nombre de causes élémentaires. Les « qualités », les « facultés », les affinités » étaient autant d'hypothèses schématiques autour desquelles venaient se grouper des classes de faits plus ou moins bien définis. Remarquons qu'un grand nombre de ces termes se retrouvent dans le vocabulaire de la science moderne. Les qualités de la matière, ses affinités, sont des expressions dont personne aujourd'hui ne trouve à critiquer l'usage. Et pourtant ces mêmes expressions ont valu à Newton d'ardentes polémiques, et le grief de faire retour aux chimères métaphysiques d'Aristote. C'est que Newton est justement l'auteur de la transformation importante qui s'est opérée dans le sens de cette expression : qualité de la matière, et notre langue profite aujourd'hui de la sécurité qu'il lui a conquise.

Une qualité de la matière n'est à aucun degré quelque chose d'occulte. Il faut au contraire entendre par ce mot ce qu'il y a de plus intelligible dans les phénomènes. Lorsque Newton parle de la gravitation comme d'une qualité inhérente à toute matière, il faut se garder de faire intervenir dans sa pensée la moindre idée de causalité. La gravitation n'est pas la cause qui produit le mouvement de l'univers. Une pareille cause nous est inconnue et indifférente. Elle n'est pas non plus une qualité dernière au-delà de laquelle on ne peut remonter. Tout porte à croire au contraire qu'avec le progrès inévitable des mesures nous serons amenés à voir dans la gravitation un phénomène à son tour très compliqué, et fondé sur une « qualité » plus simple, par conséquent plus essentielle de la matière. Pour Newton, les qualités matérielles sont avant tout des *qualités manifestes* (qualitates manifestae). Elles sont une représentation simple et commode grâce à laquelle l'unité s'introduit dans une foule de représentations connexes. Séparées de toute idée de causalité, elles n'ont plus pour but d'expliquer le pourquoi des phénomènes, mais de faire comprendre et retenir leur genèse empirique. Ce sont bien les éléments simples dont toute réalité découle. Mais cette dérivation n'est pas occulte, elle ne ressemble pas à l'émanation mystérieuse de l'effet sortant de sa cause. C'est une pure genèse explicative, descriptive, mathématique. « Les qualités de la matière ne doivent

pas être imaginées comme naissant de formes spécifiques, mais comme des lois universelles de la nature, par lesquelles les choses sont formées. De tels principes existent effectivement, l'expérience nous le montre, bien que leurs causes ne soient pas encore expliquées. De toutes façons, ce sont des qualités manifestes, et leurs causes seules demeurent occultes...[1] ».

Ainsi le moyen âge avait pressenti qu'il y a dans la réalité physique réduction possible, réduction nécessaire. C'était là une idée scientifique et qui devait porter ses fruits. Seulement les Scholastiques se sont trompés en essayant de faire cette réduction de la même manière qu'Aristote, c'est-à-dire en ramenant ce qui est positif, intelligible, vérifiable, à des causes métaphysiques et obscures. C'est sans sortir de l'ordre physique que la simplification du réel doit se faire. A la recherche des causes il faut substituer celle des lois et réserver le nom de « qualités » aux propriétés relatives exprimées par ces lois. De cette façon nous faisons faire à la physique un progrès important. Nous réintégrons dans la science expérimentale ce que l'on croyait supérieur à toute science. C'est l'opinion de Newton lui-même que la réduction de faits multiples à un petit nombre de faits primitifs « est un grand progrès dans la philosophie, même s'il reste à découvrir encore la cause de ces derniers[2] ». Cette cause se cherchera à son tour non dans le domaine transcendant, mais parmi des lois manifestes De la sorte nous ne sortirons jamais du domaine empiriquement connaissable, et pourtant nous parviendrons à une science de plus en plus systématique, parce que les « qualités » dont elle fait état seront la traduction de plus en plus exacte des faits.

La méthode de Descartes était elle aussi une méthode de réaction contre la physique de l'Ecole. On connaît les critiques, surtout ironiques, adressées par Descartes à la physique

1. V. *Opt. Quæst.* XXXI, sub. fin. « Utique qualitates ipsæ sunt manifestæ, earumque causæ solum occultæ ».

2. V. *Opt. Quæst.* XXXI. « Philosophiæ naturalis progressum impediunt istiusmodi qualitates (occlutæ), ideoque nuperis temporibus rejectæ sunt... At ex phænomenis naturæ duo vel tria derivare generalia motus principia ; et deinde explicare quemadmodum proprietates et actiones rerum corporearum omnium ex principiis istis manifestis consequantur, id vero magnus esset factus in philosophia progressus, etiamsi principiorum istorum Causæ nondum essent cognitæ ».

d'Aristote, et la manière dont ces critiques furent développées par *Malebranche*[1]. Mais si les qualités occultes sont rejetées par Descartes, c'est pour une raison toute différente de celle qui guidera Newton. Nous venons de dire que ce dernier était choqué surtout du caractère métaphysique, partant hypothétique, de la physique de l'École. Ce que Descartes trouve défectueux dans les théories d'Aristote et de ses successeurs, c'est principalement le caractère imaginatif de leurs principes. Chaque fois qu'il s'agit d'expliquer les effets d'un agent naturel, les Scholastiques ont recours à une forme substantielle qu'ils s'imaginent précisément de façon à l'adapter à leurs démonstrations : « Le feu est un élément chaud et sec, c'est donc un élément qui assemble les choses de même nature, et qui se contient facilement dans ses propres bornes, et difficilement dans des bornes étrangères. L'air est un élément chaud et humide, c'est donc un élément qui assemble les choses de même genre, et qui ne se contient pas facilement dans ses propres bornes, mais dans des bornes étrangères [2].

De telles définitions sont sans valeur, parce qu'il est trop commode de les plier à des démonstrations différentes. Elles sont le produit de l'imagination et des sens, au lieu d'être posées par la seule raison. On comprend qu'en se laissant inspirer par ces idées confuses les Scholastiques aient trouvé nécessaire de supposer des « formes » nouvelles chaque fois que leur attention se portait sur un ordre de phénomènes non immédiatement réductibles aux ordres déjà connus. Les qualités calorifiques, frigorifiques, lumineuses, magnétiques, ont dû s'introduire successivement dans leur doctrine, parce que la sensation seule et l'imagination ne peuvent par elles-mêmes trouver aucun lien entre des phénomènes aussi disparates que ceux de la lumière et de la chaleur, par exemple. Mais c'est le propre de l'esprit scientifique d'introduire l'unité, par des définitions rationnelles, là où les sens ne voient que confusion. Descartes démontre qu'une seule qualité est véritablement inhérente à la matière, c'est l'étendue avec la propriété d'être mue. Lorsqu'au lieu d'observer les phénomènes

1. *Rech. de la vérité*, L, VI, IIe P. Ch. II, III, V.
2. *Rech. de la vérité*, Ed. Bouillier, T. II. p. 102.

avec l'instrument défectueux que sont nos sens. nous reconstruisons l'univers par les seules forces de la raison. l'étendue est la seule qualité que nous soyons partout obligés d'admettre. Elle ressemble par un point aux qualités occultes. c'est qu'elle est une qualité ultime à laquelle nos facultés d'analyse s'arrêtent. Mais elle s'en distingue très notablement, d'abord parce qu'elle est claire et distincte. et ensuite parce qu'elle est destinée à demeurer unique.

La physique de Descartes n'apprend que peu de chose sur sa façon de concevoir la méthode expérimentale. Il semble que Descartes ait mis un soin jaloux à dissimuler autant que possible le rôle de l'expérience dans la coordination des faits. Il ne la fait intervenir que pour décider entre des solutions théoriques également séduisantes *a priori*.[1] « Aller au devant des causes par les effets », telle est la formule par laquelle il caractérise la fonction scientifique de l'expérience. Elle signifie que la méthode expérimentale est purement subsidiaire, et qu'il faut l'employer seulement dans les cas où une question demeure géométriquement indéterminée.

Il y a plus. Quelle que soit l'importance pratique que Descartes donne aux expériences, on ne peut dire qu'il y ait chez lui l'idée d'une méthode expérimentale. Méthode implique évidence, et l'observation ne peut jamais donner lieu à des intuitions évidentes. Elle est abandonnée à l'instinct du savant. Les artifices expérimentaux sont toujours précaires. il n'y a pas de règle qui préside en tous cas à la conduite des expériences. Aussi malgré certaines affinités indéniables, n'est-ce pas de Descartes que Newton relève. Descartes, comme Newton, s'oppose au moyen âge, car la conception fondamentale du moyen âge, la recherche des choses transcendantes, équivaut pour lui à la négation de la science. Mais la physique newtonienne est seule indépendante de toute métaphysique. Descartes, malgré le mépris qu'il affecte pour ses prédécesseurs, n'a pas suivi une voie radicalement nouvelle. A la métaphysique confuse des scholastiques, il substitue non l'analyse des faits, mais une métaphysique encore, plus claire et plus distincte. Au lieu de cela la physique de Newton s'édifie indépendamment de toute

1. Cf. *Disc. de la méth.* 6e Partie.

idée abstraite à l'aide des données immédiates des sens. Les mathématiques qui jouent chez lui un rôle si différent de ce qu'elles font chez Descartes, s'appliquent aussi à un objet différent. Car ce n'est pas un système d'idées que Newton se propose de construire, système qui se trouvera comme par hasard représenter les faits, c'est un système d'observations portant sur les faits eux-mêmes.

Alors la question ne peut se poser, comme elle se pose pour Descartes,[1] de savoir si les lois physiques sont les lois d'un monde hypothétiqne ou si réellement elles peuvent s'appliquer au monde qui nous est donné. Nous sommes partis consciemment de l'expérience. Chacune des déductions que nous avons faites a été accompagnée d'inductions nécessaires pour maintenir l'accord du calcul de l'expérience. Nous sommes donc assurés que le mécanisme algébrique n'a pas été appliqué en vain. Il ne peut pas arriver un moment où le calcul nous fournisse d'autres solutions que celles de la nature, puisque nous avons à chaque instant fondé nos calculs sur l'observation naturelle. On comprend donc que Newton ait regardé l'expérience, non comme un pis-aller, mais comme l'instrument indispensable de la science. Aussi bien l'expérimentation a-t-elle ses règles et ses principes. Elle est plus qu'un procédé de contrôle, elle est une méthode sans laquelle nos calculs ne signifieraient rien.

L'idée d'une *méthode expérimentale* est le principal titre de gloire de Bacon. On pense trop souvent que Bacon n'a pas su tirer de sa méthode l'enseignement pratique qu'elle comportait. Il n'a su inspirer, dit-on, ses successeurs parmi lesquels Newton est le plus illustre, que par des conseils théoriques, non par des découvertes qui pussent servir de modèle. C'est une question que nous allons examiner bientôt de savoir si Newton doit à Bacon toutes ses idées sur la méthode expérimentale. Mais on peut dire dès à présent que les résultats scientifiques obtenus par Bacon ne sont pas si insignifiants qu'on le croit d'ordinaire et qu'il a pu par ses exemples autant que par ses préceptes diriger les recherches de Newton.

Il a eu le soupçon d'une attraction mécanique, de tous points

1. V. *Traité du monde*. Ed. Cousin, T. IV, Ch. XV.

comparable à l'attraction magnétique, qui s'exercerait entre la terre d'une part et les corps pesants de l'autre, voire même entre le ciel étoilé et les différentes planètes[1]. On trouve chez lui l'idée vague, il est vrai, mais néanmoins très reconnaissable, d'une « tendance vers le haut et le bas », tendance que malgré l'opinion de Gilbert rien ne permet de limiter à une sphère fixe, et qui est fonction de la seule distance : elle augmente quand la distance diminue, et inversement[2]. Bacon pressent l'explication véritable des marées par l'effet de l'attraction lunaire[3]. Il cite toujours l'exemple du flux et du reflux à côté de celui de la pesanteur comme des illustrations semblables d'un même fait. En optique, Bacon a compris que la variété des couleurs doit avoir son fondement non dans des abstractions, mais dans la différence des propriétés mécaniques, ou, comme il dit, des « schématismes » qui caractérisent la structure des corps[4]. Enfin il décrit de nombreuses expériences sur l'incompressibilité des liquides[5], sur la densité des corps[6], sur la pesanteur de l'air et son élasticité[7], qui pour manquer de précision n'en sont pas moins méthodiquement construites et logiquement interprétées.

Sur tous ces points, Bacon s'est borné à donner des explications hypothétiques, et il n'a cherché nulle part à condenser les expériences en une formule. Il n'en reste pas moins haute-

1. V. *Nov. organum*, L. II Aph. 45. « Rursus, si sit aliqua vis magnetica, quæ operetur per consensum inter globum terræ et ponderosa, aut inter globum lunæ et aquas maris (quæ maxime credibilis videtur in fluxibus et refluxibus semi-menstruis), aut inter cœlum stellatum et planetas, per quam evocentur et attollantur ad sua apogæa ; hæc omnia operantur ad distantias admodum longinquas ».

2. V. *Nov. organum*, L. II, Aph. 35 et 36. « At si recipiatur opinio Gilberti, quod magnetica vis terræ ad alliciendum gravia non extendatur ultra orbem virtutis suæ (quæ operatur semper ad distantiam certam et non ultra), hocque per aliquam instantiam verificetur ; ea demum erit instantia fœderis circa hoc subjectum. Neque tamen occurrit impræsentiarum instantia aliqua super hoc certa et manifesta... Quo proprius gravia appropinquant ad terram, eo fortius et majori cum impetu feruntur ad eam ; quo longius ab ea absunt, debilius et tardius (ut fit in attractionibus magneticis) ».

3. Cf. *Nov. organum*, L. II, Aph. 48. « Nam si luna attollat aquas, aut turgescere aut intumescere faciat humida, videntur hi motus esse tanquam congregativa media et imperfecta ».

4. Cf. *Nov. organum*, L. II. Aph. 23.

5. *Ibid.* Aph, 45.

6. *Ibid.* Aph. 50.

7. *Ibid.* Aph. 35 et 45.

ment probable que les idées du *Novum Organum* ont exercé une influence réelle sur l'esprit de Newton. Les ouvrages de Bacon étaient entrés peu à peu dans l'enseignement. Ils constituaient en Angleterre, à la fin du XVII[e] siècle, le traité fondamental de logique scientifique, et c'est sur eux qu'on s'appuyait pour faire pièce aux théories cartésiennes. Durant son long séjour à *Trinity College* [1], Newton a certainement lu, commenté, approfondi Bacon.[2] Il est très probable que dès cette époque il comprit qu'on pouvait tirer de la méthode expérimentale plus encore que n'avait fait son inventeur. Ce qui nuisait surtout aux recherches de Bacon, ce n'est pas d'avoir méconnu le rôle de l'expérimentation, ce n'est même pas d'en avoir ignoré les règles, c'est d'avoir prétendu les appliquer trop tôt à des questions trop compliquées. Bacon ne savait pas choisir, parmi les problèmes scientifiques, ceux qui étaient parvenus à maturité, ceux que sa méthode pouvait aborder avec fruit. C'est le mérite de Newton d'avoir compris qu'une méthode quelle qu'elle soit n'est pas applicable d'emblée à tous les cas. L'expérimentation telle que la concevait Bacon, va être appliquée par Newton justement dans les cas où son emploi est le mieux préparé. A l'esprit de méthode, que Bacon possédait déjà, Newton ajoute la clairvoyance, qui est une des caractéristiques du génie.

Si l'on veut comprendre ce que la physique newtonienne doit aux méthodes de Bacon, il importe de préciser l'élément original que le *Novum Organum* introduit dans la science. Le but de Bacon n'était pas simplement la rénovation des sciences de la nature. L'*Instauratio Magna* a des prétentions plus hautes, elle s'applique tout aussi bien aux sciences morales, aux sciences philosophiques, qu'aux sciences physiques proprement dites. La véritable raison de l'état de faiblesse où sont demeurées toutes ces sciences n'est pas dans l'impuissance de

1. D'abord comme élève, puis comme *Minor Fellow*, Newton demeura attaché à *Trinity College* de 1661 à 1668. La qualité de *Major Fellow* lui fut décernée en 1668 et il profita jusqu'en 1696 de la petite pension attachée à ce titre.

2. Le nom de Bacon n'est cité nulle part dans les œuvres de Newton. Mais Descartes n'est pas nommé davantage, et pourtant certains théorèmes des *Principes* sont dirigés spécialement contre lui. Hooke et Boyle, que Newton cite souvent, étaient des admirateurs de Bacon.

l'esprit humain. Pour voir ce dont l'esprit humain, méthodiquement conduit, est capable, il suffit de considérer l'exemple des arts mécaniques [1]. Ces arts, « comme s'ils étaient animés d'un souffle vital », sont allés constamment en progressant parce que les nécessités de la pratique introduisaient un ordre fatal dans le perfectionnement de la technique. Au contraire les sciences théoriques sont restées stationnaires. Il y a eu dans l'antiquité même, des savants heureusement doués qui ont pressenti d'instinct des vérités importantes. Mais la plupart de ces vérités sont demeurées stériles, parce que, bien qu'elles fussent grosses de conséquences, il n'existait pas de méthode générale pour dégager ces conséquences. Ceux qui recherchèrent les premiers une pareille méthode créèrent sous le nom de logique un art entièrement factice. Ils crurent possible, par le seul raisonnement, de parvenir des vérités connues aux vérités inconnues. Il y avait pourtant dans leur tentative une idée qui demeure exacte. C'est la nécessité qu'il y a d'aider l'esprit humain, de reculer les limites de ses facultés, si l'on veut le mettre en état de surmonter les difficultés sans nombre que présente l'étude de la nature [2]. Malheureusement cette idée s'est trouvée « dépravée » par l'abus qu'en firent les dialecticiens. Au lieu de prendre exemple des arts mécaniques, où le progrès s'est fait par la voie empirique, les philosophes ont voulu faire de toutes pièces une science syllogistique. De là vient qu'on ne trouve chez eux ni certitude ni démonstration, mais seulement des probabilités variables [3], présentées toutes comme d'égale valeur.

On peut distinguer la manière de procéder de ces philosophes et la méthode que va leur opposer Bacon par trois caractères bien marqués [4]. D'abord, en ce qui concerne le commencement des recherches (*initia inquirendi*) la méthode baconienne est une méthode libre. Elle soumet à l'examen tout ce

1. *De Dign.* Præf. Gener. § 5.

2. V. *Partis Instaurationis secundæ delineatio et argumentum* (ex Impetibus philosophicis ab Ed. Grutero editis, Amsterodami. 1653).

3. *Ibid.* « Finis autem hujus (nostræ) scientiæ, ut res et opera, non argumenta et rationes probabiles, inveniantur et judicentur ».

4. *Ibid.* « Differt autem nostra a logica vulgari, tum aliis rebus, tum præcipue tribus : videlicet initio inquirendi, ordine demonstrandi, atque fine et officio ».

qui n'est pas un fait clairement établi. Les scholastiques se contentent de faire commencer la science « aux paroles de leurs maîtres » et de développer d'une manière verbale les aperçus dogmatiques qu'ils acceptent sans contrôle [1]. Ensuite la marche des démonstrations (*ordo demonstrandi*) est exactement inverse dans la méthode de Bacon de ce qu'on trouve chez les logiciens de l'École. Au lieu de s'attaquer du premier coup aux vérités les plus élevées, la science nouvelle procède graduellement, imitant la prudence à laquelle se conforment les artisans sérieux. Enfin le but ou la destination de la science (*finis et officium*) vont être pour Bacon d'inventer et de juger, non pas seulement des choses vraisemblables, mais des choses réelles, des moyens effectifs. C'est la nature qui offre d'abord l'objet concret auquel doivent s'appliquer nos recherches. Rien ne sert d'inventer des théories subtiles, si ces théories ne conviennent pas à la réalité donnée. Aider l'esprit à travailler, mais non sur des questions abstraites, tel est le but que Bacon assigne à sa réforme scientifique. La méthode expérimentale doit s'appliquer toujours aux faits qui peuvent intéresser la vie.

La tendance explicitement marquée chez Bacon à rapprocher la « technique » de la « science » et à prendre les procédés de l'artisan comme modèle de ceux du théoricien se retrouve sans changement chez Newton. En est-il de même de l'induction baconienne, et peut-on dire que la physique de Newton soit de tous points l'application des règles formulées dans le *Novum Organum* ?

Beaucoup de commentateurs de Bacon, frappés de l'influence qu'exercèrent ses ouvrages sur les savants anglais du XVIIe siècle, ont cru que la méthode expérimentale n'a plus fait de progrès après lui. C'est ainsi que pour *Bouillet* [2] l'originalité de Boyle, de Hooke, de Newton, consiste seulement à avoir suivi les traces de Bacon. « La méthode de Newton ne diffère en rien, pour le fond, de celle de l'auteur du *Novum Organum*. Les grandes vérités qu'a démontrées Newton avaient été presque toutes soupçonnées ou même clairement exprimées par Bacon...

1. Dans le *De Dignitate*, Bacon attaque avec autant de vivacité que Descartes la méthode d'Aristote et le traditionalisme.

2. *Œuvres philos. de Bacon*, L. II, Introduction.

L'induction de Bacon se confond entièrement avec la méthode d'analyse décrite par Newton. »

Il y a dans cette opinion une exagération manifeste. La méthode expérimentale, comme toute méthode, ne peut pas se juger sur l'énumération pure et simple des préceptes dont elle se compose. Il est important d'en dégager l'esprit, et pour cela de comprendre le but qu'elle poursuit. Il est certain qu'on rencontre chez Newton la mise en œuvre des règles scientifiques que Bacon avait énumérées le premier. L'art d'instituer, de contrôler, de comparer les expériences n'est pas conçu avec plus de rigueur par l'auteur des *Principes* que par celui de l'*Instauratio Magna*. Mais le but poursuivi de part et d'autre est loin d'être le même. Bacon n'est qu'expérimentateur. Il rejette la logique abstraite au rang des chimères et pense que son emploi ne saurait qu'entraver les progrès de la science. Entre l'expérimentation et l'argumentation, il n'a pas l'idée qu'il existe un passage, et il doute que l'induction opérée sur les faits puisse se compléter par des constructions rationnelles. C'est qu'à l'époque où écrivait Bacon, les mathématiques ne possédaient encore que des méthodes fragmentaires et n'avaient réussi que par accident dans l'explication des phénomènes physiques. Nous avons fait voir dans le chapitre précédent que la physique de Newton est mathématique, et qu'elle doit sa grande nouveauté au développement qu'y reçoit l'idée de mesure. Si maintenant nous passons à l'étude des méthodes employées par Newton pour mettre des expériences certaines à la base du calcul, il ne faut pas oublier que cette partie expérimentale de la science a pour raison d'être la partie théorique. L'observation, l'expérimentation, l'induction, ne constituent pas une méthode expérimentale, qui puisse à aucun moment se suffire à elle-même. Elles constituent la phase expérimentale, et si l'on veut, préparatoire d'une méthode qui n'est réellement complète qu'après l'application des mathématiques. Ainsi lorsque nous parlons de la méthode expérimentale à propos de Newton, nous employons une expression qui, pour être exacte, demande à être commentée. La physique de Newton est assurément inductive, mais elle n'est pas inductive au sens baconien, c'est-à-dire que les procédés purement expérimentaux ne suffisent pas à la construire entièrement.

Ces procédés n'ont pas leur fin en eux-mêmes, ils sont dirigés constamment vers le point où viennent s'insérer les procédés mathématiques. De même que la physique mathématique, dans toutes ses parties, se ressent de son origine expérimentale, les méthodes expérimentales de Newton convergent sans cesse vers l'application du calcul. La méthode newtonienne est « inductive-déductive[1] », tandis que l'aspect mathématique de l'expérience est à peine entrevu par Bacon.

Cela posé, il est facile de comprendre par où l'induction baconienne va différer de la méthode de Newton. La méthode inductive est présentée par Bacon[2] comme l'auxiliaire le plus important de la raison, soit dans les matières spéculatives, soit dans les matières pratiques.

Au point de vue spéculatif, le but de la science humaine est de connaître « les causes véritables d'un effet ou d'une nature donnée[3] ». Ces causes ne peuvent être connues qu'au moyen d'*axiomes*, qui sont l'élément simple, la portion solide de la vérité, dont toute science est faite. Mais pour dégager de tels axiomes de l'expérience pure et simple, il faut employer la forme légitime et propre de l'induction. Celle-ci dissocie et sépare l'expérience, par voie d'exclusions et d'éliminations, de façon à arriver à la démonstration du nécessaire. L'induction ainsi conçue est bien supérieure à l'induction vulgaire, qui est précaire et puérile, car elle demeure toujours exposée au danger d'une expérience contraire. L'induction baconienne n'affirme rien avant d'avoir analysé tous les exemples, et c'est seulement lorsque la concordance des faits est vraiment décisive qu'elle se hasarde à énoncer un axiome. C'est une « formule d'interprétation[4] », non une généralisation arbitraire des faits.

L'induction est un procédé général qui se complète par trois arts subsidiaires. D'abord il est possible de *prolonger l'induction* (continuatio inductionis) en faisant surgir des

1. Cf. *Ferd. Rosenberger, Isaac Newton und seine phys. Princip*, IIe P. p. 392.

2. V. *Delineatio et Argumentnm Instaurationis Partes secundæ.*

3. *Ibid.* « Dati effectus vel naturæ in quovis subjecto causas nosse intentio est humanœ scientiæ. »

4. *Ibid.* « Atque hoc genus inductionis illud est, quod interpretationis formulam appellare consuevimus ».

axiomes nouveaux de la connaissance d'axiomes primitifs. A vrai dire, Bacon n'indique nulle part la manière de justifier théoriquement ce *prolongement*. Il se contente de dire qu'il faut le vérifier en instituant des expériences comparatives, calquées sur le modèle des expériences primaires dont nous sommes partis. En général ces expériences réussiront, parce qu'il est possible de « s'élever à l'unité de la nature par une échelle ininterrompue de degrés ascendants ». On voit le rôle que joue l'idée de continuité dans cette extension progressive des résultats expérimentaux. En second lieu, l'induction peut se compléter par une *variation dans la recherche* (variatio inquisitionis). Bacon veut dire par là que le même procédé ne peut s'appliquer uniformément à tous les cas d'un même ordre. Lorsque les circonstances de production d'un phénomène varient, l'induction par laquelle nous recherchons sa loi doit changer de caractère. Il convient d'appliquer à des cas hétérogènes des méthodes d'analyse où l'on tient compte de la variation des difficultés. La méthode d'induction, (et ce point sera admis par Newton) ne peut prétendre se résumer en règles indépendantes de toute condition d'application. Enfin les recherches expérimentales peuvent s'abréger, se *contracter* comme dit Bacon, au moyen d'analogies universelles. C'est ainsi que les explications mécaniques, une fois qu'elles ont été inductivement vérifiées dans un certain nombre de cas, permettent de condenser les inductions ultérieures en laissant pressentir la loi des phénomènes. D'une manière générale, la science inductive n'est achevée que lorsqu'elle est condensée en un très petit nombre d'axiomes. Ce n'est pas un des moindres talents de l'esprit méthodique que de savoir réduire à quelques formules les innombrables inductions dont l'esprit vulgaire n'aperçoit pas l'affinité.

Au point de vue pratique, l'induction doit se faire en suivant une voie exactement inverse de celle qui a été suivie par la spéculation, c'est-à-dire en limitant des formules générales pour les adapter à des opérations particulières. « Il est dans la nature des choses que les propositions générales sont pratiquement obscures et incertaines, tandis que les axiomes particuliers conduisent de détail en détail par une voie sûre et manifeste. » Cette induction pratique doit se compléter par

la confection de « tables pratiques » où se trouvent condensées systématiquement les opérations utiles dans chaque cas particulier. Les « tables pratiques » font exactement pendant aux fameuses tables théoriques qui servent à dégager, d'un ensemble de faits, une formule d'interprétation.

Newton n'a pas eu occasion de critiquer systématiquement l'induction baconienne. D'ailleurs sur bien des points, il faut le reconnaître, les préceptes de Bacon coïncident avec les règles expérimentales des *Principes*. Le rôle de l'analogie, celui de la continuité, la nécessité de répéter et de vérifier les expériences sont des points que l'*Instauratio Magna* a parfaitement compris. Les différences qui séparent Bacon et Newton peuvent toutes se résumer dans l'opposition suivante : l'induction newtonienne est quantitative, l'induction baconienne demeure malgré tout vague et qualitative.

Les Tables d'instances sont en fin de compte l'instrument le plus précis dont se serve Bacon. Le savant expérimental doit d'après lui consigner dans une table systématique toutes les instances d'un même fait. Ceci veut dire qu'il doit confronter les cas où un certain phénomène s'est présenté avec un caractère déterminé, et ceux où ce caractère était absent. Du nombre relatif de ces différents cas, de leur critique au moyen d'autres cas, de leur extension inductive par continuité et par analogie, il doit conclure si le caractère en question accompagne invariablement le phénomène, où s'il n'en est que le concomitant fortuit. Dans ce dernier cas la « formule d'interprétation » ne permet d'énoncer aucune conséquence positive. Dans le premier au contraire une relation constante nous permet de conclure à une liaison réelle. Nous dirons que le caractère d'un phénomène, toujours présent quand ce phénomène est présent, et variable d'une manière continue quand le phénomène varie d'une manière continue fait partie de sa « nature » ou de sa « forme ». Dans un langage plus moderne nous pourrons dire que l'induction baconienne permet de conclure à un lien fonctionnel entre deux phénomènes correspondants.

Mais, et c'est là le point important, les « phénomènes » ne sont jamais définis par Bacon que d'une façon qualitative. Pour lui la pesanteur, la chaleur, le mouvement même, ne

sont assurément plus des qualités occultes, mais ils demeurent des « formes », c'est-à-dire des qualités sensibles. C'est en vain que Bacon essaye, à ces qualités sensibles, de substituer des « schématismes » c'est-à-dire des états mécaniques. Ces états mécaniques eux-mêmes, demeurent purement qualitatifs. Nulle part Bacon n'en donne la mesure, nulle part il n'en fait l'étude numérique. C'est pour cette raison que la notion de loi demeure malgré tout confuse chez Bacon. Les correspondances qu'il peut découvrir, grâce à des tables d'induction, entre des « formes » d'espèce différente, ne peuvent se tronsformer en relations positives, parce que les éléments de la correspondance ne sont pas numériquement définis. L'induction baconienne donne bien l'idée que tous les phénomènes naturels sont fonctions les uns des autres, mais elle ne laisse pas deviner la forme précise de ces fonctions physiques. Celles-ci, Newton l'a compris, sont toujours mathématiquement déterminées. Aux tables d'instances de Bacon, Newton substitue les tableaux numériques dont la signification a été établie plus haut. La méthode expérimentale gardera chez lui les qualités de prudence, de rigueur, de sensibilité que lui a données Bacon. Mais elle va acquérir une qualité nouvelle, que Bacon n'a pas connue, et sans laquelle il n'est pas de véritable méthode, la précision illimitée.

Une expérience ne peut pas commencer par être précise. Toutes les expériences qui ont servi de point de départ à des découvertes importantes ont été comprises tout d'abord d'une façon vague et incomplète. C'est ainsi que Galilée, Pascal, Newton lui-même, ont longtemps dû se contenter d'expériences confuses. Le fait si simple de la chute des corps, celui de la variation des pressions barométriques avec l'altitude, celui de l'inégale réfrangibilité des couleurs sont longtemps demeurés à l'état d'observations brutes, avant que l'exactitude des mesures permît d'en faire des expériences scientifiques.

Mais l'histoire montre que ce manque de précision n'est pas une cause de stérilité. Il n'est pas mauvais que les premières expériences sur lesquelles une théorie se fonde ne laissent paraître que l'allure générale, la structure schématique des faits. C'est là une abstraction nécessaire, grâce à laquelle nos

sens choisissent, dans une catégorie de phénomènes, le phénomène simple qu'il faut d'abord expliquer. La physique de Bacon peut nous fournir des exemples. Les recherches de Bacon sur la cause de la chaleur[1] ont leur point de départ dans un certain nombre d'expériences qui sont sans grande valeur si on les critique au point de vue logique, mais qui ont exercé sur Boyle, sur Newton, plus tard même sur Voltaire, une influence remarquable. Bacon se contentait d'observations vagues qu'il interprétait en disant que la « forme du chaud » réside dans les mouvements intestins des corps. Ses successeurs compléteront ses recherches, et en analysant avec plus de précision les expériences mêmes dont Bacon fait état, établiront les théorèmes préparatoires de la théorie mécanique de la chaleur. Bacon n'aurait rien gagné à exagérer dès le début la minutie expérimentale, dans des matières où il fallait d'abord se faire des vues d'ensemble. Il en est de même dans toutes les questions où l'on emploie l'expérience pour la première fois. Il est nécessaire que l'observation commence par négliger tous les détails des phénomènes. L'existence d'un caractère constant, commun à tous les phénomènes d'une même classe, est le premier résultat positif qu'il faille établir. Pour cela toutes les expériences sont bonnes, même les plus simplifiées et les plus grossières, pourvu que le fait envisagé en ressorte clairement. C'est là sans doute ce que voulait dire Descartes lorsqu'il prétend que les expériences banales, celles qu'il nous est loisible de faire tous les jours, sont les plus instructives et les plus précieuses. Toute l'optique, toute la mécanique peuvent se faire d'après lui à l'aide d'observations courantes : les balles que se renvoient les joueurs donnent l'image exacte des rayons lumineux, le principe du levier et de la fronde suffisent à expliquer la machine de l'univers.

Newton accorderait aisément à Descartes que les expériences simples et sommaires sont une partie de la méthode expérimentale. Mais ces expériences ne peuvent avoir d'utilité que dans les sciences commençantes. Nous avons vu qu'en mécanique elles fournissent les faits primitifs, les axiomes fondamentaux sur lesquels s'édifie tout le reste. En physique,

1. Cf. *Nov. organum*. L. II.

les expériences grossières jouent un rôle analogue. Elles servent à dégager les notions primitives, — chaleur, élasticité, fluidité, etc — dont toutes les autres sont des combinaisons. Revêtues d'une forme mathématique, elles permettent d'énoncer les lois élémentaires dont toutes les autres sortiront par le calcul. Néanmoins de pareilles expériences ne seront véritablement utiles que si elles peuvent se compléter par des expériences plus précises, plus rares, plus difficiles. La précision ne doit pas au début de la science, dépasser un certain degré. Mais il ne faut pas, une fois la science faite, qu'elle soit limitée à un certain degré. Il est nécessaire que la méthode expérimentale nous fournisse des renseignements de de plus en plus complets, des données dont l'exactitude soit en rapport avec l'exactitude de nos connaissances.

Voilà pourquoi on ne peut accorder à Descartes que la méthode expérimentale ait pour unique objet d'aller « au devant des causes par les effets », c'est-à-dire de vérifier nos calculs. Car alors le même degré de précision devrait suffire dans toutes les expériences. La géométrie fournit sans erreur les conséquences compatibles avec nos prémisses, et si ces conséquences sont ambiguës, il suffira toujours d'expériences sommaires pour lever l'ambiguïté. Les expériences simples, vagues, presque qualitatives, subsisteront donc dans toute la physique de Descartes, et il est remarquable en effet que Descartes se contente, même dans les questions délicates, de vérifications toutes superficielles. Pour Newton au contraire il est de l'essence d'une méthode, — et cela est vrai de la méthode expérimentale comme de la méthode mathématique, — de s'appliquer dans des conditions différentes à la constitution des différentes parties de la science. L'expérimentation doit-être progressive, c'est-à-dire qu'on ne peut se contenter à la fin de la science, dans les questions déjà étudiées en gros, de l'exactitude qui était bonne au début. Il faut que la précision aille en croissant à mesure que nos connaissances s'achèvent, et à partir d'un certain point de développement la science ne peut plus accepter d'expériences dont l'exactitude soit moindre qu'un nombre donné. Il résulte de là que toutes les expériences peuvent, comme le pensait Descartes, être reçues dans la philosophie naturelle. Mais celle-ci n'en saurait faire usage sans ordre et indistincte-

ment. Les expériences doivent se graduer d'un bout à l'autre de la physique. Le jour où la science sera près d'être faite, elle ne pourra plus tirer de résultats nouveaux que d'expériences dont la précision sera près d'être illimitée.

Chez Newton comme chez Bacon l'expérience n'a pas pour rôle unique de vérifier la théorie, elle sert également à la suggérer. C'est là un point qui ne pouvait se concilier avec les idées de la philosophie cartésienne, puisque la physique de Descartes doit se construire logiquement, sans secours antérieur, en partant de la métaphysique.

Newton admet que la science, renonçant aux synthèses universelles, s'attaque sur des points différents aux problèmes naturels. La mécanique, l'optique, l'élasticité étudient chacune indépendamment une partie du réel. Il faut donc qu'elles empruntent au réel les principes qui leur serviront de base. La mécanique rationnelle a depuis longtemps su dégager de l'observation des faits un certain nombre de constatations générales qui ont pu être érigées en axiomes. Les autres sciences ont tardé davantage à poser définitivement leurs principes. Cela tient pour la plupart d'entre elles à ce qu'elles ont méconnu l'originalité de leur objet, et ont cherché à le réduire arbitrairement au rang d'objet mécanique. Gassendi et les atomistes modernes sont justement tombés dans cette erreur. Bien qu'ils fissent profession d'empirisme, ils n'ont pas su procéder à des expériences spéciales chaque fois qu'il s'agissait d'un ordre de phénomènes spécial. L'expérience mécanique leur suffisait, et en l'étendant à toute la physique, ils ont fait une généralisation arbitraire, de tous points semblable à celles qu'ils reprochent à l'École.

L'expérimentateur positif doit procéder à des expériences *avant* de supposer aucune théorie. Il est même bon d'admettre *a priori* que les phénomènes étudiés sont irréductibles à ceux que nous connaissons déjà. Les observations auxquelles ils donnent lieu seront plus libres et plus impartiales[1]. C'est seulement une fois que les expériences sont faites et qu'on les

1. C'est ainsi que Newton dit expressément dans les *Principes* (L. II, S. 7, Scholie, Exp. 4) « avoir entrepris les expériences qu'on vient de décrire pour découvrir les résistances des fluides *avant d'avoir la théorie* qui est exposée et dans les Propositions précédentes ».

a interprétées qu'il est loisible de vérifier si elles sont réductibles à des expériences déjà systématisées. A vrai dire, la lecture de l'*Optique*, comme celle des *Principes* pourrait, par la forme de l'exposition, laisser méconnaître les intentions de Newton. La suite mathématique des déductions semble ôter aux expériences toute valeur suggestive pour ne leur laisser plus qu'une fonction de contrôle. Mais il est facile de voir que sous cette forme même, les expériences s'introduisent au cours du raisonnement et en fournissent réellement la matière. C'est en vain qu'au début du Livre III des principes, Newton affecte la rigueur déductive : il est obligé de mettre à la base de ses déductions ce qu'il nomme des « *phénomènes* », c'est-à-dire des faits particuliers destinés à suggérer la gravitation universelle. De même dans l'exposition de ses découvertes optiques, c'est toujours par un système d'expériences qu'il arrive à l'hypothèse de la dispersion, et si cette hypothèse semble naturelle, c'est qu'elle résume des propositions « de fait[1] ». On peut en dire autant des théories rudimentaires que Newton donne de l'action chimique[2]. Ces théories ne sont pas déduites *a priori* et confrontées ultérieurement avec l'expérience. Quelque vagues et imparfaites qu'elles soient, elles ont été suggérées d'abord par l'expérience, qui seule peut donner des indications valables.

L'expérience intervient au début des théories pour en suggérer les principes. Elle reparaît lorsque ces théories sont faites, comme instrument de vérification. Entre ces deux moments la science se développe par l'emploi méthodique du calcul. Nous touchons ici au point où se rejoignent la physique expérimentale et la physique mathématique, et comme Newton est le premier à en avoir nettement saisi les rapports, il convient de montrer comment la certitude mathématique s'associe pour lui à la certitude expérimentale.

Si la physique était mathématique en ce sens qu'elle partît de principes nécessaires, immuables, et qu'elle les développât conformément aux lois géométriques, il est clair que la certitude des principes suffirait à garantir sans restriction la certitude indéfinie des conséquences. Telle est la conception méta-

1. Cf. *Resp. ad Epist. aliq.* Phil. Trans. n° 96 « hae duae propositiones facti sunt ».

2. Cf. *De Natura Acidorum*, 1692.

physique de la physique, telle est la façon de voir de Descartes. Mais pour Newton l'idéal mathématique convient à la physique sous une double réserve. D'abord, pour que la rigueur n'exclue pas l'objectivité, il faut que les principes mathématiques de la physique soient empruntés à l'expérience. Ensuite, pour qu'une place demeure libre à l'interprétation de faits nouveaux, il faut que la rigueur du lien déductif ne soit jamais assurée qu'à un degré d'approximation déterminé, de façon qu'au delà de la précision acquise des lois plus approchées puissent apparaître.

Alors il devient possible que la certitude géométrique soit compatible, sous certaines conditions, avec une certaine mesure d'inexactitude. Les axiomes fondamentaux de la science sont des approximations d'un certain ordre, et la valeur pratique des conclusions qui en découlent dépend de l'ordre de cette approximation. On peut supposer cet ordre si élevé qu'on voudra, il arrivera un moment, dans la synthèse de la science, où dans les conséquences très éloignées se manifestera l'insuffisance des prémisses. C'est en effet le propre de la méthode mathématique non seulement de maintenir dans tout le cours du calcul les erreurs qui ont été commises dès le début, mais de les multiplier par la répétition des opérations. Les petites erreurs commises dans les théorèmes successifs vont en s'accumulant jusqu'au dernier, et si celui-ci est assez éloigné des principes, elles finiront par prendre une valeur très grande. De la sorte, loin de se corriger elle-même, une méthode purement géométrique finit nécessairement par mettre en évidence l'imperfection de ses axiomes. Arrivée à ce point, elle n'a d'autre ressource que d'abandonner le système erroné pour reconstruire, sur nouveaux frais, un système plus complet. Mais celui-ci est condamné par sa nature à disparaître de la même façon, si bien que la certitude géométrique, privilège apparent d'une physique déductive, cède la place à une hésitation continuelle et à la simple vraisemblance.

Il n'est qu'un moyen de remédier à ce mal, c'est de placer l'expérience non seulement au début, mais à chacune des étapes de la science. Si, tout en partant d'axiomes expérimentaux, la physique prétendait s'ériger en système par la seule force du calcul, elle pourrait conduire à des contradictions

que le raisonnement ne saurait lever. Il y a des problèmes où la discussion algébrique amènerait à admettre des densités négatives [1], des forces imaginaires, etc., là où la nature ne peut reconnaître que des grandeurs réelles positives. Toute quantité mathématique n'est pas interprétable physiquement, et il y a dans le théorème le plus rigoureux une part de convention qui peut se trouver en défaut. C'est précisément là ce que nous voulons éviter lorsque nous disons que l'expérience est nécessaire comme instrument de *vérification*. Pour Newton comme pour les modernes, une vérification expérimentale n'est pas une seconde preuve destinée à s'associer à la preuve théorique. La valeur des vérifications ne vient pas de cette idée que deux preuves valent mieux qu'une, car rien n'autoriserait à s'en tenir là et à ne pas vérifier la vérification elle-même. Une expérience de contrôle a essentiellement pour but de montrer qu'à *l'ordre d'approximation dont on est convenu de se contenter*, la valeur pratique des axiomes ne s'est pas démentie. S'il en était autrement, il faudrait redresser les principes dont nous sommes partis, c'est-à-dire pousser jusqu'à une approximation supérieure la détermination des expériences fondamentales.

On comprend alors que l'*Optique* de Newton présente un ordre incompatible avec les tendances géométriques de l'esprit cartésien, et pourtant parfaitement conforme à l'esprit de la physique moderne [2]. Newton avoue qu'il y a dans son ouvrage action et réaction des démonstrations les unes sur les autres « Toutes ces choses, dans la mesure où je les ai observées, suivent des propositions qui terminent le troisième livre, mais elles contribuent aussi à démontrer la vérité de ces propositions [3]. » Les expériences sur les lames minces et les anneaux colorés [4], sont la suite naturelle des théorèmes sur la dispersion, et en même temps elles servent beaucoup à en assurer la valeur. Il y aurait là, si la physique de Newton était purement géométrique, un cercle vicieux évident, le cercle disparaît si l'on

1. Cf. *Principes*, L. II, S. 2, Prop. X.
2. V. H. Poincaré, *Science et Hypothèse*.
3. Cf. *Lect. optic.* L. II, P. IV, obs. XII,
4. Cf. *Lect. optic.* L. II, P. II. « Atque hæc quidem phænomena ex proprietatibus istis consequuntur (ut vides) necessario, et conveniunt cum eis. etiam ad minutissimas usque circumstantias, neque id solum, verum etiam ad eas ipsas vicissim comprobandas conferunt permultum ».

observe que la déduction mathématique doit se modeler sur l'expérience. La loi de la réfraction, telle que l'admettait Descartes, conduit à prévoir que l'image du soleil fournie par un prisme doit être circulaire. En fait elle est oblongue. Donc, « puisque nos prévisions répugnent à l'expérience, c'est que notre principe répugne à la vérité [1]. » Les expériences nouvelles que tente Newton font voir que la loi de Descartes est une approximation dont il ne faut pas abuser. Elle est *plus vraie* pour une lumière monochromatique que pour la lumière blanche et si l'on tient compte de cette distinction, la déduction géométrique redonne des résultats exacts.

En poussant à l'extrême l'idée de Newton, on pourrait presque dire que la certitude mathématique se ramène à la certitude expérimentale. Elle n'est en effet jamais complète, mais s'accroît à mesure que les vérifications augmentent en nombre et en importance. Ceci s'applique d'abord aux principes, mais surtout aux conséquences qu'on en peut tirer. Les conséquences même mathématiquement déduites de principes *vérifiés*, doivent être *vérifiées* à leur tour. On pourrait à la rigueur choisir arbitrairement (gratis assumere) les axiomes de la physique mathématique, pourvu qu'on s'astreignît à en vérifier simplement toutes les conséquences [2]. Si nous préférons des axiomes *certains*, c'est-à-dire contenant déjà une grande part de vérité expérimentale, c'est que les vérifications s'en trouveront abrégées et facilitées d'autant. Mais dans un cas comme dans l'autre le rôle des faits demeure le même. Par ce qu'ils comportent d'aisément saisissable, ils permettent de contrôler la valeur de nos théorèmes ; par ce qu'ils comportent d'inconnu, ils donnent lieu à des suggestions nouvelles d'où naissent des théorèmes nouveaux.

Les vérifications expérimentales qu'emploie Newton sont visiblement inspirées de l'esprit baconien. On sait l'importance qu'attachait Bacon à la méthode de *variation des expériences*. L'expérience isolée n'est jamais décisive, et s'y fier c'est risquer

1. Cf. *Lect. optic.* Ed. Clarke, Londres 1729, p. 83. « Sed prius repugnat experientiæ, ergo posterius repugnat veritati ».

2. Cf. *Lect. optic.* p. 118. « Cum a veritate (hoc theorema) vix multum discrepare videatur, nihil veritus sum in præsentia gratis assumere. Posthac forte vel experientia confirmabo, vel si falsum invenero, corrigam ».

de « glisser vers les conjectures, les probabilités et les idoles ». Pour que l'induction soit vraiment assurée, il faut qu'elle porte sur une série d'expériences où, le phénomène fondamental restant le même, les conditions accessoires varient. La « forme » que recherche la science jouit précisément de la propriété de rester invariable quand les circonstances changent.

Bien que les « formes » de Bacon ne soient plus l'objet de la science newtonienne, on trouve dans les ouvrages de Newton une application constante de la règle de variation. C'est ainsi que le premier livre de l'*Optique* a toujours été cité, et à juste titre, comme l'application type de la méthode baconienne. Après avoir découvert l'existence du spectre, Newton procède à une suite d'expériences destinées à révéler l'origine de cette anomalie : un objet circulaire donnant une image 6 ou 7 fois plus longue que large. Il fait les hypothèses les plus variées sur la cause possible du phénomène, éloignement du prisme, position particulière de la lentille, dimension de la fente, etc. A chacune de ces hypothèses, même les moins vraisemblables, Newton fait correspondre une expérience où, toutes choses restant égales d'ailleurs, il agit soit sur le prisme, soit sur la fente. Malgré la variation des conditions de l'expérience, le résultat fondamental demeure le même. Alors seulement nous sommes en droit de conclure que la dispersion est une loi naturelle qui vient se superposer aux lois de la réfraction.

Une fois la loi trouvée, il faut en développer les conséquences mathématiques et vérifier ces développements par des expériences nouvelles. Ici ce n'est plus la méthode de différence, c'est la *méthode des variations concomitantes* que Newton va généralement préférer. Cette méthode se trouve déjà chez Bacon, au moins à l'état implicite, dans son idée des *Tables de Comparaison* [1]. Les tables doivent contenir tous les cas où la propriété dont on cherche la « forme » se trouve « en plus ou en moins ». Si par exemple nous étudions la chaleur et que nous en pressentons l'origine dans l'existence de mouvements cachés, il faudra classer tous les cas où ces mouvements cachés sont plus ou moins violents, et voir si la chaleur qui y correspond est, elle aussi, plus ou moins intense. En optique, Newton a supposé,

1. V. *Nov. organum*, L. II, S. 1, § 13

sur la foi d'expériences préliminaires, que la « forme » ou la « cause » de la couleur réside dans la différence des réfrangibilités. Il convient, par des expériences de plus en plus complexes, d'enrichir graduellement le domaine des faits, et de voir si malgré la complication des circonstances, l'accord se maintient entre ces deux propriétés : variation de réfrangibilité d'une part, variation de couleur de l'autre. Si l'on vérifie qu'elles sont constamment « connexes et correspondantes », on pourra en inférer légitimement qu'elles sont solidaires [1]. D'ailleurs le nombre des vérifications empiriques n'est pas la seule mesure de leur valeur. Ici encore l'exactitude a plus de prix que la généralité. « C'est le poids des expériences, plutôt que leur nombre, qui doit nous décider, et là où une seule suffit, qu'avons-nous besoin de plusieurs [2] ? » Une seule observation bien faite vaut mieux qu'une série de mesures qui ne sont pas comparables [3]. Lorsque nous changeons les conditions de l'expérience, il ne faut pas que les erreurs instrumentales soient du même ordre que les variations observables. De même, quand nous appliquons la méthode des variations concomitantes, il importe que les correspondances de faits ne soient pas cachées par l'incertitude de nos nombres. De toutes façons, il n'y a vérification proprement dite que là où les expériences d'une précision constante donnent constamment le même résultat.

Il est un cas où la méthode expérimentale semble au premier abord entièrement stérile. C'est celui où nos observations ne vérifient ni ne démentent les prévisions du calcul, mais sont indifféremment tantôt favorables, tantôt défavorables à notre interprétation. Lorsque nous nous heurtons à cette circonstance, c'est le plus souvent l'indice que nos expériences manquent de rigueur. Car il y a une probabilité infiniment petite pour que les faits s'expliquent aussi bien dans deux

1. Cf. *Optique*, L. II, P. II. « Denique ex 24ª observatione apparet inter colores et refrangibilitatem, mutuum ac perpetuum esse connexum atque responsum ».

2. V. *Resp. ad Epist. Lucas*, Phil. Trans. n. 128. « Non enim experimentorum numerus, sed pondus respici debet, et, ubi unum sufficit, quid pluribus necesse habemus ? »

3. Comp. cette idée avec celle des « exemples privilégiés » (prærogativæ instantiarum) que Bacon classe en 27 catégories dans la deuxième section du L. II du *Nov. organum*.

hypothèses contradictoires. Il y a donc lieu de varier l'expérience, de la refaire avec des précautions plus grandes, jusqu'à ce qu'elle apporte soit une vérification, soit un démenti à l'hypothèse admise. Il va sans dire que plus cette hypothèse sera stricte et particulière, plus nous avons chance de pouvoir la juger sur un petit nombre de faits. Mais même dans le cas où les expériences donnent un résultat constamment négatif, il faut se garder de croire que le profit obtenu soit nul. Les expériences négatives nous mènent sur la voie des *expériences cruciales*, et celles-ci sont aux yeux de Newton les plus instructives de toutes.

L'expérience cruciale est décrite par Bacon[1] comme un instrument d'élimination. Les instances cruciales, qu'il désigne aussi sous le nom d'*instances décisoires*, *instances de l'oracle*, ou *instances du mandat* sont des expériences auxquelles nous sommes conduits par une méthode d'exhaustion. On les décrit souvent comme un simple moyen de décider, entre différentes hypothèses, celle qui est réalisée dans la nature. Mais pour Bacon l'instance de la croix a un rôle plus étendu. Non seulement elle permet de s'orienter au point de rencontre de théories diverses, mais elle suggère directement des théories auxquelles nous ne songions pas. En effet chaque résultat négatif fourni par l'expérience conduit à limiter le champ des hypothèses possibles. Si nous avons énuméré d'une manière complète l'ensemble des explications, il est clair que la non-confirmation de toutes ces explications moins une, équivaut positivement à la démonstration de cette dernière. Si comme il arrive le plus souvent notre énumération n'est pas complète, les expériences négatives indiqueront encore dans quel sens il faut la compléter.

Newton donne à l'*expérience cruciale* exactement la même signification que Bacon. Pour lui aussi les résultats négatifs fournis par un système d'expériences entraînent indirectement un résultat positif, parce qu'ils suggèrent l'expérience nouvelle qui fournira ce résultat. C'est ainsi que, dans la théorie des couleurs, il a été nécessaire de réfuter d'abord par la voie empirique, toutes les hypothèses reçues jusqu'ici. Soit qu'on

1. V. *Nov. organum*, L. II, Sect. XXXVI.

prétende attribuer l'origine des couleurs à l'influence de l'ombre sur la lumière, à celle des poussières qui circulent dans l'air, à celle des inégalités de construction du prisme, l'expérience infirmera ces hypothèses. Mais en même temps elle sollicitera l'esprit à concevoir une hypothèse nouvelle, hypothèse qu'il n'eût pu imaginer d'abord, et qu'il va trouver vérifiée : la lumière se divise au passage d'un prisme en une infinité de lumières élémentaires, et il est possible d'intercaler sur son trajet des diaphragmes qui laisseront passer une seule de ces lumières. L'expérience qui démontre ce fait est présentée par Newton comme le type de l'expérience curciale[1]. On voit qu'elle ne permet pas seulement de choisir entre plusieurs directions connues, mais qu'elle détermine l'orientation de l'esprit dans une direction encore inconnue. A ce point de vue, l'*experimentum crucis* est véritablement le fil directeur de la physique.

Supposons que nous ayons tiré de l'expérience tout ce qu'elle peut donner, c'est-à-dire qu'après lui avoir emprunté des définitions utiles, nous ayons vérifié par une expérimentation plus complète la légitimité de ces définitions. Pouvons-nous espérer arriver de la sorte à un système de vérités expérimentales qui soit complet et définitif ? Faut-il nous résoudre au contraire à accepter la méthode inductive comme un instrument imparfait ne fournissant que des certitudes relatives ?

La question ainsi posée est résolue sommairement à la fin de l'*Optique*[2]. On peut prévoir que la réponse de Newton sera conforme à celle qu'il a donnée lorsqu'il s'agissait de la méthode mathématique. La méthode mathématique et la méthode expérimentale sont indissolublement liées l'une à l'autre. Or nous savons que la première a dû renoncer à toute prétention absolue pour se borner à la construction d'approximations croissantes. La méthode expérimentale procédera de même. Bacon était allé

1. Cf. *Theoria Nova de Luce et Coloribus*, Ed. Castillon, Opera Math, T. II, opusc. XIX, p. 283, et Phil. Traus. n. 80 « Successiva suspicionum istarum remotio, me adduxit ad Experimentum Crucis, quod hujuscemodi fuit. Sumpsi duos asseres, quorum alterum collocavi statim post Prisma ad fenestram, ita ut lux transmitti posset per parvum foramen in eo factum ob id ipsum, et cadere super alterum asserem... Hinc perspexi quod lux tendens ad unam imaginis extremitatem, multo majorem quam lux oppositam extremitatem petens a secundo prismate refractionem acceperat. »

2. V. *Quæst. opt.* XXXI.

trop loin lorsqu'il pensait qu'une induction légitime est susceptible de conduire à des certitudes absolues. Malgré son opposition aux métaphysiques abstraites, c'est une sorte de métaphysique expérimentale qu'il a voulu mettre à la base de la science. Lorsque les Tables d'absence, de présence et de degrés permettent d'énoncer une loi empirique, Bacon croit que la valeur de cette loi est définitivement hors de conteste. Rien de semblable ne se trouve chez Newton. L'idée de la relativité de toute méthode s'applique aussi bien dans le cas de la méthode empirique que dans celui de la déduction *a priori*. L'expérience qui donne lieu aisément à des inductions générales, ne peut fournir dans aucun cas de conclusion universelle[1].

Il n'en est pas moins vrai que l'expérimentation est le meilleur mode de raisonnement applicable à la nature. L'expérience doit être regardée comme d'autant plus certaine qu'elle s'étend à un plus grand nombre de cas. S'il n'y a rien dans les phénomènes qui s'oppose à nos inductions, nous sommes en droit d'attribuer à ces dernières une portée universelle. Mais ceci est toujours provisoire et compatible avec la possibilité d'un fait nouveau, d'un désaccord. La découverte d'un fait de ce genre n'enlève pas toute autorité à la loi. Elle nous oblige simplement à l'affirmer sous certaines conditions et en réservant les cas d'exception[2]. De la sorte la loi empirique devient relative, sans cesser d'être générale. Le danger qu'on court lorsqu'on veut assigner une valeur absolue aux expériences acquises, c'est d'opposer une fin de non-recevoir à tous les faits nouveaux qui peuvent se présenter. Le vrai savant ne tombe point dans un tel dogmatisme. Il lui suffit que l'induction fournisse des lois utiles et perfectibles pour qu'elle se trouve fondée à ses yeux. L'universalité absolue ne peut lui appartenir, pas plus qu'elle ne convient au raisonnement mathématique. Dans l'un et l'autre cas la science s'approche autant qu'on veut d'une limite qui ne peut être atteinte effectivement.

1. V. *Quæst. optic.* XXXI. Ex observationibus et experimentis colligere inductionem non est utique generalia demonstrare ».

2. *Ibid.* Quod si ex phænomenis nihil quod contra opponi posset exoriatur, conclusio inferri poterit universalis. Et si quando in experiundo postea reperiatur aliquid, quod a parte contraria faciat, tum demum non sine istis exceptionibus affirmetur conclusio oportebit ».

La véritable raison qui assigne des bornes à l'induction newtonienne, c'est l'erreur inhérente à toute observation. Ce que nous appelons une expérience correcte, prudente, assurée, comporte malgré tout une part d'erreur. La caractéristique de l'expérience bien faite, ce n'est pas que l'erreur s'y trouve réduite à zéro, c'est que nous possédons une limite supérieure de la somme des erreurs commises.

Entre les erreurs expérimentales, il n'y a qu'une distinction essentielle à faire : il faut séparer les erreurs que nous commettons volontairement de celles que nous commettons involontairement. Il serait absurde de ne pas accepter d'avance une certaine part d'inexactitude dans toute observation. La faiblesse de nos sens, celle de nos instruments, rendent ce défaut inévitable. Bien plus, nous avons intérêt à ne pas chercher partout à tous égards une exactitude rigoureuse. Ce serait contraire aux exigences de la pratique, qui veut qu'on distingue dans la science non seulement le vrai du faux, mais le principal de l'accessoire. Seulement les erreurs tolérées doivent toujours se maintenir entre des limites fixes. Il est bon de négliger, en vue de la simplicité, les termes assez petits pour ne jouer qu'un rôle perturbateur; il serait illogique de traiter de la sorte les termes susceptibles de croître très vite.

Cela posé, nous n'avons rien à craindre des erreurs, même considérables, dont nous connaissons l'ordre de grandeur. Si ces erreurs nuisent à nos résultats, nous saurons qu'il faut nous en prendre à notre tolérance. Mais le droit de généraliser les inductions se trouve restreint par un autre genre d'erreurs. Ce sont les erreurs inconnues, soit en nature, soit en grandeur. Celles-ci se classent en deux groupes, les erreurs systématiques et les erreurs fortuites. On entend par erreurs systématiques celles dont l'allure affecte une régularité qu'on ne peut assigner au hasard. Les erreurs fortuites, les plus nombreuses, sont celles dont l'irrégularité est assez grande pour dissimuler leur véritable origine : nous ne pouvons les attribuer à aucune cause physique.

Les erreurs fortuites entachent forcément tous les tableaux numériques que dresse l'expérimentateur. On les reconnaît à deux caractères. D'abord elles sont indifféremment affectées des signes positif ou négatif, de plus leur valeur absolue se

tient constamment entre certaines limites, sans présenter dans cet intervalle aucune région privilégiée. On peut citer comme exemple d'erreurs fortuites celles qui ont été commises par *Képler* et *Bouillau* dans l'évaluation de la distance moyenne des planètes au soleil. Les nombres trouvés par ces deux astronomes diffèrent entre eux de quantités très petites, et dans le cas où ils diffèrent le plus, ils renferment entre eux les nombres théoriques déduits de la loi des grands axes[1]. Ce cas est particulièrement favorable à l'application de la méthode inductive. A supposer en effet que les lois astronomiques n'aient pas l'universalité que leur attribue Newton, ce serait un hasard inadmissible qu'elles s'écartent indifféremment en plus et en moins, et cela de quantités quelconques, des nombres que fournit l'expérience. Il est plus rationnel et plus légitime d'attribuer les erreurs purement fortuites à l'imperfection de nos moyens de mesure.

Pour les erreurs systématiques, les choses se passent tout autrement. Lorsqu'une loi empirique se vérifie à peu près, mais de façon que l'écart des faits soit toujours de même sens et de valeur croissante, il est clair qu'une conclusion s'impose : la loi admise comme représentant les phénomènes à l'ordre de précision des mesures adoptées, a été étendue hâtivement des cas où elle se vérifie à d'autres cas anormaux. L'expérience même exige qu'on rectifie la formule considérée d'abord comme satisfaisante, et l'étude méthodique des erreurs indiquera le sens dans lequel la modification doit se faire.

D'ailleurs il est un artifice dont Newton fait constamment usage, et qui permet de traiter les erreurs systématiques comme si elles étaient des erreurs fortuites. C'est la *méthode des moyennes*, dont le germe se trouve chez Bacon. Bacon fait voir qu'en renversant les expériences (inversis experimentis), il est possible de déterminer avec certitude si ce que nous considérons comme la « forme » d'un phénomène est mélangé ou non avec d'autres formes. Renverser l'expérience signifie instituer une contre-épreuve où toutes les conditions du phénomène sont remplacées par des conditions contraires. Alors les

1. Cf. *De Mundi syst*. Ed. Castillon, p. 12. « Distantiæ Kepleri et Bullialdi vix differunt inter se, et ubi maxime differunt, *claudunt inter se* distantias ex temporibus periodicis collectas. »

influences perturbatrices, supposées égales dans les deux cas, se détruiront par leur opposition, et l'élément constant d'où dépend la loi se trouvera mis en évidence. Bacon, peu soucieux de précision, n'avait pas songé à donner à cette méthode une expression quantitative. C'est le progrès important qu'accomplit Newton, en faisant de la méthode des moyennes non seulement un instrument d'appréciation, mais un véritable instrument de correction. Il arrive constamment que le physicien opère dans des conditions où les erreurs sont inévitables, et où rien ne permet au premier abord d'éliminer l'influence de ces erreurs. Tel est le cas de l'astronome qui veut déterminer l'azimuth d'un astre au moyen d'un instrument qu'il sait *a priori* comporter des imperfections systématiques. Tel est celui du physicien qui veut opérer une pesée exacte avec une balance qu'il sait défectueuse. Ici la cause de l'erreur est connue, c'est sa valeur qui est problématique. Si nous nous en tenions à une épreuve unique pour déterminer effectivement la grandeur à mesurer, cette erreur s'introduirait systématiquement sans que nous ayons d'indication pour en tenir compte. On peut arriver à l'éliminer, en faisant dans des conditions exactement contraires une nouvelle détermination. Nous sommes certains alors d'introduire une deuxième erreur, mais une erreur exactement contraire, autant du moins que nous sommes à l'abri des inexactitudes purement fortuites. En associant alors les deux mesures, l'erreur primitivement systématique va se comporter comme une erreur fortuite. On pourra en effet lui faire correspondre une erreur égale et de signe contraire, de sorte qu'un simple calcul de moyennes permettra de corriger la faute dont l'importance échappait tout d'abord.

Newton applique avec succès cette méthode à l'élimination des aberrations qui peuvent affecter la marche des rayons dans un système optique imparfait. En retournant la lentille, en retournant le prisme, ou en l'associant à un prisme inversement disposé, il fait de nouvelles mesures d'indices, et la moyenne de ces nombres associés aux premiers représentera l'indice corrigé[1]. On sait que cette méthode *par retournement*

1. V. *Lect. optic.* Exp. II, Prop. X. « Jam vero id lumen cum per parallelas solummodo binorum prismatum facies trajectum fuerit, si quam ex superficiei refractione mutationem id subiisse fingas, at illam omnem,

est demeurée une des plus efficaces dans la science moderne. S'il est vrai que Bacon l'ait pressentie par sa règle de l'*inversio experimentis*, il est hors de doute que Newton le premier en lui donnant une forme mathématique en a fait un instrument de recherches. Grâce à cette méthode, les considérations de symétrie prennent place dans la physique expérimentale. C'est en somme le sentiment de la symétrie qui nous fait croire qu'une action perturbatrice doit simplement changer de signe lorsque les causes dont elle dépend agissent dans un sens opposé. « Les mouvements qui se font conformément aux lois naturelles doivent se détruire dans des appareils inversement disposés. Ceux qui sont contraires aux lois de la nature doivent se multiplier quand le nombre des réfractions augmente [1]. » L'élimination méthodique des erreurs, soit fortuites, soit systématiques, repose sur le fait sans cesse vérifié de la régularité des lois naturelles.

On trouve chez Newton un mode de raisonnement qui est très intéressant par les résultats qu'il fournit et aussi par l'importance considérable qu'il a prise dans la physique moderne. Ce mode de raisonnement se rattache à la méthode expérimentale, bien qu'il ne se fonde sur aucune expérience concrète.

Supposons que nous ayons appris à connaître empiriquement un certain nombre de propositions simples, comme par exemple le principe d'inertie ou le principe de l'égalité de l'action et de la réaction. L'idée la plus naturelle est d'appliquer ces propositions aux faits sans faire d'hypothèse restrictive sur l'objet que nous devons expliquer. Mais les faits se compliquent très vite au point que les propositions vraies dans un cas cessent d'être utilisables sitôt qu'on s'élève à des cas plus complexes. C'est ainsi que le principe d'inertie, le principe de l'égalité de l'action et de la réaction, qui sont vrais en mécanique rationnelle, perdent leur signification mécanique lorsqu'on envisage des systèmes à frottements ou des systèmes thermiquement variables. Lorsqu'il s'agit de pareils systèmes, il convient de

quæcumque est, impressionem jam a contraria alterius superficiei refractione deposuerit oportet ».

1. Cf. *Phil. Trans.* 19 février 1671-72, Num. 80. « Existimabam, ut quæ primum Prisma secundum Naturæ leges effecerat, a secundo prismati destruerentur, augescerent autem ob plures refractiones, quæ contra has leges accidissent. »

procéder à de nouvelles expériences, d'où sortiront des principes nouveaux, comme le principe de la conservation de l'énergie et le principe de Carnot, principes destinés à se transformer à leur tour dans des cas plus complexes.

On peut se demander alors si au lieu de suivre fidèlement les faits, au lieu d'élaborer des principes nouveaux chaque fois que nous avons affaire à des faits nouveaux, il n'est pas de notre intérêt de simplifier les faits afin de leur appliquer toujours les mêmes principes. Nous pourrons par exemple, au lieu d'étudier les fluides avec toutes les propriétés complexes qui les distinguent, partir de définitions convenables, qui permettent l'extension aux systèmes fluides de certaines lois démontrées dans le cas des solides. Newton définira les corps fluides [1], « ceux dont les parties cèdent à toute espèce de force qui agit sur eux et qui se meuvent très facilement entre eux ». Il est certain que de pareilles définitions sacrifient nécessairement une partie du réel. Elles laissent volontairement dans l'ombre quelques unes des propriétés qui caractérisent les fluides pour ne s'attacher qu'à des propriétés types que la nature ne réalise jamais seules. Il sera impossible d'appliquer à l'étude de ces fluides fictifs la méthode expérimentale proprement dite. Cependant l'artifice de Newton va permettre de transporter le raisonnement expérimental jusque dans ce domaine abstrait. Assurément les fluides définis par Newton ne sont pas comparables en toute rigueur aux fluides naturels, mais ils possèdent, d'une manière éminente, certains des caractères de ces derniers. On peut les considérer comme des fluides schématiques dont la réalité se rapproche d'autant plus qu'on se met plus à l'abri des influences troublantes. Les fluides de la mécanique rationnelle apparaissent alors non comme de pures abstractions, mais comme la limite des réalités matérielles. Dès lors il devient possible, non de les étudier par des expériences réelles, mais de les soumettre à des expériences limites, fictives, *a priori*, qui donneront des résultats limites, d'autant plus applicables à la réalité qu'on sera plus près des conditions idéales.

Cela posé on comprend facilement ce qu'il faut entendre par ces *expériences a priori*, ces *expériences idéales*, qui sont une

1. Cf. *Principes*, L. II, Sect. 5, Déf.

des originalités de la physique de Newton. Lorsque nous avons défini les propriétés d'un fluide, nous pouvons concevoir *a priori* certaines expériences faites sur ce fluide. Ces expériences que nous ne pouvons observer par les sens, nous pouvons les analyser par le raisonnement, et en déduire des conséquences logiques, comme l'expérimentateur déduit d'un fait les conséquences qu'il comporte.

Prenons un des exemples développés par Newton [1]. La chute d'une veine liquide par un orifice étroit est un problème qu'on ne peut résoudre entièrement si l'on tient compte de toutes les propriétés des liquides (viscosité, cohésion, etc.). Mais en réduisant le liquide à ses propriétés schématiques, il est possible d'instituer une expérience idéale à laquelle nous pouvons transporter les modes de raisonnement qui réussissent dans les expériences réelles. Nous supposerons le liquide tour à tour congelé et fondu, et en observant les détails de cette *expérience*, nous arriverons à démontrer que les veines liquides suivent les lois de la chute des corps solides. Une expérience du même genre permet à Newton d'établir le théorème fondamental de l'hydrostatique, et de montrer que dans un fluide en équilibre les pressions sont partout uniformes [2]. C'est encore en *observant* les conséquences qu'entraîne une solidification partielle du fluide que Newton arrive à démontrer sa loi : « la gravité et toutes les autres causes du mouvement subsistent dans le fluide supposé solidifié », et cela suffit pour que sa surface doive devenir plane et horizontale. C'est un procédé constant dans le second livre des *Principes* que l'emploi des expériences fictives pour arriver à l'établissement d'une loi mathématique.

On peut se demander ce qu'il y a de légitime dans cette transposition du raisonnement expérimental à des cas où nulle vérification n'est possible. Il semble que cet artifice soit bien peu d'accord avec les tendances positives de la méthode newtonienne. A vrai dire la physique moderne nous a rendus défiants pour ces expériences idéales. Il est toujours téméraire de prévoir ce qui se passerait dans une expérience physique *au cas*

1. V. *Principes*, L. II, S. 7, Prop. XXXVI.
2. V. *Principes*, L. II, S. 2, Prop. XXI.

où cette expérience serait possible. C'est en s'abandonnant à des procédés de ce genre que des savants comme Ampère ont cru dégager d'expériences pratiquement réalisables la loi élémentaire des actions électrodynamiques, laquelle ne peut se vérifier que dans une expérience idéale. Nous savons aujourd'hui que la prétention d'Ampère n'était pas légitime. L'idée d'appliquer à une expérience impossible les lois vérifiées dans les cas réels est positivement erronée : l'élément du courant ne suit pas les mêmes lois qui conviennent à un courant fermé[1]. Il est possible d'adresser à Newton un reproche analogue. Rien ne prouve que les expériences abstraites dont il se sert dans l'établissement de ses théorèmes soient des expériences analogues aux autres. Il est possible qu'il y ait contradiction à adapter à des cas non réels les résultats constatés dans les cas réels. Cependant Newton ne resterait pas sans défense devant une objection de ce genre. Les expériences schématiques sur lesquelles il raisonne ne sont pas des expériences entièrement factices. Bien qu'elles ne coïncident pas avec la réalité, elles sont à la limite de cette réalité. Les divergences qu'elles peuvent présenter avec les observations courantes doivent donc aller en diminuant à mesure que celles-ci seront mieux corrigées des différents facteurs de perturbation. La méthode expérimentale et la méthode déductive ne s'opposent pas comme le réel s'oppose à l'abstrait. Elles représentent des phases différentes dans l'appréhension d'une même réalité, et l'on conçoit qu'il y ait place entre elles pour une *expérimentation déductive*, participant des mathématiques par sa précision et de l'expérience par son objectivité.

La méthode expérimentale ne se trouve pas chez Newton seulement à l'état d'application. Nous avons cherché à la dégager jusqu'ici des procédés mêmes mis en œuvre par Newton, mais on rencontre soit dans les *Principes*, soit dans l'*Optique*, soit dans la *Correspondance*, un certain nombre de passages importants où Newton explique sa propre conception de la méthode.

Le plus célèbre de ces passages est celui qui a été mis par Newton au début du IIIe livre des *Principes* et qui porte le titre

[1] Cf. H. Poincaré, *Science et Hypothèse*, dernier chapitre.

[illegible] *Règles qu'il faut suivre dans l'Étude de la P[illegible]* [illegible] On a souvent comparé ce passage où Newton énon[illegible] les [illegible] règles de sa méthode, aux développements [illegible] qui se présentent chez Bacon et chez Descar[illegible] Mais ce rapprochement n'est pas très exact. Descartes et Ba[illegible] [illegible] leurs différences, partent tous deux de cette idée [illegible] [illegible] méthode [illegible] une seule dont la connaissance per[illegible] [illegible] les problèmes de la nature. Pour l'un [illegible] [illegible] procédé des arts, pour l'autre elle a son point [illegible] [illegible] tous deux sont d'accord pour [illegible] [illegible] règles [illegible] portée absolument générale. Les règles [illegible] Newton [illegible] exposées [illegible] d'une manière très somma[illegible] [illegible] Elles ne sont pas [illegible] [illegible] une méthode universelle [illegible] valable [illegible] inductive [illegible] métaphysique. Elles [illegible] à la fois à la science des [illegible] mais dans l'un et l'autre [illegible] [illegible] elles nous don[illegible] [illegible] l'élaboration de méthodes [illegible]

N[illegible] magique d'une méth[illegible] [illegible] la science [illegible] [illegible] rassemblent [illegible] des [illegible] [illegible] l'intelligence du sav[illegible] [illegible] les mêmes règles, su[illegible] [illegible] construire une [illegible] [illegible] qu'à la sci[illegible] [illegible] le même instrum[illegible] [illegible] Newton. A cha[illegible] [illegible] [illegible] pour cela qu[illegible] [illegible] la technique [illegible] les principes g[illegible] [illegible] méthode mathé[illegible] [illegible] différence [illegible] [illegible] envisage [illegible] [illegible] dans l'et[illegible]

de la physique, ces règles ne peuvent avoir pour but d'être directement applicables à chaque cas. Nécessairement abstraites et vides de contenu elles ne peuvent servir d'instruments de recherches. Leur utilité consiste surtout à donner des habitudes d'esprit.

La première règle énoncée par Newton rappelle l'axiome fameux de l'Ecole : *Entia non esse præter necessitatem multiplicanda.* « Il ne faut admettre de causes que celles qui sont nécessaires pour expliquer les phénomènes, car la nature ne fait rien en vain, et ce serait faire des choses inutiles que d'opérer par un plus grand nombre de causes ce qui se peut faire par un plus petit. »

L'origine de cette règle doit se chercher dans des raisons historiques. La première publication des découvertes de Newton touchant l'inégale réfrangibilité des couleurs avait suscité de vives critiques. *Hooke*, qui avait été chargé par la Société Royale de faire le rapport d'usage[1] sur la communication de Newton, conclut à la finesse de jugement de son auteur, à l'ingéniosité de ses expériences, mais à la fausseté de son hypothèse. Newton, disait-il, s'est contenté d'une théorie purement superficielle du phénomène. Il a fait correspondre à chaque couleur un indice de réfrangibilité, et il a cru pouvoir dire que la différence des indices était la cause de la différence des couleurs. En réalité cette cause demeure, comme avant, inconnue. L'inégale réfrangibilité n'est qu'un « accident »[2], elle n'est pas l' « essence » du fait à expliquer. Une théorie véritable doit tenir compte de l'essence matérielle des rayons lumineux et ramener les effets de dispersion à un jeu d'actions mécaniques.

Newton s'élève avec vivacité contre ce genre d'objections dans une lettre qui parut encore dans le courant de l'année 1672[3]. Quelle que soit l'hypothèse mécanique par laquelle on

1. Newton avait fait le 8 février 1672 la lecture de sa Théorie de la Lumière et des Couleurs dans une séance de la Société Royale de Londres.

2. On trouve la même objection reproduite dans les *Phil. Trans.* du 21 juillet 1673, n° 96, p. 6086, sous le titre : Epistola nuper scripta Lutetiæ Parisiorum ab ingenioso quodam viro, in qua continentur animadversiones nonnullæ in Newtoni doctrinam de Coloribus. L'auteur de cette lettre n'est autre que Huyghens.

3. V. *Phil Trans.* n° 88.

explique la lumière, et en supposant qu'elle puisse rendre compte du fait de la propagation rectiligne, on sera amené à chercher l'origine de la dispersion dans une variation de grandeur, de forme ou de mouvement des particules qui composent les rayons. On sera donc conduit à envisager la lumière naturelle comme un assemblage de « rayons dissemblables », et puisque cette dissimilitude primitive (primigeniæ inequalitates) fait que les rayons diffèrent en même temps par leur couleur et par leur réfrangibilité, je ne vois pas pourquoi, dit Newton, ceux qui adhèrent aux hypothèses moléculaires chercheraient d'autres causes à ces effets. L' « essence » matérielle de la lumière est à la fois hypothétique et obscure, et tout ce qu'on en pourra imaginer reviendra à lui attribuer une qualité identique à celle que lui attribue Newton : le pouvoir de se réfracter inégalement suivant la couleur.

Il ressort de là que la règle de Newton, d'après laquelle il ne faut pas feindre de causes inutiles, a surtout une valeur polémique. C'est pour couper court une fois pour toutes aux objections de ceux qui l'accusent de faire connaître non les essences, mais les accidents des choses, que Newton se refuse à admettre des essences, là où les accidents permettent d'expliquer les faits. On peut rattacher au même ordre d'idées la déclaration que fait Newton au début de son *Système du Monde*[1]. Là aussi il se heurte à des objections factices contre la loi de la gravitation universelle. Rien ne prouve, lui dit-on, que l'attraction cosmique soit *la seule force* qui s'exerce entre les planètes. Assurément la loi de la gravitation suffit à rendre compte des mouvements célestes, mais ne se pourrait-il pas que dans le monde solaire s'opèrent des translations d'ensemble dont la gravitation ne tient pas compte ? Il est possible, répond Newton, que des forces de translation existent, mais la situation relative des planètes n'en reçoit aucune modification sensible. Or nous ne nous préoccupons dans nos recherches que de la cause d'effets *sensibles*. Une force dont l'action ne serait pas saisissable doit être considérée comme précaire et rejetée comme telle[2]. Elle n'a nul rapport avec les phénomènes. C'est une

1. Cf. *De Mundi Syst.* Ed Castillon. Op. Math. T. II. p. 11.

2. Cf. *De Mundi Syst.*, p. 11. « Rejiciatur igitur hujusmodi vis omnis, ut precaria, et ad cœlorum phænomena nil spectans ».

entité arbitraire que rien n'autorise à introduire dans nos calculs.

Si nous considérons la règle de Newton indépendamment de son origine historique, on peut se demander quelle est sa valeur dans une physique expérimentale. Il est certain que la pente naturelle de l'esprit va à la multiplication des causes. On peut même dire que plus l'observation est impartiale et minutieuse, plus l'individualité des conditions particulières devient manifeste, plus la cause de chaque phénomène semble irréductible aux autres causes. Mais la cause physique, telle que Newton la conçoit, est en réalité la loi des phénomènes. Ce n'est point la production particulière de tel ou tel fait que la physique est chargée d'expliquer, c'est le lien qui rattache un fait à d'autres déjà connus. L'idée même qu'un fait inexpliqué doit venir se ranger dans un système connu devient alors l'équivalent de l'axiome de Newton : puisque les effets peuvent se grouper en systèmes généraux, il y a intérêt à ne créer de catégories nouvelles que s'il est impossible de classer un fait nouveau dans un système ancien. A cet égard, le principe de non-multiplication des causes est synonyme de cet autre principe : une science explicative est possible.

Tant que la science a été *créatrice*, son objet essentiel a dû être de multiplier autant que possible les causes dont elle disposait. C'est ainsi que les Alchimistes du moyen âge n'étaient satisfaits d'une explication physique que lorsqu'elle attribuait aux corps agissants des propriétés irréductibles et pour ainsi dire personnelles. Les différents corps qu'on trouve dans la nature se caractérisent à leurs yeux par des puissances hétérogènes, et le but de la science est de mettre à profit la multiplicité de ces facultés pour enrichir autant qu'il est possible le monde des créations scientifiques. La physique et la chimie, depuis l'époque de Bacon, ont renoncé à la construction des phénomènes pour n'en chercher que l'explication. Descartes et Newton sont d'accord sur ce point. Le but qu'ils poursuivent n'est pas d'arriver au plus grand nombre de causes irréductibles, mais au plus petit nombre de lois nécessaires. La science, purement explicative, est obligée d'admettre, par définition, que la nature peut se comprendre au moyen d'un nombre limité d'axiomes. Elle est simple, et cela veut dire que dans la variété

de ses manifestations une classification méthodique est possible. Peut-être n'est-ce là qu'une supposition, et y a-t-il en effet dans chaque réalité une cause ou force incommensurable avec les autres. Mais nous ne pouvons admettre que notre supposition soit fausse sans supprimer toute physique radicalement. La croyance en l'homogénéité relative des faits, en l'existence d'affinités qui les unissent, est inséparable de notre conception scientifique. Voilà pourquoi « l'unité de la nature » est considérée par les physiciens modernes sinon comme un fait démontré, du moins comme un postulat de la science [1]. « Ceux qui ne croient pas, dit M. H. Poincaré, que les lois naturelles doivent être simples, sont encore obligés de faire comme s'ils le croyaient. » Or la simplicité, l'unité de la nature, telles que les définit M. Poincaré, sont exactement l'équivalent de la règle énoncée par Newton. C'est parce que la nature est simple et une, que les causes qui président à ses lois peuvent se classer en systèmes finis. Plus nous approchons de la simplicité, plus le nombre des causes diminue, tandis qu'en introduisant dans la science expérimentale des causes superflues, nous allons contre l'intelligibilité de la nature et contre son explication scientifique.

La deuxième Règle s'énonce de la manière suivante : les effets du même genre doivent toujours être attribués, autant qu'il est possible, à la même cause.

Ici encore nous avons affaire à une règle qui tire son origine de raisons historiques. C'est l'identité de la pesanteur et de la gravitation qui va permettre à Newton de conclure à l'identité de toutes les causes « semblables ». Newton a démontré que la pesanteur et la gravitation suivent rigoureusement les mêmes lois. Une masse matérielle située à la surface de la terre se comporte exactement sous l'action de ce globe comme le fait la masse de la lune, située à une distance énorme. Il y a là deux « effets du même genre » que nous observons dans des circonstances diverses, mais que la logique ordonne de rapporter à une cause unique. Il en est de même chaque fois que deux expériences, malgré la différence des conditions où l'on opère, amènent à des résultats de même forme. « C'est ainsi

1. V. H. Poincaré. *La Physique Expérimentale et la Physique Mathématique*. Rev. Gén. des Sciences. 15 Nov. 1900.

que la respiration de l'homme et celle des bêtes, la chute d'une pierre en Europe et en Amérique, la lumière du feu d'ici-bas et celle du soleil, la réflexion de la lumière sur la terre et dans les planètes doivent être attribuées respectivement aux mêmes causes. »

A l'idée de simplicité, cette seconde règle de Newton vient donc superposer l'idée d'*analogie*. Déjà Bacon avait insisté[1] sur le rôle important de l'analogie dans l'analyse des « formes ». Parmi les faits privilégiés qui peuvent le mieux susciter les découvertes, il cite les « faits conformes ou proportionnés » qu'il appelle ausi « parallélismes ou similitudes physiques. » Ces faits font voir les analogies et les relations des choses. Ils sont comme les premiers et les plus bas degrés qui mènent à l'unification de la nature[2]. Ils ne donnent pas lieu immédiatement à la certitude, mais suggèrent l'idée d'un certain consensus entre les propriétés corporelles[3]. L'analogie est employée par Bacon surtout pour la comparaison des fonctions biologiques, et les résultats qu'elle lui donne sont assez curieux pour mériter d'être comparés avec les théories modernes.

L'analogie, telle que la conçoit Bacon, ne ressemble pas beaucoup à la « similitude d'effets » telle qu'elle intervient dans la règle de Newton. Pour ce dernier les effets semblables ne sont pas uniquement ceux qui se manifestent de la même manière à nos sens. Il est certain que la lumière des étoiles et celle d'une flamme n'affectent pas notre vue de la même façon. Mais ces deux lumières suivent la même loi, et cela suffit pour qu'il soit permis de les considérer d'abord comme analogues, puis comme identiques. Deux effets sont semblables pour Newton, non pas lorsqu'ils nous frappent par des analogies extérieures, mais lorsqu'ils s'expriment par une formule commune : ainsi la pesanteur et la gravitation, ainsi encore la réfraction terrestre et la réfraction astronomique. En poussant à l'extrême l'idée de Newton, on arrive à une conception extrêmement voisine de celle qui est professée par les physiciens modernes. Lorsque deux phénomènes ont *les mêmes équations*,

1. V. *Nov. organum*, L. II, S. 2. § XXVI.

2. *Ibid.* « Sunt tanquam primi et infimi gradus ad unionem naturæ ».

3. *Ibid.* « Neque constituunt aliquod Axioma statim ab initio, sed indicant et observant quemdam consensum corporum ».

c'est-à-dire s'expriment formellement par les mêmes lois, on peut les considérer comme réellement identiques. C'est ainsi que le caractère vibratoire très rapide commun aux ondulations électromagnétiques et aux ondulations lumineuses est la preuve que le même agent doit présider à ces deux ordres de phénomènes. Assurément Newton n'étendait pas à ce point la portée de sa deuxième règle. Mais la tendance que nous signalons est bien la sienne, et la réduction d'expériences multiples à une formule unique est caractéristique de la méthode des *Principes*.

Avant de passer à la troisième Règle, qui est la plus importante de celles que donne Newton, il convient de préciser le sens qui s'attache à cette expression : une *loi de la nature*. Bien que Bacon ait eu le pressentiment exact de ce que doivent être les lois physiques, il ne semble pas qu'il ait compris la part d'abstraction inhérente à ces lois. Les résultats que donne la méthode inductive étaient pour lui d'une certitude absolue, parce qu'ils résument l'expérience et rien que l'expérience. Sitôt que nous voulons élargir l'induction au delà des limites même où elle résulte des faits, nous risquons de la transformer en hypothèse, c'est-à-dire de la discréditer. Les Tables d'absence et de présence sont les matériaux avec lesquels nous construisons la science, et il est impossible qu'une loi physique affirme plus que ce que ces tables apprennent.

La position de Bacon est, on le voit, celle d'un empiriste pur. Nous savons que pour Newton la méthode empirique est tout à fait inséparable de la méthode mathématique. Aucune des deux n'est faite en vue de l'autre, elles sont faites toutes deux pour se contrôler mutuellement. Si nous ne pouvions tirer d'une série d'expériences qu'un simple résumé de ces expériences mêmes, il est clair qu'une suite d'observations n'apprendrait rien de plus que chaque observation isolément. Mais la méthode expérimentale consiste justement à étendre ce qui est observé dans des cas déterminés à ce qui n'a pas été ou ne peut pas être observé. D'une manière plus précise, elle consiste à passer d'une série d'observations tendant vers une limite à l'observation idéale de ce que serait ce cas limite. L'*Optique* de Newton abonde en exemples d'un semblable passage à la limite. Les lois de la réfraction, celles de la diffraction, sont grossière-

ment vérifiées en lumière blanche ; si on les observe sur des faisceaux lumineux de plus en plus monochromatiques, on voit que les observations tendent vers une limite, qui fait connaître les lois véritables de la réfraction. Dans les *Principes*, la loi de résistance des fluides, les lois du choc des corps sont établies de même. Elles sont tirées d'inductions limites appliquées à des séries d'expérience. Maintenant quel peut être l'intérêt qu'il y a à substituer aux expériences réelles une expérience idéale qui en est la limite? Nous avons vu plus haut que le procédé est constant dans la physique et dans la mécanique de Newton. Si l'on veut apercevoir sa raison d'être, il faut comprendre l'importance énorme qu'il y a, au point de vue mathématique, à remplacer des nombres approchés, vagues, discordants, par un nombre limite rigoureux. Si la méthode expérimentale n'avait pas pour objet de donner ouverture à l'application des mathématiques, il serait inutile et peut-être dangereux d'appeler loi de la nature une formule que la nature ne vérifie jamais. Mais l'avantage que va nous procurer la substitution d'une propriété fictive à des propriétés réelles mal ordonnées est assez grand pour justifier l'artifice dont se sert Newton. L'abstraction inhérente à toute loi naturelle est clairement mise en évidence ici. La loi physique, telle que nous l'énonçons, est par rapport aux phénomènes qui la fondent, comme la différentielle ou l'intégrale sont par rapport aux approximations qui les définissent. Il faut donc concevoir qu'une loi de la nature est à la fois un résultat d'observations et une anticipation de l'esprit. Que cette anticipation soit correcte ou non, une nouvelle expérimentation ne tardera pas à nous le dire. De toutes façons il faut regarder les lois de la physique expérimentale comme comportant un élément d'abstraction susceptible de s'adapter à l'instrument mathématique.

Il est facile de justifier alors la troisième Règle de Newton. Cette règle est l'application du principe de continuité à la recherche des lois de la nature. « Les qualités qui ne sont pas susceptibles d'augmentation ni de diminution, et qui appartiennent à tous les corps sur lesquels on peut faire des expériences, doivent être regardées comme appartenant à tous les corps en général. »

Avant de critiquer cette règle de Newton, il est bon de faire

observer que, comme les deux précédentes, elle est fondée sur des raisons historiques. C'est l'idée de la gravitation universelle qui a amené Newton à faire un axiome de cette « Règle de continuité ». La gravitation newtonienne est un fait que la plupart des contemporains acceptèrent comme tel dans les cas où l'expérience le confirme, mais qui ne fut pas reconnu tout de suite comme un fait universel. On accorda sans peine à Newton l'objectivité des « phénomènes » qu'il énumère au début du III[e] Livre des *Principes*. Les satellites de Jupiter gravitent autour de cette planète, les satellites de Saturne gravitent autour de Saturne, les cinq principales planètes gravitent autour du soleil, et la lune gravite autour de la terre. Mais comment conclure de ce petit nombre d'exemples à l'idée que la gravitation est une loi *sans exception ?* Comment prétendre que toute matière, même celle que nous ne connaissons pas. doit être attirée par le reste de la matière ? Comment soutenir enfin que la gravitation, loin de s'exercer seulement entre des masses très grandes, est une loi élémentaire de la nature, qui s'applique aussi bien dans le cas de particules insaisissables pour nous ? Il y a là, disaient les adversaires de Newton, un emploi abusif et vicieux de l'induction. Les exemples positifs où la gravitation se vérifie ne sont ni assez nombreux ni assez modifiables pour que nous puissions étendre à ce point une conclusion qui doit rester provisoire.

Newton tenait essentiellement au caractère universel de la gravitation. Il avait compris que le grand mérite de cette loi était de fournir une formule *élémentaire* applicable aux parties intégrantes de la matière, et susceptible de s'étendre par voie de sommation aux masses matérielles finies. Aussi tenait-il à assurer la certitude de sa loi en dépit du petit nombre des exemples sur lesquels elle se fonde. « Puisqu'il est constant par les expériences et par les observations astronomiques, que tous les corps qui sont près de la surface de la terre pèsent sur la terre, selon la quantité de leur matière, que la lune pèse sur la terre, à raison de sa quantité de matière, que notre mer pèse à son tour sur la lune, que toutes les planètes pèsent mutuellement les unes sur les autres, et que les comètes pèsent aussi sur le soleil, on peut conclure que tous les corps gravitent mutuellement les uns vers les autres. Et ce raisonnement

en faveur de la gravité universelle des corps, tiré des phénomènes, sera plus fort que ce lui par lequel on conclut leur impénétrabilité, car nous n'avons aucune expérience ni aucune observation qui nous assure que les corps célestes sont impénétrables[1]. » Remarquons que la loi de la gravitation n'est *universelle* que parce qu'elle est devenue mathématique et abstraite. Après avoir décomposé les masses finies en molécules infinitésimales, Newton montre que si l'expérience ne présente jamais *d'attractions élémentaires*, de semblables actions doivent se concevoir comme limites des actions qui s'exercent entre deux masses matérielles quelconques. L'attraction *universelle* est une loi schématique destinée à expliquer avec l'aide du calcul, ce qui se passe dans les expériences réelles.

La troisième Règle n'a pas seulement pour but de servir d'appui à la théorie de la gravitation. Elle permet de trouver, dans le cas général, le passage de la physique expérimentale à la physique mathématique. Bien que Newton ne cite pas Descartes, il est visible qu'il songe à l'école cartésienne lorsqu'il parle de ces physiciens qui « opposent les rêveries aux expériences » et « abandonnent l'analogie de la nature ». Le cartésianisme, pris à la rigueur, est la négation de toute science expérimentale. Que pourrait nous apprendre l'expérience sur les qualités primitives de la matière, quand nous savons que toutes ces qualités se réduisent immédiatement à une seule, l'étendue intelligible des géomètres ? Tout ce que nous nommons dureté, impénétrabilité, élasticité, etc., ne désigne que des attributs de l'étendue, et il est évident que dans ces attributs l'expérimentation ne pourrait apporter que trouble et confusion. Voilà pourquoi Descartes et ses disciples, tout en reconnaissant à la physique une importance pratique considérable, estimaient que le raisonnement *a priori* suffit à l'édifier. Il n'est qu'une seule propriété appartenant à tous les corps, et cette propriété est assez intuitive pour se passer du contrôle expérimental.

Newton ne pouvait adopter cette manière de voir toute métaphysique. C'est le goût de Descartes pour l'*a priori* qui l'amène à méconnaître la variété de la nature. Élevé au contraire à l'école de l'empirisme, Newton ne pouvait se satisfaire d'une

1. *Principes*. L. III, T. II, p. 4.

réduction par trop simpliste de la diversité des propriétés physiques aux seules propriétés géométriques. L'étendue n'est pas privilégiée parmi les qualités des corps. Loin d'être révélée par l'intuition pure, elle n'est, comme toutes les qualités, connaissable que par les sens[1]. Si nous sommes disposés à la reconnaître partout, « ce n'est pas qu'elle se fasse sentir dans tous les corps ». Descartes lui-même est obligé de reconnaître que l'étendue de la matière subtile échappe à notre observation. Malgré cela il peut sans hypothèse attribuer l'étendue à une semblable matière, précisément en vertu de la règle de Newton : les qualités qui appartiennent à tous les corps sur lesquels on peut faire des expériences, doivent être regardées comme appartenant à tous les corps en général. Mais en vertu de la même règle nous allons pouvoir reconnaître dans la nature bien d'autres propriétés que l'étendue. « Nous observons que plusieurs corps sont durs, et nous en inférons avec raison que les particules indivisées de tous les corps doivent être dures ». « Les corps que nous touchons étant impénétrables, nous regardons l'impénétrabilité comme une propriété qui appartient à tous les corps[2] ». D'une manière générale, chaque fois que nos sens nous apprennent qu'une certaine propriété se retrouve dans tous les cas expérimentaux, nous sommes autorisés à faire de cette propriété quelque chose d'irréductible et d'universel. Or c'est un fait que de semblables propriétés existent dans la nature, « c'est même le fondement de toute la physique ». Mais les qualités ne pouvant se connaître que par l'expérience et se présentant comme irréductibles à la seule étendue, la conception cartésienne de la physique devient nécessairement caduque. Elle doit céder la place à la conception nouvelle d'une physique qui commence par être expérimentale pour devenir peu à peu mathématique.

Lorsque Newton étend à « tous les corps en général», les propriétés appartenant à « tous les corps sur lesquels on peut faire des expériences », il faut se garder de croire qu'il fasse dans le réel une distinction absolue, mettant d'une part les corps hypothétiques que nulle observation ne peut nous faire connaître,

1. *Principes*. L. III, Règle III, p. 3.

2. V. *Principes*. L. III, Règle III, p. 3.

d'autre part les corps observables sur lesquels doivent porter nos mesures. « La nature est toujours simple et semblable à elle-même[1]. » Il est impossible qu'on puisse par une induction légitime passer de corps connaissables à des corps inconnaissables, tandis que l'induction peut se faire aisément du semblable au semblable. Ici encore le procédé de Descartes est à l'opposé de la véritable méthode. Descartes a compris qu'une abstraction est nécessaire au début de la science. Les corps accessibles à nos sens sont trop complexes, trop hétérogènes pour que des relations exactes puissent s'y appliquer. Si nous voulons une physique simple il faut qu'elle abandonne de parti pris les objets d'expérience pour se contenter d'objets abstraits, créés par l'entendement. De là les artifices des *Principes de la Philosophie* ou du *Traité du Monde*, artifices dont le but immédiat est la substitution d'un monde fictif au monde réel qu'il faut expliquer. On a souvent exagéré le caractère ironique de la méthode de Descartes, en attribuant à de simples soucis de censure le soin minutieux avec lequel il affecte de négliger le monde donné, pour se confiner à un monde idéal, abstrait, différent du nôtre. Assurément il y a une part de vrai dans l'opinion qui explique par des scrupules théologiques la nécessité où Descartes se trouve de faire la science d'un « nouveau monde » et de montrer ensuite que ce monde est de tous points comparable au nôtre. Mais en laissant de côté la crainte de l'intolérance, il demeure visible que Descartes était porté par les tendances de sa méthode, à acheter la simplicité au prix de l'abstraction et à se débarrasser de la confusion sensible en se limitant à des réalités rationnelles. Le passage de l'imagination à la science n'est possible que par une abstraction consciente, et cette abstraction nous mène de l'expérience à un monde qui dépasse l'expérience.

Rien de ce genre ne se trouve chez Newton. Si l'on peut parler d'une abstraction nécessaire pour que la science soit possible, cette abstraction doit s'opérer à l'intérieur de l'expérience elle-même. Elle ne consiste pas à remplacer les corps compli-

1. Cf. Optic. L. I, S. I, Prop. VI. « Equidem, rem ita se habere debere admodum est credibile et rationi consentaneum ; quandoquidem *natura semper est sui similis*. Verum probatio ab experimentis desumenda requiritur ».
Cf. aussi *Quæst.* XXXI. « Atque hæc quidem omnia si ita sint, jam natura universa erit simplex et consimilis sui ».

qués que nos sens aperçoivent par d'autres corps hypothétiques qu'ils ne peuvent aucunement saisir. Elle devra substituer aux objets concrets que nos sens reconnaissent aisément d'autres objets également concrets, mais trop petits pour tomber actuellement sous nos sens. C'est ainsi que les corps observables ne seront pas remplacés, comme chez Descartes, par des corps *purement étendus* qu'aucune expérience ne fait jamais connaître. Les corps simples, atomes ou molécules, dont la physique peut avoir à faire usage possèdent exactement les mêmes qualités qu'on rencontre dans les composés : pesanteur, solidité, élasticité, etc. Ces qualités ne s'y trouvent même pas à un degré plus « éminent » ou plus parfait. Elles sont valables entre certaines limites, mais n'ont pas une signification absolue. Il n'existe pas plus de corpuscule absolument dur, absolument impénétrable, absolument mobile, qu'il n'y a de corps finis possédant ces propriétés sans restriction. Seulement ce qui rend les corpuscules intéressants, c'est que la différence entre leurs qualités réelles et les qualités idéales dont se sert Descartes va en diminuant avec leur grandeur. On comprend alors le profit qu'il peut y avoir à passer des cas expérimentalement constatés à des cas expérimentaux limites, d'où l'on pourra, par le calcul, remonter aux premiers.

L'expérience peut donc, d'après l'idée de Newton, se prolonger par l'induction, mais ce prolongement ne peut se faire que sous certaines réserves. Lorsque l'observation nous a permis d'établir qu'une propriété physique appartient à tous les corps finis, nous pouvons en conclure qu'elle subsiste dans le cas de corps infinitésimaux, mais seulement si c'est une qualité « qui n'est susceptible ni d'augmentation ni de diminution. » Prenons l'exemple de la divisibilité. C'est là une propriété qui se vérifie ou ne se vérifie pas, elle n'est pas susceptible de variation continue ou de dégradation indéfinie. Il suffit alors que nous l'ayons constatée dans l'universalité des cas observables pour que nous soyons sûrs qu'elle subsiste encore dans le cas des infiniment petits. Cette certitude nous vient directement du principe de continuité. Si la divisibilité pouvait se vérifier jusqu'à une certaine limite de grandeur, et qu'au delà de cette limite on passât soudain à des atomes indivisibles, il y aurait dans la nature des variations brusques, telles que la physique

n'en peut tolérer. Mais il suffirait que dans un seul cas nous eussions constaté qu'un corps est rigoureusement indivisible pour que l'existence d'atomes insécables devînt conciliable avec la continuité. Prenons maintenant une propriété qui soit susceptible de plus ou de moins, comme la viscosité ou le frottement. Ce serait pour Newton une induction illégitime que d'attribuer une semblable propriété aux éléments constitutifs de la matière. Toute matière finie offre de la résistance, mais cette résistance décroît à mesure que la raréfaction augmente. Jusqu'ici aucune expérience ne permet d'affirmer que la résistance d'un fluide demeure supérieure à une limite fixe quand sa masse décroît au delà de toute limite. Ce serait une induction hâtive d'attribuer à l'éther par exemple une résistance analogue à celle de la matière. Ici le principe de continuité nous oblige à conclure dans un autre sens que tout à l'heure. Du moment qu'une qualité peut décroître indéfiniment, il faut en inférer qu'elle disparaît à la limite.

Les trois premières règles de la méthode de Newton convergent vers le même but : induire d'un certain nombre de faits expérimentaux la définition d'une propriété physique, et rendre cette définition valable, non seulement dans le domaine des faits observés, qui sont toujours complexes, mais dans le domaine des faits *élémentaires,* qui sont homogènes et appropriés au calcul. La première règle contient implicitement le principe de l'unité de la nature, tel qu'il est admis à titre de croyance par le plus grand nombre des physiciens modernes. La seconde est l'équivalent du principe d'analogie, introduit par Bacon dans les recherches empiriques, la troisième affirme dans le monde physique une continuité mathématique : l'expérience peut donner lieu à des inductions limites, qui préparent la voix aux intégrations proprement dites. Les trois règles expriment donc plutôt la possibilité d'un passage de la physique expérimentale à la physique mathématique qu'elles ne fournissent des préceptes positifs soit de calcul soit d'expérimentation. Quel que soit cependant leur caractère, il est impossible de ne pas se demander si elles fournissent à la physique une base vraiment solide. Le système scientifique que nous arriverons à construire par une application consciencieuse de ces règles possèdera-t-il une certitude parfaite, ne sera-t-il

qu'un tissu de vraisemblances destinées à s'user tôt ou tard ?

L'idée que la certitude physique puisse être purement relative était à l'époque de Newton un véritable paradoxe. Descartes par l'insistance extrême qu'il met à exclure de la science toute certitude qui n'égale pas celle de la géométrie, avait contribué plus qu'aucun autre à jeter le discrédit sur ce paradoxe. Chose curieuse, les ouvrages de Bacon imitent souvent le dogmatisme de Descartes. Bien qu'à la méthode de l'Ecole Bacon prétende substituer l'induction s'exerçant sur les faits, il est persuadé que par cette induction nous sommes en état d'édifier une science dont la certitude sera définitive et absolue. C'était donc au cours du XVII[e] siècle un axiome universellement admis que les vraisemblances, les connaissances probables, doivent être radicalement éliminées de la science et que la certitude n'existe pas là où elle n'est pas tout entière.

Le premier grand physicien qui ait eu le soupçon d'une science se contentant de certitudes approchées est, semble-t-il, *Christian Huyghens*. Bien que les ouvrages où il exprime ses idées sur la méthode physique soient à peu près contemporains des *Principes*, il est vraisemblable qu'avant cette époque il professait déjà les mêmes idées[1]. Sans que nous puissions dire si Newton a puisé dans Huyghens des inspirations, il est permis de signaler la coïncidence qui a amené les deux plus grands physiciens du temps à introduire simultanément dans la science des considérations de probabilité et de relativité.

C'est dans la préface du *Traité de la Lumière* que Huyghens a condensé ses idées sur la nature de la certitude physique. Les démonstrations qu'on trouve dans cet ouvrage n'ont pas, dit-il, une certitude aussi grande que celles de géométrie. Il y a entre les procédés du physicien et ceux du mathématicien une différence essentielle. Celui-ci part de principes qui sont regardés comme la certitude absolue et il se contente d'en déduire les conséquences incontestables ; tandis que l'autre part de principes dont la vérité est toujours provisoire et proportionnée au degré de confiance que nous inspirent les conclusions. Cette différence a sa raison d'être dans la différence même des objets. La géométrie étudie des objets immuables sur lesquels il n'y a

1. V. Ch. Huyghens, préface du *Traité de la Lumière*, 1690.

pas infiniment de choses à dire. Le physicien au contraire parle d'objets changeants, qui peuvent s'envisager d'une manière plus ou moins complète, avec une exactitude plus ou moins grande.

Mais la probabilité dont la physique se contente n'est pas sans valeur. Il est souvent possible de la développer au point qu'elle le cède de peu à la certitude. C'est le cas lorsque les conséquences déduites de la supposition de certains principes s'accordent de très près avec l'expérience. La probabilité augmente de poids avec le nombre des vérifications, et elle atteint son maximum lorsqu'une loi provisoire nous permet de faire des vérifications inattendues. Quoi qu'il en soit, la probabilité physique demeure toujours relative. Si la coïncidence de nos calculs avec les faits amène cette probabilité à se rapprocher de la certitude, elle en reste toujours séparée par un trait distinctif : la certitude des géomètres, une fois acquise, ne peut plus se perdre. Au lieu de cela, la vraisemblance physique, quelque voisine qu'on la suppose d'une certitude *a priori* court toujours le risque de recevoir, de la découverte d'un fait nouveau, une atteinte imprévue. Elle est relative à l'état de la science et à la précision des observations. Il est impossible que la physique prétende jamais à une assurance absolue, puisque chaque fois que nous affirmons quelque chose, nous négligeons en même temps autre chose.

La prudence et l'esprit positif de Huyghens vont se retrouver dans les ouvrages de Newton. Il est remarquable que la prétention cartésienne à égaler la certitude mathématique ne se rencontre ni dans les *Principes*, ni dans l'*Optique*, ni dans les premiers écrits de Newton. A aucun moment, Newton n'a fait profession de dogmatisme et n'a prétendu donner, par la méthode inductive, plus que de hautes probabilités. On est souvent porté à méconnaître ce caractère du Newtonisme parce que c'est un de ceux qui ont disparu le plus vite chez les disciples et les successeurs de Newton. L'enthousiasme excité par la théorie de la gravitation, celle des marées, celle du son, celle des couleurs, fut un enthousiasme essentiellement dogmatique. Comme il arrive souvent dans l'histoire des sciences, les élèves et les admirateurs forcèrent les paroles du maître, et remplacèrent par des assertions brutales les vérités qu'il avait

émises sous réserve. Enfin, l'on avait trouvé une physique capable de faire pièce à la théorie cartésienne. Chacun sentait que la science de Bacon était trop vide de résultats pour lutter contre la science abstraite, mais en somme féconde, de Descartes. L'apparition d'une philosophie neuve, où le talent mathématique était mis au service d'une expérimentation habile, réalisait les vœux de tous les empiristes. Aussi les contemporains et les disciples de Newton, ce qui formait à la fin du XVII[e] siècle l'Ecole Newtonienne, accueillirent-ils la méthode des *Principes* comme un instrument d'une valeur absolue. Avec une hardiesse et une ténacité qui ne firent pas peu pour le succès du Newtonisme, ils affirmèrent que Newton seul était en possession des véritables règles expérimentales, que Newton seul avait su en tirer des conclusions irréfragables, que seul il avait fixé à la science la voie dans laquelle est le succès.

Usant d'une ironie qui cache souvent un exclusivisme outré, les disciples de Newton accueillent par une fin de non-recevoir tout ce qui n'est pas conforme soit à la méthode, soit aux résultats de leur maître. C'est aux *Principes* et aux *Principes* seuls qu'il faut demander la certitude physique. Cette certitude égale en puissance celle de l'algèbre ou de l'arithmétique. *Keill* et *Freind*, deux des adeptes les plus fervents du Newtonisme, affirment qu'il y a dans la méthode de leur maître non seulement le développement ingénieux des tendances de Galilée et de Kepler, mais quelque chose d'absolument nouveau, une induction *sui generis*, plus précise et plus sûre que celle de Bacon.

Newton ne doit pas être considéré comme responsable du dogmatisme qui caractérise son Ecole. Pour des raisons historiques faciles à concevoir, Newton ne voyait pas ce dogmatisme d'un œil défavorable, car il lui créait une arme puissante contre le dogmatisme de ses adversaires. Sans jamais appuyer ni désavouer ses élèves, il est certain qu'il trouvait profit à les laisser aller plus loin que lui-même dans l'affirmation des certitudes. Mais pour son propre compte jamais Newton ne se hasarde à attribuer à aucune de ses découvertes la certitude géométrique dont se vantait Descartes. Même en ce qui concerne la gravitation universelle, on peut voir par certains pas-

sages de l'*Optique*[1] qu'il considérait cette loi universelle comme une loi purement provisoire, susceptible de différenciation ultérieure, et pouvant donner lieu à des certitudes nouvelles. La méthode expérimentale, telle que Newton la conçoit, est vraie et elle est utile. Mais le genre de vérité qu'elle peut déceler est, comme l'avait compris Huyghens, une vérité conditionnelle. Ce n'est pas l'assurance immuable de la déduction, c'est la vraisemblance de plus en plus grande des lois inductives qui caractérise la physique newtonienne. La quatrième règle des *Principes* va nous faire voir sous quelles conditions cette vraisemblance est acquise.

« Dans la Philosophie expérimentale, les propositions tirées par induction des phénomènes, doivent être regardées, malgré les hypothèses contraires, comme exactement ou à peu près vraies jusqu'à ce que quelques autres phénomènes les confirment entièrement ou fassent voir qu'elles sont sujettes à des exceptions. Car une hypothèse ne peut affaiblir les raisonnements fondés sur l'induction tirée de l'expérience[2]. » Par cette règle, Newton pose à la fois des bornes à la certitude physique et une limite à la critique qu'on peut lui faire subir. Les vérités expérimentales sont certaines tant qu'elles répondent approximativement aux faits. Aucune atteinte ne peut être portée à leur valeur par des hypothèses non encore vérifiées.

La théorie de l'hypothèse est à peine esquissée dans le troisième livre des *Principes*. Mais c'est un sujet sur lequel Newton s'est vu obligé de revenir à maintes reprises, et parmi les opuscules insérés sous forme de lettres dans les *Philosophical Transactions*, c'est à peine si l'on en trouverait un où Newton n'ait pas expressément affirmé son horreur pour l'hypothèse et soutenu qu'elle est incompatible avec la vraie méthode expérimentale. De là la légende qui a eu pour effet de le représenter comme un adversaire systématique de l'hypothèse. « Hypotheses non fingo », c'est la déclaration qu'on a tirée des *Principes* pour en faire la clef de la méthode newtonienne. Il importe de voir ce que cette idée contient de juste, en même temps que la part d'exagération dont elle est entachée.

1. Cf. *Quæst. Opt.*, XXXI.
2. V. *Principes*, L. III, Règle IV, Ed. Castillon, p. 5.

Les premiers ouvrages de Newton ne sont ni exempts d'hypothèses ni systématiquement hostiles à toute hypothèse[1]. A la vérité, dès sa dispute avec Hooke et avec les Hollandais Newton avait affirmé le caractère positif de l'optique nouvelle et prétendu que l'expérience seule suffit à la légitimer. La théorie des couleurs, disait-il, emploie exclusivement le raisonnement inductif tel qu'il a été décrit par Bacon et mis en œuvre, avec une sage réserve, par Robert Boyle. Elle peut se passer d'hypothèses, ou plus exactement parlant, elle est indifférente aux hypothèses. C'est à ce signe qu'on reconnaît une doctrine vraiment scientifique.

Malgré cette tendance positive, Newton ne s'élevait pas, à cette époque, d'une manière absolue contre l'hypothèse. Il en reconnaissait l'usage à ses adversaires, il l'employait lui-même comme fil directeur. C'est à cette période que remontent vraisemblablement les conceptions de Newton sur l'émission de la lumière, conceptions hypothétiques s'il en est, et qui dans les éditions successives de l'*Optique* devaient tenir une place de plus en plus modeste. Du rang de théorèmes elles passent à celui de simples « questions », c'est-à-dire de suggestions scientifiques dénuées de rigueur.

Si de l'*Optique* on passe aux *Principes*, on constate un changement complet dans l'attitude de Newton vis-à-vis des hypothèses. Non seulement la certitude mathématique est mise en relief par la forme même des démonstrations, mais Newton a soin d'éliminer, fût-ce des scholies les plus reculés, tout ce qui n'est que supposition. C'est un trait qui a vivement frappé les premiers commentateurs de Newton. *Henri Pemberton*, l'artisan de la troisième édition des *Principes*, décrit dans ses *Éléments de la Philosophie Newtonienne*[2] l'œuvre de Newton comme le premier exemple d'une physique exempte d'hypothèses. Avant lui, dit-il, un petit nombre de philosophes ont pratiqué une méthode raisonnable et eu le bonheur de répandre quelque lumière sur les matières physiques. Mais la plupart

1. Pour la conception newtonienne de l'hypothèse, consulter Ferd. Rosenberger, *Isaac Newton u. s. physik. Princ.*, II° P., ch. 3, p. 396, sqq.

2. Cf. View of Sir Isaac Newton's Philosophy. London, 1728 ; traduit en français sous le titre : éléments de la Philosophie Newtonienne, Amsterdam, 1755.

de ceux qui ont écrit sur la physique ont procédé comme s'ils avaient renoncé à atteindre le degré le plus modeste de la certitude. Leur habitude était de prendre les suppositions pour des vérités, dès qu'elles offraient avec la réalité une apparence de rapport. Il est vrai que les démonstrations dans la philosophie naturelle ne peuvent être aussi exactes qu'en mathématique. Encore faut-il tenir le milieu « entre la préoccupation des hypothèses et la prétention de démontrer toutes choses avec une rigueur mathématique ». Toute la philosophie est fondée sur la méthode d'induction. Notre auteur donne une nouvelle force à cette méthode par le principe incontestable que tout résultat d'expérience demeure, malgré les hypothèses, vrai jusqu'à observation du contraire.

Comment s'est opérée dans l'esprit de Newton cette transformation qui l'a fait passer d'une tolérance générale de l'hypothèse à une condamnation systématique ? C'est ce qu'on ne peut comprendre que par des raisons personnelles, tirées de l'histoire des écrits de Newton.

Les découvertes optiques et astronomiques de Newton avaient rencontré dès leur apparition des contradicteurs acharnés : *Pardies*, *Cassegrain*, *Lucas*, *Huyghens* et bien d'autres se déclarèrent sceptiques devant les expériences de Newton, et s'en tinrent soit aux idées cartésiennes, soit aux hypothèses de Hooke. Dans la longue polémique que soutint Newton avec quelques-uns de ces physiciens, il faut reconnaître que les questions de priorité et de personnalité jouèrent le rôle le plus important. D'un caractère naturellement ombrageux et timide, Newton ne se hasardait à avancer un fait qu'après en avoir vérifié de toutes façons l'exactitude. Nous savons qu'il a tardé des années à publier les plus considérables de ses découvertes par un souci peut-être excessif de perfection. Mais une fois qu'il avait livré ses idées à la publicité, Newton n'admettait pas qu'elles pussent se heurter à des suspicions *a priori*. C'est un des caractères propres du génie qui vit isolé dans ses idées de ne pas comprendre que l'esprit vulgaire a besoin, pour se ranger à la vérité, du même travail préparatoire dont l'inventeur s'est acquitté lui-même. Les préjugés, les points de vue acquis, ne disparaissent pas devant l'évidence sans le secours du temps, et la tendance naturelle que nous éprouvons en face

d'une conception nouvelle, est de la trouver fausse précisément parce qu'elle est nouvelle.

Ce phénomène s'est vérifié d'une manière remarquable à l'époque de Newton. Jamais peut-être des découvertes plus simples, plus faciles à saisir, n'avaient été présentées au public avec un tel appareil de démonstration, d'explication, de vérification. Jamais pourtant on ne vit plus d'acharnement dans la défense des théories anciennes et dans la réfutation préconçue du système qui les ruinait. Le mode d'argumentation généralement employé contre Newton était le suivant. Vous expliquez, lui disait on, la mécanique céleste, l'optique physique, par des lois nouvelles. Ces lois sont fondées d'après vous sur des faits constants, et ne le cèdent en certitude à aucune autre loi généralement admise. S'il était possible d'envisager votre conception d'une façon tout à fait indépendante, nous pourrions peut-être la discuter en détail afin d'en découvrir le point faible. Mais tant de minutie est inutile, car nous avons *a priori* des raisons de croire que vous vous trompez. La théorie de Hooke, la théorie de Descartes, ne sont pas des systèmes qu'on puisse négliger en face d'une physique comme la vôtre. Ces théories ont été établies, non seulement sur des faits constants, mais *après élimination méthodique de toutes les théories contraires*. Elles ont commencé par faire une classification des différentes conceptions logiquement possibles. Parmi celles-ci, elles ont exclu progressivement toutes celles qui allaient soit à l'encontre des principes, soit à l'encontre des théories admises. Elles se sont de la sorte établies *par l'absurde*, et il n'y a pas de raison qui puisse nous faire renoncer à une théorie dont le contraire est absurde.

En partant de là, *Pardies* et *Lucas* se refusent à discuter la conception de Newton comme une conception pouvant être vraie ou fausse : elle est nécessairement fausse puisqu'elle est incompatible avec ce qui est vrai *a priori*. C'est contre cette méthode de critique que Newton s'élève, d'abord ironiquement, puis avec une irritation qui va en croissant à mesure que l'objection se renouvelle. Il est impossible d'admettre, écrit-il en 1672, l'efficacité d'une méthode physique, si l'on n'a pas fait une énumération *complète* de toutes les manières possibles d'expliquer les phénomènes. La véritable méthode d'investiga-

tion des choses est celle qui les étudie par l'expérience. La théorie que je propose n'est pas inférée seulement de ce que les choses ne peuvent pas se passer autrement, elle n'est pas le résultat d'un argument *a contrario* appliqué aux suppositions de mes adversaires. Elle dérive d'expériences positives et directement concluantes. Il n'est qu'une seule manière de la critiquer, c'est de faire voir que les expériences ne répondent pas à la théorie que j'en donne[1]. Mais les hypothèses, quelles qu'elles soient, ne peuvent pas avoir de valeur critique. On peut réfuter tout ce qu'on veut par des suppositions convenables, tandis qu'on ne peut rien établir positivement sans l'expérience aidée du calcul.

La même hostilité contre les hypothèses se retrouve à la fin de l'*Optique*[2]. « Les hypothèses doivent être considérées comme rien dans la Philosophie Naturelle[3]. » Le sens qu'il faut attribuer à cette formule est encore un sens polémique. C'est au point de vue de la réfutation d'une doctrine que l'hypothèse est sans valeur. Croire réfuter les expériences de Newton, et en particulier l'expérience « cruciale » par laquelle il montre que le fait de la dispersion doit s'expliquer par l'inégale réfrangibilité des couleurs, en disant que d'autres hypothèses permettent aussi de les interpréter, c'est violer l'ordre des recherches physiques. En physique, comme en mathématiques, nous possédons un double instrument d'appréhension du réel, la « méthode analytique » et la « méthode synthétique ». En mathématiques, la méthode d'analyse est celle qui part des faits, c'est-à-dire du donné géométrique, pour retrouver sous

1. V. *Phil. Trans.*, 15 juill. 1672, n. 85. « Liceat mihi hac occasione tibi significare nequaquam censere me efficacem eam esse determinandæ veritatis rationem quà diversi examinantur modi, quibus phænomena explicari possunt, nisi ubi perfecta fuerit omnium istorum modorum enumeratio. Nosti genuinam proprietates rerum investigandi methodum esse qua illæ ab experimentis deducuntur. Ac jam ante tibi dixeram Theoriam a me propositam evictam mihi fuisse, non quidem inferendo rem ita se habere, quia haud se habeat aliter, videlicet non eam deducendo duntaxat a contrariorum suppositionum confutatione, sed ipsam ab experimentis *positive et directe* concludentibus derivando. Vera itaque ratio eam examinandi haec erit, si consideremus scilicet num experimenta a me proposita illas Theoriæ partes, quibus accommodantur, revera probent ».

2. Cf. *Quæst. Optic.*, XXXI, sub fin.

3. *Ibid.* « Hypotheses, in Philosophia quæ circa experimenta versatur, pro nihilo sunt habenda. »

ce donné des propriétés générales définies une fois pour toutes, susceptibles de se vérifier dans les cas particuliers. Dans les sciences physiques, l'analyse expérimentale part également des faits tels qu'ils sont donnés, et ne peut contenir d'autre vérité que celle qui appartient à ces faits. Elle décompose les phénomènes observés en phénomènes élémentaires, et de la loi du fait élémentaire elle permet de remonter à celle du fait donné. Mais, dans les matières de calcul comme dans les matières d'expérience, il est de l'essence des problèmes que la méthode analytique s'applique la première [1]. Les constructions que la synthèse pourra fournir seront sans doute rigoureuses, solides, élégantes. Mais la part de vérité qu'elles peuvent enfermer sera celle que l'analyse y a mise. Il serait absurde et contraire au but même de la science d'imaginer des synthèses abstraites pour l'explication de phénomènes réels.

C'est pourtant la faute que commettent les partisans dogmatiques des hypothèses. Quand ils opposent aux théorèmes de fait qui constituent l'*Optique* de Newton des théorèmes hypothétiques, fondés sur des données arbitraires, ils cherchent à détruire par voie synthétique les résultats établis au moyen de l'analyse. Ils font en somme servir la synthèse à un usage exactement contraire à celui pour lequel elle est faite. D'un auxiliaire de l'induction ils font de parti pris un adversaire irréconciliable. Il est trop évident, comme le dit Newton, que si l'on ne veut limiter à rien le droit d'hypothèse, il ne restera plus dans la science aucune vérité qui demeure solide [2]. Quelle que soit l'ingéniosité d'une explication, il sera toujours possible à un esprit subtil d'imaginer une hypothèse qui la mette en défaut, et si le physicien condescend à modifier la théorie que lui ont inspirée les faits pour la mettre d'accord avec ces

1. *Ibid.* « Quemadmodum in Mathematica, ita etiam in Physica, investigatio rerum difficilium ea methodo, quæ vocatur analytica, semper antecedere debet eam quæ appellatur synthetica. Methodus analytica est, experimenta capere, phænomena observare, indeque conclusiones generales inductione inferre, nec ex adverso ullas objectiones admittere, nisi quæ vel ab experimentis, vel ab aliis certis veritatibus desumantur. »

2. Cf. *Réponse à Pardies*, Phil., Trans., 1672, p. 5014. « Si quis ex sola hypothesium *possibilitate* de veritate rerum conjecturam faciat, non video quo pacto quicquam certi in ulla scientia determinari possit ; si quidem alias atque alias hypotheses semper licet excogitare quæ novas difficultates suppeditare videbuntur. Quamobrem ab Hypothesium contemplatione, tanquam improprio argumento, hic abstinendum esse censui. »

fictions, sa tâche ne finira jamais. Toujours des hypothèses nouvelles surgiront qui montreront la *possibilité* d'une erreur.

La sauvegarde du savant réside dans ce fait que la possibilité d'une erreur ne doit pas l'effrayer. Ce qui peut légitimement le préoccuper, c'est la question de savoir si une erreur a *réellement* été commise. Cette question est en dehors du domaine de l'hypothèse et de la fantaisie. C'est l'étude patiente des faits qui seule pourra la décider. Si les observations ultérieures viennent à l'appui des lois analytiques que nous avons émises, elles seront la meilleure preuve que dans notre théorie, malgré les imperfections inévitables, se trouve quelque chose de conforme à la nature. Si au contraire la loi provisoire se trouve démentie à l'épreuve, les suppositions seront superflues pour en démontrer le néant : son insuffisance pratique suffit à la faire condamner.

Ou voit qu'il y a chez Newton une idée entièrement contraire à celle qu'on rencontre chez Descartes. La certitude physique est pour Descartes identique à la certitude mathématique. Ceci veut dire que le contraire du vrai est inconcevable, que nous ne pouvons pas plus révoquer en doute l'axiome physique que l'axiome mathématique. De là le soin que prend Descartes à mettre ses déductions physiques à l'abri des objections même les plus hasardeuses, comme par exemple celle d'un « malin génie ». Il suffirait que cette hypothèse, pourtant bien vague et bien artificielle, permît de soupçonner une loi d'erreur, pour que la loi dût immédiatement être rejetée au rang des vraisemblances et des chimères. Newton n'eût accepté en aucune façon qu'on imposât à la physique un contrôle aussi factice. Instruit par les polémiques qu'il avait soutenues et par le parti pris de ses adversaires, il avait compris que pas une vérité physique n'est telle que le contraire en soit *impossible*. Aussi bien une objection qui montre seulement que notre théorie peut être en défaut n'est pas une objection dont on doive tenir compte. Un pareil procédé de critique ne laisserait debout que la science mathématique. L'hypothèse, par cela même qu'elle est théoriquement toujours concevable, donne l'illusion d'être pratiquement acceptable. Si l'on va au fond des choses, il n'en est rien. Opposer aux faits que la nature enseigne des conceptions que rien ne soutient, c'est oublier que l'effort de l'esprit doit

tendre à se conformer aux faits et non à plier la réalité aux chimères que nous imaginons. Voilà pourquoi nulle hypothèse ne peut être opposée *a priori*, comme une fin de non-recevoir absolue, à une théorie expérimentale. L'hypothèse est un obstacle fictif, dont le savant expérimental a le droit de ne pas se soucier, tant qu'elle-même n'est pas modelée sur les faits.

Si l'hypothèse ne peut pas servir à faire la critique d'une théorie expérimentale, quel moyen avons-nous de tenter cette critique ? En déniant aux hypothèses factices le droit de faire contrepoids à l'expérience, ne risquons-nous pas d'ériger les résultats d'observation en dogmes expérimentaux ?

Il y a lieu de faire ici une distinction qui est mise en œuvre constamment par Newton. Entre les hypothèses, une classification est à faire, d'après l'ordre de complexité qu'elles présentent. Il y a des hypothèses qui sont simples, commodes, naturelles. Celles-là à chaque époque de la science sont en nombre relativement restreint. Ce sont celles qui correspondent sinon à la totalité des observations, du moins à des groupes de phénomènes suffisamment généraux. La théorie de l'émission, la théorie des ondulations, la théorie moléculaire de la matière reposent sur des hypothèses de ce genre. A côté de celles-ci il en est d'autres, qui sont à la fois plus compliquées et plus particulières. Elles proviennent de ce qu'on a tenté trop tôt d'appliquer les hypothèses générales à certains faits qui pour se plier à nos idées ont sollicité des conventions supplémentaires. Alors ces hypothèses se sont enrichies d'hypothèses accessoires, et ont fini par constituer un système qu'on ne peut plus modifier ni compléter. La théorie cartésienne de la matière subtile, des éléments sphériques, allongés, cannelés, repose sur un ensemble d'hypothèses de ce genre.

Lorsqu'une théorie physique nouvelle se présente à l'esprit, deux difficultés peuvent surgir. Ou bien cette théorie va à l'encontre des hypothèses compliquées et bizarres qui ont été créées pour des cas spéciaux, et alors le savant ne doit pas s'arrêter à cet obstacle ; la seule conclusion qu'il soit légitime de tirer est non pas que la théorie soit fausse, mais que les hypothèses adverses sont en défaut. Ou bien nous obtenons des résultats incompatibles avec les hypothèses générales et vagues qui forment à chaque moment le cadre de la science.

Dans ce cas l'objection est réelle, car si nous contredisons ces hypothèses, cela veut dire que nous contredisons en même temps l'ensemble de faits positifs dont ces hypothèses sont la représentation. Newton a eu affaire à cette difficulté lorsqu'il a constitué sa théorie de la lumière. Ses premières observations sur le spectre étaient contraires aux conceptions courantes touchant la nature de la lumière. Il ne pouvait *a priori* considérer ces conceptions comme non avenues, et ériger indépendamment d'elles une théorie originale, puisque les hypothèses traditionnelles sur la lumière, bien qu'elles n'eussent pas de valeur absolue, étaient un schématisme assez commode et s'étendaient à des faits assez nombreux pour qu'on ne pût les abandonner sans raison. Aussi Newton réfute-t-il avec soin, et une à une, les différentes hypothèses classiques de son temps. Tous les théorèmes de l'*Optique* qui précèdent l'*Experimentum Crucis* sont consacrés à faire voir que les hypothèses classiques ne rendent pas compte de certains faits. A cet égard, Newton fait grand cas de la critique des hypothèses. Il est essentiel, quand on découvre un domaine expérimental nouveau, de voir si ce domaine est régi par les mêmes lois que les autres. Mais une fois que par un *Experimentum Crucis* on est arrivé à se persuader de l'existence de causes nouvelles, on se trouve en possession d'une certitude de fait qu'aucune hypothèse ne peut plus ébranler. On pourra partir de cette certitude pour corriger les hypothèses admises, loin qu'il faille inventer des hypothèses nouvelles, nécessairement compliquées et factices, pour rétablir l'accord avec les idées courantes. Ainsi le physicien doit se préoccuper de savoir si les faits qu'il observe sont ou ne sont pas réductibles aux faits pour lesquels ont été créées les hypothèses générales de la science. Mais une fois cette question résolue, ce ne sont pas des hypothèses spéciales, presque toujours artificielles, qui doivent l'arrêter dans ses inductions. L'hypothèse peut servir de guide au savant pour lui indiquer dans quel sens chercher un *Experimentum Crucis*. Mais lorsque l'expérience a décidé en faveur de lois nouvelles, les hypothèses anciennes ne doivent pas revenir sous forme d'objections ou de réfutations.

Il résulte de ce qui précède qu'on se méprend trop souvent sur la portée véritable de l'empirisme de Newton. Lorsqu'on

prend texte de la formule des *Principes* : « hypotheses non fingo », pour faire de Newton un adversaire *a priori* de l'hypothèse, on commet une erreur historique. Ce ne sont pas les hypothèses en général, ce sont les hypothèses *fictives* que bannit Newton, et par ce mot il faut entendre les hypothèses qui sont inventées arbitrairement pour faire pièce à une théorie expérimentale. C'est donc l'usage de l'hypothèse comme instrument de critique, plutôt que son utilité en général que Newton nie absolument. L'hypothèse peut être légitime à certains égards, mais elle est certainement illégitime comme moyen de polémique, comme fin de non-recevoir opposée sans preuve à des affirmations raisonnées. La formule « hypotheses non fingo » ne traduit en somme que la déconvenue éprouvée par son auteur dans l'exposé de ses recherches. Là où il espérait que le récit de ses expériences entraînerait l'adhésion immédiate du monde savant, Newton s'était heurté au mauvais vouloir des dogmatiques entêtés d'hypothèses. C'est à ceux que sa formule s'adresse et c'est aux hypothèses dogmatiques qu'il en veut. Mais à côté du rôle dogmatique, l'hypothèse ne peut-elle pas jouer un rôle suggestif? S'il est dangereux de l'opposer aux faits, n'est-il pas possible de l'utiliser dans la coordination des faits? C'est la question qu'il nous reste à résoudre si nous voulons pénétrer au cœur de la conception newtonienne de l'hypothèse.

De même que Newton n'accepte pas qu'on lui oppose les hypothèses des autres, il se refuse à présenter sa théorie comme une hypothèse analogue aux autres, comme une réfutation dogmatique d'autres dogmatismes. « Je préférerais, écrit-il, à Pardies [1], si je n'avais pas des raisons démonstratives de le croire vrai, répudier mon système comme vain et futile que le défendre comme une *hypothèse* qui soit mienne. » Il y a pourtant dans l'œuvre de Newton une partie essentielle qui n'est faite que d'hypothèses. Nous voulons parler de l'appendice fragmentaire qui termine l'*Optique* et qui est intitulé « Quæstiones ». Déjà souvent nous avons eu l'occasion de faire allusion à ce passage, dont la forme est complètement différente tant de la forme des *Principes* que de celle du reste de l'*Optique*. Ces questions affectent régulièrement la forme dubitative : « Est-il

1. V. *Phil. Trans.*, Resp. ad Pardies. 1672.

vrai que les corps agissent sur la lumière à un certain intervalle, et par cette action arrivent à infléchir les rayons d'autant plus fortement que la distance est moindre ? Est-il vrai que les corps qui diffèrent de réfrangibilité, diffèrent également de réflexibilité ? Est-il vrai que les rayons de lumière en passant près des extrémités d'un corps y subissent des inflexions alternatives, en se mouvant d'une manière sinueuse à l'instar d'une anguille ? Est-il vrai que les corps noirs s'échauffent davantage sous l'action de la lumière que les corps colorés ? etc., etc. » Mais si l'on approfondit l'étude de ces questions, on voit qu'elles représentent pour Newton bien autre chose que des « doutes » élevés sur certains points de la physique. D'abord elles tiennent dans l'ensemble de l'ouvrage une place assez notable, le cinquième environ [1], et cette place est allée en augmentant d'une édition de l'*Optique* à l'autre. La première édition anglaise ne contient que les questions 1 à 7, une partie des questions 8, 9, 10, 11, les questions 12 à 15 et le commencement de la question 16. Dans l'édition de 1706 on trouve en plus la fin des questions 8, 10 et 11, et les questions 25 à 31. Enfin en 1717 nous avons pour la première fois les questions 17 à 24 et la dernière partie de 31. Ceci semble indiquer que Newton attachait à ces « questions » une importance croissante, et en fait, même pour le lecteur moderne, elles constituent sans aucun doute la partie la plus suggestive de la physique newtonienne. Et pourtant il est aisé de s'apercevoir que chacune de ces questions n'est que la forme dissimulée d'une hypothèse. Newton a fait rentrer dans le supplément de l'*Optique* tout ce qui n'était pas assez démontré à ses yeux pour faire corps avec le reste de l'ouvrage. Il déclare lui-même qu'il range sous ces questions tous les problèmes qu'il n'a pas eu le temps matériel d'élucider par l'expérience [2]. Nous allons donc trouver dans l'œuvre de Newton toute une série d'hypothèses, et il faut expliquer comment ces hypothèses sont compatibles avec l'aversion de Newton pour tout ce qui n'est pas expérimentalement démontré.

L'hypothèse peut s'employer de deux manières différentes.

1. Exactement 60 p. sur 330 dans l'édition latine in-4°.
2. V. Ed. Clarke, p. 270-271.

On peut d'abord s'en servir comme d'une donnée dogmatique, apte non seulement à représenter les faits, mais même à déterminer ce qu'ils doivent être. C'est l'emploi abusif de l'hypothèse contre lequel Newton s'élève énergiquement. Mais l'hypothèse est susceptible aussi d'être adaptée à un rôle plus modeste. Elle peut s'accommoder à l'explication des faits, servir de schéma propre à introduire l'ordre dans nos recherches. A ce point de vue elle est admissible et Newton en reconnait la valeur [1].

Il existe donc de bonnes et de mauvaises hypothèses La distinction entre ces deux classes n'est pas fondée sur des différences de nature, mais sur des différences d'interprétation. Une hypothèse est toujours mauvaise lorsqu'elle se présente sous forme d'objection à des faits positivement acquis. Une hypothèse peut être bonne lorsqu'elle est seulement suggestive, c'est-à-dire lorsqu'elle se contente de proposer une explication des faits. Dans une science expérimentale suffisamment développée, les premières hypothèses doivent disparaître entièrement. Leur utilité pratique est nulle et en laissant survivre certaines théories aux faits pour lesquels elles ont été inventées, on crée une source de confusion et d'erreur. Au lieu de cela, les hypothèses suggestives gardent leur importance dans toute science quelle qu'elle soit. Nous avons beau supposer notre connaissance des faits aussi précise et aussi complète qu'on voudra, il restera toujours à introduire parmi ces faits un ordre systématique qui rende compte de mieux en mieux de leurs rapports. Cet ordre ne peut commencer par être démonstrativement établi. Il y a toujours une période de doute où les analogies sont assez puissantes pour suggérer la conception d'une loi sans que les vérifications soient assez complètes pour permettre d'affirmer entièrement la loi. Cette période est celle où l'hypothèse peut servir de fil directeur.

Prenons l'exemple de l'optique newtonienne. Cette science, comme toute science qui se développe, comporte à chaque instant une part d'acquis et une part de provisoire. L'acquis, ce sont les théorèmes certains, que Newton a établis dans le

1. Cf. *Rép. à Pardies*, Phil. Trans., 1672, p. 5014. « Nam hypotheses ad explicandas rerum proprietates tantum accommodari debent, et non ad determinandas usurpari, nisi quatenus experimenta subministrare possunt ».

premier livre de l'*Optique*, d'abord par la répétition d'expériences concordantes, ensuite par l'emploi du raisonnement mathématique. Mais quel que soit l'état de développement d'une science, et à plus forte raison dans l'état d'enfance où se trouvait l'optique du temps de Newton, il existe une part de matériaux non différenciés dans lesquels les théorèmes acquis se retrouvent partiellement, en même temps qu'on y pressent l'existence de théorèmes nouveaux. C'est là que l'hypothèse peut rendre des services, comme préparation des démonstrations à naître. Dans une matière où rien n'est encore certain, elle sollicite l'esprit vers une direction plutôt que vers une autre, prête d'ailleurs à disparaître le jour où la certitude expérimentale sera venu fixer définitivement nos recherches.

On le voit, la haine de Newton contre les hypothèses n'est pas aussi absolue qu'on se plaît à le dire sur la foi des déclarations contenues dans les *Principes*. Ces déclarations s'appliquent exclusivement aux hypothèses dogmatiques et aux hypothèses polémiques. Celles-là en effet apportent à la science plus d'entrave que de secours. Mais les hypothèses purement suggestives, ou comme nous disons aujourd'hui, *heuristiques*, ne sont nullement rejetées par Newton. Bien au contraire, les *Quæstiones opticæ* sont un assemblage d'hypothèses de ce genre, et on en retrouve d'analogues dans beaucoup des opuscules de Newton.

Pour qu'une hypothèse soit admissible en physique, il faut qu'elle satisfasse à un certain nombre de conditions que Newton a clairement exprimées. D'abord, et c'est peut-être là le point le plus important, l'hypothèse doit venir après l'expérience et ne peut jamais la précéder. Si l'on adopte la conception de Descartes, on est amené à faire de l'hypothèse le juge de l'expérience elle-même. Le cartésianisme prend le terme *hypothèse* au sens où le prennent les mathématiciens, c'est-à-dire qu'il en fait l'équivalent de l'*énoncé* d'un problème abstrait. Faire une hypothèse, cela ne peut avoir de sens pour un philosophe *a priori* comme Descartes, que si cela signifie se donner les conditions d'un problème physique, et voir comment les théorèmes généraux s'appliquent au cas proposé. Voilà pourquoi, bien que Descartes exclue en apparence toute supposition, nous trouvons aujourd'hui des hypothèses sous un grand

nombre de ses démonstrations. C'est que les lois qui semblaient incontestables à Descartes, parce qu'il les confrontait avec la métaphysique, nous semblent douteuses, parce que nous les confrontons avec l'expérience. L'hypothèse est dissimulée chez lui sous l'apparence déductive des propositions, alors qu'elle ressort immédiatement sitôt qu'on cherche à les contrôler par les faits.

C'est pour éviter cette fausse certitude des hypothèses *a priori*, qu'à partir de Newton la physique a toujours établi les faits avant de leur appliquer une supposition quelle qu'elle soit. Newton insiste très vivement[1] sur la nécessité où le physicien se trouve de procéder d'abord à des expériences exactes *indépendamment* de toute hypothèse. C'est justement le trait caractéristique d'une physique positive de rechercher les hypothèses pour représenter les faits et non les faits pour confirmer les hypothèses. « Il faut commencer par établir les propriétés de la lumière par des expériences du genre des précédentes. C'est seulement lorsque nous avons démontré en fait l'indépendance des rayons dont elle se compose que nous pouvons décider entre les hypothèses et rejeter celles qui ne peuvent se concilier avec les faits[2]. » Nous sommes souvent obligés de faire des expériences « pour voir », mais jamais nous ne devons faire d'hypothèse au hasard. Le champ des hypothèses est illimité, et la puissance de l'imagination assez grande pour conduire aux suppositions les plus arbitraires. S'il suffisait, pour qu'une hypothèse nous semblât valable, qu'elle pût donner lieu à une déduction cohérente, nous serions obligés d'admettre dans la science les hypothèses les plus surannées. Aucune d'elles n'est à proprement parler illogique, aucune n'est telle qu'un léger changement n'arrive à la faire cadrer avec les faits. Mais la valeur d'une hypothèse ne doit pas se juger de la sorte. On va contre le but de la science si l'on part d'une hypothèse factice, qu'on modifie jusqu'à ce qu'elle se trouve d'accord avec les faits. L'hypothèse n'a d'utilité scientifique que si elle est suggérée par l'examen de la réalité. A mesure que cet

1 V. en particulier *Resp. ad Pardies*. Phil. Trans., 1672.

2. *Ibid.* « Postquam proprietates lucis his et similibus experimentis satis exploratæ fuerint, Hypotheses exinde dijudicandæ sunt, et quæ non possunt conciliari, rejiciendæ ».

examen sera plus minutieux, plus approfondi, il donnera lieu à des hypothèses plus durables.

En second lieu, il faut qu'une hypothèse soit purement formelle, et ne porte jamais sur la réalité intime des phénomènes. En effet il y a deux façons de concevoir le rôle de l'hypothèse. Ou bien l'on pense que l'hypothèse doit apparaître là où la science finit, c'est-à-dire qu'elle fournit le supplément d'information dont l'esprit est avide, même quand la science est achevée. Telle a été la conception de l'Ecole, telle est encore celle de Leibniz. Alors l'hypothèse est une tentative de démêler le *pourquoi* des phénomènes. Tandis que la science n'offre qu'un résumé des qualités apparentes des corps, l'hypothèse fait connaître leur essence, leur structure intime. C'est ainsi que l'hypothèse atomistique nous renseigne sur la réalité dernière, ou que la théorie des qualités occultes nous apprend ce qui se trouve derrière les phénomènes. A cette conception réaliste de l'hypothèse Newton oppose une conception nouvelle, dans laquelle l'hypothèse joue un rôle plus modeste. Les suppositions auxquelles la science conduit ne sont qu'un prolongement de cette science; elles n'apprennent pas plus que celle-ci et ne donnent aucune prise sur l'essence des choses. Une hypothèse, de même qu'une théorie, est une manière de se représenter le *comment*, la forme des phénomènes, sans prétendre pénétrer dans leur mécanisme intime. Ce qui fait l'importance d'une bonne hypothèse, ce ne sont pas les ouvertures qu'elle donne sur des horizons qui resteraient cachés, c'est la forme commode, parce que schématique, dont elle revêt les phénomènes visibles. Aussi la caractéristique d'une hypothèse scientifique est-elle la même que celle d'une loi positive. Toutes deux permettent de condenser dans une formule mathématique des faits en apparence épars. Seulement la formule algébrique prend le nom de loi lorsqu'elle est vérifiée par toutes les expériences, elle demeure hypothèse tant qu'il lui manque la consécration empirique.

Voilà pourquoi l'hypothèse physique est importante par sa forme plutôt que par son contenu. Peu nous importe par exemple que les hypothèses dont se sert l'optique reposent sur la propagation d'ondes matérielles, d'ondes éthérées, voire d'ondes de « mouvement » purement idéales. Ce qui est essentiel pour la

science optique, c'est que la lumière se propage par ondes, quel que soit le mécanisme de cette propagation. Ceci veut dire que l'émanation réelle qui provient des sources lumineuses ne nous intéresse pas par sa nature, mais seulement par les lois de sa diffusion. Il nous suffit de savoir que « quelque chose » (non nihil) se propage en ligne droite pour que les hypothèses optiques aient leur raison d'être. C'est là un point que, malgré leur ignorance mathématique, les atomistes Epicuriens avaient fort bien compris. On sait l'indifférence avec laquelle Lucrèce envisage la vérité des hypothèses, pourvu que ces hypothèses répondent formellement aux faits. Il peut se faire que plusieurs hypothèses rendent compte également bien de la pesanteur, de la révolution du ciel, de la réflexion de la lumière. Il faut entendre par là que dans chacune de ces hypothèses la forme mathématique du phénomène est éclaircie. Cela suffit pour qu'il devienne indifférent de pénétrer dans le mécanisme réel. Nous pouvons même adopter simultanément plusieurs hypothèses qui sont différentes par leur nature intime, pourvu qu'elles se concilient dans leurs conséquences formelles. L'idée de Newton est voisine de celle-là. Il juge aussi qu'une hypothèse n'apprend rien de plus sur la métaphysique de la nature qu'une loi positive. Mais c'est justement là la force et la raison d'être des hypothèses.

Il devient possible dès lors de se représenter d'une manière arbitraire le mécanisme des faits, pourvu qu'on aboutisse toujours aux mêmes formules[1]. Grâce au caractère mathématique de sa doctrine, Newton est en état de donner un sens précis aux allégations dédaigneuses de Lucrèce, pour qui toutes les hypothèses s'équivalent dès qu'elles conduisent aux mêmes apparences. Toutes les hypothèses, dira Newton, sont en effet équivalentes, lorsqu'elles conduisent à des équations identiques. L'interprétation de ces équations peut varier d'un système à l'autre. Les mêmes lettres désignent pour les uns la vitesse

1. Cf. *Newtoni Responsi ad object. aliq.*, 1672, Phil. Trans., n. 88. « Sciebam illas, quas palam faciebam, lucis proprietates aliquatenus explicari posse, non solum hac, sed pluribus aliis mechanicis hypothesibus : et ideo eas omnes vitare decrevi, et de luce loquens uti verbis generalibus, eam abstracte considerans, ut non nihil, quod ex lucidis corporibus quoquoversum per rectas lineas propagatur, non determinans quid id esset, an confusa dissimilium potestatum mixtura, an ens quodcumque ».

d'atomes en mouvement, pour les autres la variation des pressions dont le milieu physique est le siège. Dans les deux cas, la valeur scientifique de l'hypothèse demeure la même. Cette valeur réside exclusivement dans le symbolisme mathématique qui l'accompagne. C'est un travail entièrement vain, et d'ailleurs bien facile, que d'accommoder dans tous ses détails l'hypothèse à la doctrine [1]. Il est des esprits que la théorie atomistique ne peut satisfaire s'ils ne voient pas dans le choc des particules la raison effective de tous les phénomènes. D'autres rejettent l'optique newtonienne parce qu'elle passe sous silence le mécanisme réel dont la production des couleurs est le terme. Les uns et les autres demandent à l'hypothèse plus que ce qu'elle doit légitimement fournir. Ils oublient qu'une fois connue la forme mathématique d'un phénomène, il n'est pour ainsi dire pas de théorie qui ne puisse s'y accommoder.

Ainsi Newton a démontré que les différents rayons de la lumière se distinguent par une propriété mathématique, l'inégale réfrangibilité dont ils jouissent. Cette propriété peut s'expliquer aussi bien dans l'hypothèse de Newton que dans celle de Hooke ou de Descartes [2]. Si l'on se range à la doctrine de Descartes, il faudra dire que les globules dont la lumière se compose sont inégaux, ou que les pressions des globules sont plus fortes les unes que les autres : de là vient la différence des réfrangibilités qui donne lieu à la différence des couleurs. Si l'on s'en tient à l'hypothèse de Hooke, il faudra dire que les ondulations de l'éther sont plus intenses les unes que les autres. Et de même pour les autres théories. C'est la condition natu-

1. V. *Resp. ad Pardies*, Phil. Trans. « Levissimi negotii est accommodare Hypotheses ad doctrinam ».

2. V. Phil. Trans. *Resp. ad Pardies*. « Nam si quis Hypothesim Cartesianam defendere velit, dicendum est globulos esse inæquales, vel pressiones globulorum esse alias aliis fortiores et inde diversimode refrangibiles et aptas ad excitandam sensationem diversorum colorum. Et sin juxta hypothesim Cl. Hookii dicendum est, undulationes Ætheris esse alias majores sive crassiores aliis. Atque ita in cæteris. Hæc enim videtur esse summa necessaria lex et conditio hypothesium, in quibus naturalia corpora ponuntur constare ex quamplurimis corpusculis acervatim contextis, ut a diversis lucentium corpusculis, vel ejusdem corpusculi diversis partibus (prout motu, figura, mole, aut aliis qualitatibus inter se differunt), inæquales pressiones, motiones, aut mota corpuscula per æthera, quaquaversus trajiciantur, ex quibus confuse mixtis lux constitui supponetur. Et nihil durius esse potest in istis hypothesibus, quam contraria suppositio ».

celle des hypothèses qui admettent l'existence des molécules ou de l'éther, d'être contraintes, pour retrouver les lois de la dispersion, d'attribuer à l'éther ou aux molécules des propriétés convenablement choisies. De sorte qu'il devient inutile de rechercher dans l'hypothèse une explication complète fondée sur un mécanisme particulier. Une fois que l'hypothèse nous a conduits à la loi, ou à l'équation générale d'où dépendent les faits, son rôle scientifique est achevé. Cette équation pourra s'interpréter dans des sens physiques différents selon les variations de l'imagination individuelle. Mais en changeant dans le fond, elle restera formellement la même, et la forme, la forme mathématique surtout, est la seule chose dont la physique fasse état.

Sur ce point les idées de Newton sont singulièrement voisines de celles qu'on retrouve dans la physique moderne. Il suffit de se reporter à l'importante préface de M. Poincaré à ses *Leçons de Thermodynamique*[1] pour voir le développement qu'a reçue chez ce savant la tendance qui est encore latente chez Newton. Une fois que les équations d'un phénomène sont établies, il est possible, d'après l'illustre géomètre, si ces équations sont d'une certaine forme, de les retrouver par une infinité de voies, par conséquent de les faire reposer sur une infinité d'hypothèses distinctes. Mais ce que ces hypothèses ont de vrai physiquement n'est pas distinct pour cela. Sous la variété des suppositions fondamentales se retrouve la même forme et la même allure des phénomènes. Cela suffit pour qu'il nous soit permis de dire que toutes ces hypothèses sont équivalentes, et au point de vue mathématique n'en forment qu'une.

Arrivés à ce point, nous pouvons nous persuader que l'hypothèse joue dans la science newtonienne un rôle semblable à celui de la définition. Nous avons insisté sur l'importance que prennent dans une physique comme celle de Newton les définitions fondamentales. Ce que nous avons négligé de dire, c'est que toute définition commence par être une hypothèse. Les propriétés simples de la matière, son inertie, sa pesanteur, son impénétrabilité, nous frappent aujourd'hui par leur netteté, parce qu'une longue éducation mathématique nous a habitués

1. V. H. Poincaré. *Leçons de Thermodynamique*, chez Carré, 1892.

à considérer séparément, dans les équations qui représentent les mouvements les plus simples, les termes qui correspondent à l'inertie, ceux qui correspondent à la pesanteur, ceux qui proviennent des autres forces appliquées. Mais il est certain que dès le début ces distinctions mathématiques ne peuvent être admises dans des faits que nos sens nous font connaître en gros et que l'expérimentation n'a pas encore analysés. C'est seulement du jour où par les travaux de Galilée, de Descartes, de Newton lui-même, nous avons pu dégager nettement l'idée des « propriétés » de la matière, propriétés distinctes et mesurables, que nous avons pu, par des définitions précises, résumer le résultat de nos expériences et préparer l'application du calcul. Auparavant, toute définition des qualités eût été vaine et hypothétique.

Ce qui s'est passé dans le cas relativement simple de la mécanique, se vérifie plus exactement encore dans le domaine des sciences physiques. Ici, même à l'époque de Newton et l'on peut dire même de nos jours, il n'y a qu'un petit nombre de définitions acquises. Celles de la température, de la pression, la définition moderne du potentiel électrique peuvent servir d'exemples. Si l'on réfléchit à la manière dont ces définitions se sont introduites dans la science, on voit que chacune d'elles a passé par une phase où elle était purement hypothétique. L'existence d'une fonction, dite *température*, qui caractérise l'état thermique d'un corps, est une supposition qu'on n'a pu accepter qu'après multiples vérifications. Le *potentiel dynamique*, le *potentiel électrostatique*, sont eux aussi des fonctions commodes, dont l'utilité mathématique est incontestable, mais dont la signification physique a été longtemps douteuse. Nous savons même que ces notions n'ont par leur place dans *tous* les problèmes et qu'on peut concevoir des phénomènes où leur définition serait dépourvue de sens.

Quelle est la raison qui a fait passer peu à peu de véritables hypothèses au rang de définitions scientifiques ? C'est sans conteste une raison d'utilité appuyée sur un besoin de précision. C'est parce qu'il a été utile au point de vue mathématique de posséder des définitions élémentaires qu'on a peu à peu dégagé ces définitions de l'analyse des expériences simples. Pour se borner à l'exemple qui a été développé par Newton,

l'*hypothèse* de l'hétérogénéité de la lumière naturelle a fini par se transformer, dans la physique moderne, en une *définition* de la lumière naturelle. Le caractère mathématique plus simple des lumières monochromatiques les a fait considérer comme les éléments constitutifs de la lumière blanche. C'est là un fait général, dont Newton s'est parfaitement rendu compte. Lorsqu'il proclame que la physique doit toujours *commencer* par être purement empirique, qu'elle doit admettre les hypothèses seulement après avoir atteint un certain degré de perfectionnement[1], il veut bien dire ce que disent les modernes : l'hypothèse, sous sa forme grossière, doit venir après la science expérimentale. Lorsqu'elle a reçu de cette dernière la précision et l'objectivité, elle se transforme en une définition et prépare la physique mathématique.

Il est curieux de rechercher ce que la science moderne a gardé de la conception newtonienne de l'hypothèse. Il est certain d'abord qu'elle a entièrement confirmé les idées de Newton sur ce qui regarde l'usage *qu'il ne faut pas faire* de l'hypothèse. Depuis Newton, la science n'admet plus qu'une simple hypothèse puisse servir d'instrument de critique. On ne peut réfuter une théorie expérimentale que par des expériences ou par le calcul. A ce point de vue il n'y a pas de différence entre la critique scientifique moderne et la critique scientifique telle que la concevait Newton[2].

Il faut pourtant faire à ce sujet quelques réserves. Il est des axiomes expérimentaux dont il est difficile de dire qu'ils soient des hypothèses. Car par leur généralité, leur simplicité, leur fécondité, ils semblent avoir acquis définitivement rang dans la

1. V. *Resp. ad Pardies*, Phil. Trans., 1672, p. 5014. « Ut his respondeam, animadvertendum est quod doctrina illa quam de Refractione et Coloribus explicavi, in quibusdam lucis proprietatibus solummodo consistit, neglectis hypothesibus, per quas proprietates illæ explicari debent. Optimus enim et tutissimus philosophandi modus videtur, ut imprimis rerum proprietates diligenter inquiramus, et per experimenta stabiliamus, ac dein tardius contendamus ad hypotheses pro earum explicatione ».

2. V. *Phil. Trans.*, 15 juillet 1672, n. 85. « Omnes velim objectiones suspendi quæ ab hypothesibus desumuntur, allisve fontibus aliis quam his duobus : quibus nemper vel ostendetur experimentum ad determinanda hæc ζητήματα, probandasve ullas alias theoriæ meæ partes insufficientia, hallucinationes, defectusque in conclusionibus meis inde deductis indigitando, — vel alia producantur experimenta e diametro mihi opposita, si quæ talia occurrere videantur ».

science. De ce nombre sont le principe de la superposition des petits mouvements, le principe de la petitesse des effets des corps éloignés, le principe de symétrie, etc.[1]. Nous admettons difficilement que des principes de ce genre soient de pures hypothèses. C'est cependant, d'après M. Poincaré, ce qu'il faut se résigner à faire si l'on ne veut pas imposer à la science un dogmatisme intolérable. Ces hypothèses sont les plus utiles de toutes, parce qu'elles permettent la systématisation d'un nombre très grand d'expériences. Ce sont par conséquent les dernières auxquelles il faudra renoncer, mais ce ne sont pas pour cela des axiomes dont il soit sûr *a priori* qu'on ne les abandonnera jamais. Il est permis d'opposer ces axiomes aux hyopthèses nouvelles qui prétendraient s'introduire, mais comme un moyen de contrôle, non comme un critérium absolu. Il est certain que si une théorie va contre le principe de la conservation de l'énergie ou contre le principe de Carnot, nous serons à juste titre plus portés à modifier la théorie qu'à dénaturer des principes qui ont fait leur preuve dans la science. Mais ériger en règle absolue cette règle de prudence, serait retomber dans les errements qu'a si fort combattus Newton. Il n'y a pas de progrès scientifique possible si les hypothèses les plus enracinées peuvent s'opposer *a priori*, comme des fins de non-recevoir absolues, aux tentatives de rénovation. Les principes qui nous semblent les plus indiscutables ont commencé par être de simples hypothèses, et si ces hypothèses ont fini par nous donner l'illusion de la nécessité, c'est exclusivement par les services qu'elles ont rendus. Du jour où ces services diminuent, rien ne prouve que d'autres hypothèses, n'ayant d'abord pour elles qu'une faible vraisemblance, ne puissent s'introduire avec succès dans la science expérimentale. Tout dépend des progrès qu'elles feront accomplir et des expériences qu'elles permettront de coordonner. On peut dire que le relativisme scientifique, qui est si fort en honneur dans la physique moderne, n'a pas eu de promoteur plus actif que l'auteur de l'*Optique* et des *Principes*.

Mais ce que la science moderne doit sans conteste à Newton,

1. Cf. *H. Poincaré, Science et Hypothèse*, et l'article de la Revue Générale des Sciences intitulé : *la Physique expérimentale et la Physique mathématique*, 15 nov. 1900.

et à Newton seulement, c'est le sentiment de ce que doit être une théorie physique. En vain Descartes avait essayé de ramener l'ensemble des phénomènes naturels au maximum de coordination logique, en créant une théorie unique, chargée de tout expliquer. Précisément parce que cette théorie était une, elle s'est effondrée tout entière sitôt qu'une de ses parties a été ébranlée. La découverte de la gravitation universelle, en ruinant la théorie des tourbillons, a ruiné du même coup la méthode physique cartésienne.

Bacon, plus modeste que Descartes, avait renoncé au maximum de systématisme pour se rapprocher du maximum de vérité. Il avait prôné une méthode entièrement inductive, et avait cherché, sur des points particuliers, à remplir le cadre de cette méthode. Mais malgré son opposition radicale à l'esprit dogmatique et métaphysique, Bacon garde, aussi bien que Descartes, quelque chose de la science de l'Ecole. Ils aspirent tous deux à des explications dernières, et bien qu'ils les cherchent dans des voies différentes, ils ont tous deux la pensée que la science nous découvre la réalité telle qu'elle est.

On trouve très nettement chez Newton, sinon des déclarations, du moins des tendances contraires. Il est visible que la science newtonienne n'est pas un système d'*explications*, au sens où le prenaient Bacon et Descartes, mais un système de *représentations*, au sens où nous l'entendons aujourd'hui. Le but de la Philosophie Naturelle n'est pas de nous transporter à un degré de connaissance que ni les sens ni la raison ne peuvent directement atteindre. Elle ne peut nous faire connaître ni les « essences », ni les « natures simples », ni les « formes ». Le seul objet de la physique est de faire correspondre à la connaissance des sens un système de symboles abstraits, susceptibles d'en régulariser le progrès. Le savant n'a pas sur l'homme vulgaire la prérogative de comprendre plus et mieux. C'est là une chose tout aussi impossible en physique qu'en mathématiques. La véritable supériorité du savant, c'est qu'il possède un langage précis, fait de lois et de formules, grâce auquel ce qu'il comprend reçoit une forme commode et féconde. Une théorie physique est vraiment le prolongement de ce que le bon sens nous fait connaître. Elle commence nécessairement par des observations, se continue par des

hypothèses, et se termine par des définitions et des lois. La condition à laquelle elle est soumise est toujours la suivante : il faut qu'elle fournisse à nos conceptions un schéma aisément maniable, auquel de nouveaux calculs, de nouvelles expériences, pourront venir se rattacher. De la sorte, une théorie physique cesse d'être une explication intime des choses pour devenir un simple modèle auquel celles-ci viennent se conformer. Ce modèle n'a ni réalité, ni stabilité, ni vérité par soi-même. Il tire ces qualités des avantages qu'il fournit pour la prévision systématique des phénomènes. C'est en somme l'utilité effective qui décide en dernier ressort de la valeur des théories. Quoi qu'il en soit, et aussi longtemps qu'une théorie est en vigueur, il faut la considérer comme vraie dans la mesure où elle fournit des images simples et cohérentes des faits. Le rapport d'une théorie physique au réel qu'elle représente est le même que le rapport d'un nombre à la grandeur qu'il mesure. Il n'y a entre les uns et les autres qu'une relation de signe à chose signifiée. Dans les deux cas d'ailleurs le signe actuel est destiné à être remplacé par des signes plus précis, plus commodes, plus approchés. En mathématiques, ce progrès se fait par la substitution aux valeurs provisoires d'approximations de plus en plus complètes. En physique, l'évolution a lieu par la transformation graduelle des hypothèses en lois et des lois en lois plus exactes.

CHAPITRE IX

LES IDÉES MÉTAPHYSIQUES DE NEWTON

Il est extrêmement remarquable qu'à aucun moment Newton n'admette un recours de la science aux postulats de la métaphysique. Nous avons insisté à plus d'une reprise sur l'effort original de Newton pour fonder la science exclusivement sur l'expérience et sur le calcul. N'eût-il travaillé que pour cette idée, il mériterait d'être considéré comme un fondateur de la philosophie positive. Dans l'exposé de ses théories mathématiques, de ses théories physiques ou cosmiques, nous n'avons à aucun moment été arrêtés par la nécessité de justifier des axiomes par la métaphysique. On n'en pourrait dire autant de la physique cartésienne, ni de la physique de Leibniz, ni de celle de Malebranche. Newton a réalisé d'une manière complète l'idéal que feront revivre plus tard les adeptes d'une philosophie positive, savoir constituer la science sans faire appel à la croyance. Le souci qu'il a de n'admettre dans la science que les faits d'expérience et les résultats de calcul peut seul expliquer le caractère restrictif qu'a si souvent la méthode newtonienne. L'induction, l'hypothèse, sont entourées par lui de mille barrières à seule fin d'éviter l'immixtion arbitraire du surnaturel dans le domaine naturel. On pourrait donc s'attendre à ce que l'œuvre de Newton s'achève sans une métaphysique.

Il n'en est rien, et les raisons n'en sont pas difficiles à apercevoir. La plus importante de toutes, bien que la moins proprement philosophique, est l'esprit profondément religieux de Newton. Par sa famille et son éducation, Newton appartenait à un milieu où non seulement les idées religieuses avaient toujours été en honneur, mais encore où les questions théologiques, la dialectique et l'exégèse elle-même faisaient l'objet

de toutes les préoccupations. C'est à des influences de ce genre qu'il faut rapporter le goût précoce de Newton pour tout ce qui est exégèse biblique. Ce goût ne le quitta jamais, et lui inspira plus tard ses *Observations sur les prophéties de Daniel et sur l'Apocalypse,* exactement contemporaines de ses derniers travaux scientifiques. Newton appartenait d'instinct à cette famille de penseurs anglais, dont *Clarke*[1] devait être le représentant le plus connu, et qui fondait sur l'interprétation des Ecritures une théologie demi-naturaliste, demi-mystique, dont l'influence s'est fait sentir sur toute la philosophie anglaise du XVIIIe siècle[2].

Dans cette Ecole, les postulats métaphysiques et religieux ne furent jamais véritablement discutés. Ils formaient un ensemble de données premières, empruntées à la religion révélée, et dont l'authenticité ne pouvait être mise en doute. C'est ce qui ressort avec évidence de la lecture du traité de *Clarke*, où l'existence de Dieu n'est démontrée par aucun raisonnement rigoureux, mais où, sous couleur d'impartialité, on recourt constamment au bon sens, c'est-à-dire à la tradition, pour persuader le lecteur au lieu de le convaincre. Le véritable effort tenté par cette Ecole, et cela est vrai aussi bien de *Berkeley* que de *Clarke*, c'est la lutte contre l'athéisme. Cette lutte est entreprise tantôt au nom de l'idéalisme, tantôt au nom d'une sorte de mysticisme, mais dans tous les cas on admet *a priori* soit un sentiment naturel, soit une illumination de la conscience, qui équivaut à la révélation de l'absolu. C'est ainsi que dès le début de son *Traité sur l'Existence de Dieu*, Clarke soutient que l'athée lui-même, alors que sa raison lui montre que Dieu n'existe pas, doit désirer de tout son cœur qu'il existe tout de même, afin d'avoir dans la vie présente, comme aussi dans la vie future, la garantie d'un juge impeccable[3]. On le voit, la métaphysique et la théodicée sont admises par lui *a*

1. Cf. *Traité de l'Existence et des Attributs de Dieu, des Devoirs de la Religion Naturelle, et de la Vérité de la Religion Chrétienne*, par M. Clarke, docteur en théologie, 1705.

2. Ce qu'on appelle l'idéalisme anglais de cette époque se ressent d'une manière générale des influences théologiques auxquelles nous faisons allusion. Pour plus de détails, Cf. *L'Idéalisme en Angleterre*, par *G. Lyon*, Thèse, chez Félix Alcan, Paris 1888.

3. Cf. *Traité de l'Existence de Dieu*, éd. 1727, p. 8-9.

priori, sinon comme axiomes clairement énoncés, du moins comme tendance invincible.

Newton appartient exactement à la même disposition d'esprit. Pour lui aussi les vérités fondamentales de la métaphysique et de la religion sont au delà des atteintes du doute, ou du moins l'idée ne s'est jamais présentée à lui d'un doute s'élevant jusqu'à ces objets. A la différence d'un esprit comme Descartes, pour qui le doute méthodique s'étend d'abord à toutes choses, et ne se limite que par sa propre impuissance. Newton n'a jamais songé à soumettre à une critique méthodique les principes essentiels de la foi. Il y a même plus. Jamais Newton n'a songé à la possibilité d'une opposition entre les religions révélées et ce qu'on pourrait appeler la foi naturelle. Les croyances métaphysiques chez lui revêtent d'emblée la forme chrétienne. S'il s'écarte sur quelques points de la tradition authentique de l'Église, ce n'est pas par un rationalisme hardi qui s'offusque des obscurités. Les bizarreries que contient parfois sa doctrine sont elles-mêmes empruntées à une orthodoxie, au dogmatisme particulier reçu dans le milieu où il vivait. En d'autres termes, Newton, malgré son goût des choses théologiques, peut-être à cause de ce goût, est resté un croyant au sens le plus ordinaire du mot. La religion ne s'est jamais posée à lui comme un problème, mais comme un fait, et c'est parce que la religion implique toujours une part de métaphysique qu'il va être amené à compléter par la métaphysique l'ensemble de sa Philosophie Naturelle.

Si la métaphysique de Newton n'était que l'expression naïve de ses croyances et de son éducation, elle cesserait de nous intéresser. On pourrait alors ranger son auteur dans cette catégorie assez nombreuse d'esprits qui ont su diviser leur pensée en deux parts, pratiquant la méthode positive en matière de science et fidèles à l'autorité en matière de croyance. Mais Newton appartient à un temps où des distinctions si radicales n'étaient pas possibles. A peine libérée par Descartes des contraintes de la tradition, la pensée philosophique, chez Descartes lui-même, avait cherché à reconstruire un lien systématique entre le monde donné et l'absolu. A plus forte raison *Locke*, *Newton*, et tous les penseurs dont ils furent les maitres, sentaient-ils le besoin d'un lien de ce genre. Un sys-

tème scientifique, si parfait soit-il, ne donne pleine satisfaction à l'esprit que s'il ménage une transition facile à des intuitions d'ordre supérieur. Le soin même que prend Newton d'éliminer, au cours de la science, tout ce qui n'est pas positif, le laissera plus libre de rattacher la science dans son ensemble, par des liens qui cessent d'être positifs, à un ordre nouveau.

C'est un des traits essentiels de l'esprit cartésien de placer les vérités métaphysiques à la base de toutes les autres. Ce trait n'est pas particulier à Descartes, on le retrouve dans toutes les doctrines où l'on admet une certitude unique, absolue, certitude qu'il faut posséder d'abord sur les objets les plus simples avant d'en rechercher les conséquences dans les matières plus compliquées. Le platonisme commence par une métaphysique d'idées, l'épicurisme par une métaphysique d'atomes, le cartésianisme par une métaphysique du moi. Tous trois, malgré les différences profondes qui les séparent, ont cette tendance commune d'envisager la science comme un corollaire d'intuitions premières : toute connaissance particulière est réellement fondée sur la métaphysique, si l'on entend par là qu'à chaque moment de la science, la certitude est directement rattachée à quelques axiomes primitifs. Cette tendance est la tendance métaphysique par excellence. Elle attribue aux vérités métaphysiques une importance si grande qu'il est impossible de rien entreprendre sans elles. Les sciences particulières, même les plus modestes, manquent de méthode et de direction si elles ne prennent pas leur point de départ dans les résultats de la métaphysique. Celle-ci est à proprement parler la science unique, universelle. Les autres disciplines ne font qu'accroître le contenu de certaines idées dont la vérité nous est connue tout d'abord. Entre la métaphysique et les sciences positives il n'y a donc pas partage d'attributions. La métaphysique englobe dès le principe toutes les autres sciences, celles-ci se développent à côté d'elle, en se nourrissant d'elle.

On peut concevoir une autre attitude. Ce serait celle du positiviste parfait, qui se refuse à admettre aucun rapport entre les sciences et la métaphysique. Sur toute métaphysique possible, la science présente un avantage immense, c'est celui d'exister et de se subvenir à elle-même. Il est un fait que les métaphy-

siciens les plus obstinés ne peuvent contredire. Les sciences, en se contentant de la certitude qui leur est propre, vont plus vite et plus loin que les systèmes métaphysiques les plus certains. Pourquoi ne pas renoncer alors à toute connaissance transcendante, ou si l'on désire faire une concession à l'imagination et au cœur, pourquoi ne pas reléguer la métaphysique en dehors de la science dans une région où elle sera à la fois inattaquable et inoffensive ? Ce devait être l'idée du demi-positiviste que sera *Kant*, c'était déjà à l'époque de Newton l'idée de certains physiciens qui tendaient à une séparation complète de la physique et de la métaphysique. « Certains physiciens ont développé des hypothèses qui expliquent tous les phénomènes par des causes mécaniques, et ont rejeté dans la métaphysique la contemplation de toutes les autres causes[1]... » Il y a là une allusion certaine à *Bacon* et à ses imitateurs, c'est-à-dire à tous ceux qui établissaient un partage entre les causes finales et les causes efficientes, celles-ci revenant de droit à la science, les autres étant réservées à la croyance. La métaphysique, au lieu d'être comme chez Descartes intimement mêlée à la physique, est située en dehors d'elle. Des esprits plus hardis diront même qu'on peut s'en passer.

Newton ne pousse pas la hardiesse à ce point. S'il n'est pas métaphysicien à la manière de Descartes, il le demeure d'une manière qui lui est propre. Nous allons retrouver ici un des traits caractéristiques de la philosophie newtonienne, savoir l'esprit de continuité.

Il est impossible qu'il y ait séparation brutale entre le domaine naturel et le domaine transcendant, cela serait contraire à la loi de continuité. Il n'est pas moins impossible que le rapport entre ces deux domaines soit celui qu'a admis Descartes, un lien de dépendance *a priori* de la science par rapport à la métaphysique. La métaphysique n'est pas au cœur de la science, elle n'est pas non plus en dehors d'elle ; l'expression la plus correcte serait de dire qu'elle est *à la limite* de la science. Il faut entendre par là qu'on peut passer de la connaissance des faits positifs à une connaissance plus haute,

1. V. *Quæst. Opt.* XXVIII.

mais que ce passage ne peut jamais se réaliser *actuellement*. Il n'existe pas un raisonnement déterminé, une preuve particulière qui nous permette de franchir l'espace qui sépare un fait d'expérience, fût-il aussi clair que le *cogito*, d'une connaissance de l'absolu. A plus forte raison serait-il absurde de poser dès le début de la science une pareille connaissance de l'absolu, et de prétendre en tirer par la seule déduction les conclusions particulières à l'expérience donnée. Nous devons en toutes choses tenir compte avant tout des faits.

Or parmi les faits il en est un que nul savant ne songera à contester, c'est que la science, aussi loin qu'on suppose poussé le progrès continu dont elle est susceptible, laisse un domaine ouvert, ne donne jamais une explication dernière. Si une métaphysique demeure possible, c'est dans ce domaine qu'il faut la chercher. A la limite extrême du terrain actuellement conquis par la science, nous rencontrons des confins mal connus, où la connaissance des causes mécaniques n'a plus lieu. Peu importe que ces confins eux-mêmes reculent sans cesse devant nos efforts, nous rencontrons toujours, à la limite des explications dont nous sommes sûrs, quelque chose d'incertain qui réclame une explication métaphysique. En ce sens il est juste de dire que les causes secondes mènent nécessairement à la recherche d'une cause première.

L'erreur de Descartes, identique à l'erreur d'Aristote, a été de penser que cette cause première pouvait être connue d'un seul coup (*statim*). Ils ont cru qu'on pouvait une fois pour toutes établir les fondements métaphysiques de la science, et sur ces fondements construire comme sur le roc. La vérité est que les causes métaphysiques sont de celles dont on approche sans cesse sans arriver à les atteindre jamais[1]. Elles sont comme ces limites de quantités évanouissantes dont le calcul infinitésimal offre l'exemple et auxquelles on est nécessairement conduit sans que l'esprit puisse les saisir d'un regard. Plus nous avançons dans l'étude systématique des lois physiques, plus nous nous approchons de problèmes comme celui-

1. V. *Quæst. Opt.* XXVIII. « Utique si verus omnis factus in hac philosophia progressus non quidem *statim* nos ducit ad causæ primæ cognitionem et certe *propius propiusque* nos ad eam perpetuo adducit, eaque res permagni est æstimanda. »

ci : « Comment se fait-il que la nature ne fasse rien en vain ? A quelle fin ont été créées les comètes, etc. ?[1] » Ces problèmes se posent à nous avec une insistance d'autant plus grande que nous les avons plus négligés d'abord pour n'envisager que l'aspect mécanique des choses. « C'est l'office et le but de la philosophie naturelle, non seulement d'expliquer le mécanisme du monde, mais encore *et surtout* de s'élever par le raisonnement des effets aux causes, jusqu'à ce que nous arrivions à la cause première, qui sans aucun doute n'est pas mécanique[2]. »

Comme on le voit, Newton est placé très nettement au point de vue opposé de celui de Descartes. C'est en s'élevant des effets aux causes, et non en suivant la voie inverse, qu'il espère approcher de plus en plus de ce qu'il nomme la cause première. D'où sait-il que cette cause première existe ? Quelle est la notion qu'il s'en forme ? Nous avons déjà dit que sur ce point Newton ne discutait pas. Il acceptait sans hésitation l'existence d'un Dieu vaguement conçu. L'originalité de son système est d'avoir mis ce Dieu, non au début, mais à la fin de la philosophie. Il a libéré de la sorte la science positive de toute contrainte et de tout préjugé, en même temps qu'il ménageait un passage continu des derniers aperçus de la science aux premières aspirations du sentiment.

Ce passage est déjà indiqué dans les *Quæstiones opticæ*. Il y est fait allusion aussi dans le Scholie général des *Principes*. On sait avec quel soin Newton se défend en général d'affirmer quoi que ce soit sur la nature intime de l'éther. L'éther est un exemple de « bonne hypothèse », ce n'est pas autre chose, et un physicien scrupuleux ne peut même pas affirmer que l'éther lumineux soit identique à l'éther de la gravitation, ou celui-ci à l'éther magnétique. Mais il eût été surprenant que Newton gardât jusqu'au bout une semblable réserve. Là où il pouvait développer ses hypothèses sans risque de porter atteinte à la valeur démonstrative de ses ouvrages, il est naturel qu'il ait émis des vues plus hardies et plus dogmatiques.

Parmi ces vues, la plus intéressante sans contredit est celle

1. *Ibid.*
2. V. *Quæst. Opt.* XXVIII.

qui se retrouve en différents endroits des *Principes*[1], où Newton décrit sommairement une sorte de transformisme universel. L'éther, au lieu d'être considéré comme une simple hypothèse physique, devient alors l'agent de toutes les transformations de l'univers. Cette idée est inspirée à Newton par des analogies tirées de l'ordre chimique et biologique. « Les corps se transforment en lumière et la lumière en corps, ce qui est parfaitement conforme à l'ordre et à la méthode de la nature, qui semble pour ainsi dire se complaire à des métamorphoses de ce genre... ». « Les œufs se développent peu à peu à partir de corps si petits qu'ils sont invisibles ; ils finissent par se transformer en animaux ; les têtards en grenouilles, les vermisseaux en mouches. Tous les oiseaux, les bêtes, les poissons, les insectes, les arbres avec toutes leurs particularités, proviennent par transformation de l'eau et de teintures aqueuses ; après putréfaction, ils reviennent tous à l'état d'humeurs aqueuses[2] ». « On peut croire que les comètes peuvent par leurs exhalaisons et leurs vapeurs condensées suppléer et réparer sans cesse ce qui se consume d'humidité dans la végétation et la putréfaction, et ce qui s'en convertit en terre sèche dans ces opérations ; afin que par ces moyens les mers et l'humidité des planètes ne soient pas consumées. Car tous les végétaux croissent par le moyen de l'humidité ; et ensuite la plus grande partie s'en convertit par la putréfaction en terre sèche, puisqu'il tombe perpétuellement du limon au fond des liqueurs qui se corrompent. Ainsi la masse de la terre sèche doit augmenter sans cesse, et si les parties fluides ne recevaient pas de l'accroissement par quelque cause, elles devraient diminuer perpétuellement, et à la fin elles viendraient entièrement à manquer. Je soupçonne de plus que cet esprit qui est la plus petite partie de notre vie, la plus subtile *et en même temps la plus excellente*, puisqu'elle est nécessaire pour donner la vie à toutes choses, vient principalement des comètes.[3] » « Ce serait ici le lieu d'ajouter quelque chose sur cette espèce d'esprit très subtil qui pénètre à travers tous les corps solides, et qui est caché dans leur substance. C'est par les forces et

1. V. *Principes*, L. III, Prop. XLII, et Scholie Général.
2. V. *Quæst. Opt.* XXX.
3. V. *Principes*, L. III. Prop. XLII.

l'action de cet esprit que les particules des corps s'attirent mutuellement aux plus petites distances, et qu'elles cohèrent lorsqu'elles sont contiguës ; c'est par lui que les corps élastiques agissent à de plus grandes distances, tant pour attirer que pour repousser les corpuscules voisins ; et c'est encore par le moyen de cet esprit que la lumière émane, se réfléchit, s'infléchit, se réfracte, et échauffe les corps ; toutes les sensations sont excitées par les vibrations de cette substance spiritueuse, qui se propage des organes extérieurs du sens par les filets solides des nerfs jusqu'au cerveau, et ensuite du cerveau dans les muscles. Mais ces choses ne peuvent s'expliquer en peu de mots, et on n'a pas fait encore un nombre suffisant d'expériences pour pouvoir déterminer exactement la loi suivant laquelle agit cet *esprit universel*[1] ». Comme on le voit, Newton est très près d'un transformisme physico-biologique, où l'éther, considéré comme agent universel, jouerait le rôle principal. Cet éther ou esprit devient par là même une réalité plus substantielle que toutes les autres, et il suffira qu'on efface la nuance qui sépare cet esprit universel d'un esprit pensant, pour qu'on ouvre la porte à un panthéisme unissant la physique à la métaphysique.

Comment Newton arrive-t-il à introduire dans la philosophie naturelle l'idée d'un être intelligent présent par son action dans tout l'univers ? Il est évident d'abord, pour les raisons indiquées plus haut, que nous ne pouvons nous attendre à trouver chez Newton de preuve proprement dite de l'existence de Dieu. Newton ne s'est jamais proposé de faire une théorie de toutes pièces. Il cherche seulement à couronner sa physique par l'exposé de quelques inductions dont la théologie peut tirer profit.

On peut dire que l'expérience dans son ensemble nous enseigne l'existence de Dieu[2]. Ce n'est pas un fait particulier, une constatation si probante soit-elle, qui peut permettre d'affirmer cette existence. Sur ce point, les philosophes empiristes ont eu tort en fondant leur théologie sur les harmonies particulières de la nature. Il n'est pas une cause finale qui, à elle

1. V. *Principes*, Scholie Général.

2. V. *Opt. Quæst.* XXVIII «... ex phænomenis constat esse entem incorporeum, viventem, intelligentem... »

seule, suffise à démontrer l'existence de Dieu, car là où nous voyons une cause providentielle, une science plus complète verra la nécessité. Mais la véritable finalité, celle que nulle science ne fera disparaître, c'est celle que présente le monde dans son ensemble et qui rend possible la science elle-même. Mettons les choses au pis, c'est-à-dire admettons avec Newton l'explication mécanique la plus hardie de l'univers. Admettons ce mécanisme non seulement comme une hypothèse, mais comme la probabilité suprême de la science. Nous aboutirons à une doctrine voisine de l'atomisme épicurien, et quels que soient les progrès de la science, quelles que soient les transformations de la théorie atomistique, on peut dire que l'idée cinétique sera toujours à la base des systèmes mécanistes, rejetant les causes finales. Montrons que même alors la science repose sur un fait primitif qui suppose une cause intelligente.

Les atomes dont parle Epicure, les « particules primordiales » dont se servent les matérialistes, l'Ether ou les Ethers auxquels on a recours maintenant ont tous un trait commun : ils sont parfaitement stables, ou, pour employer le langage du xvii[e] siècle, ils sont éternels. On peut différer d'avis sur les attributs principaux à donner aux atomes, pesanteur, couleur, figure, impénétrabilité. On peut concevoir l'éther soit comme un fluide parfait, soit comme un solide parfait. Mais une fois choisies les propriétés dont doit jouir la matière fondamentale, il est convenu que ces propriétés resteront invariables au cours du temps. La propriété la plus obscure des atomes, celle qui a donné lieu au plus grand nombre de critiques, leur insécabilité, exprime de la manière la plus frappante ce fait que l'atome demeure toujours identique à lui-même, qu'il est *stable* par définition.

A quoi correspond en fait cette stabilité ? Elle est la traduction métaphysique d'une vérité expérimentale, savoir que la science est possible sous certaines hypothèses. Lorsque nous définissons l'atome comme un élément parfaitement dur, parfaitement élastique, insécable, nous nous laissons guider par certaines propriétés des corps tangibles que nous supposons formés d'atomes. D'où savons-nous que ces définitions, valables au moment où nous les avons posées, continuent de s'ap-

pliquer aux instants suivants ? D'où savons-nous surtout qu'elles s'appliquent dans tous les cas ? Avons-nous *a priori* la preuve que la structure des corps ne varie pas et qu'une explication physique une fois acquise demeure éternelle ? Nullement, c'est l'expérience seule qui peut nous instruire sur ce point. C'est un fait proprement imprévisible que la science supposée vraie une fois demeure vraie toujours, ou pour employer le langage des métaphysiciens, que les essences sont immuables. Ce fait, auquel nous ne pouvions nous attendre *a priori*, est confirmé par la totalité des expériences. La stabilité de la science et la stabilité de son objet sont constamment vérifiées dans de larges limites. Les hypothèses fondamentales de la science, celle de Descartes comme celle d'Epicure, reviennent toutes à une constatation identique : l'élément primitif de la matière est stable, inaltérable.

Mais alors la question se pose de savoir à quel prix une explication mécanique de l'univers est possible. S'il faut pour rendre compte des phénomènes physiques un certain nombre d'éléments mécaniques dont l'origine demeure inconnue, on doit se demander comment il se fait que ces éléments se *conservent* sans changement. Accordons aux systèmes qui veulent se passer de toute cause intelligente qu'on peut rendre compte de tout avec les seuls atomes. Encore faut-il savoir comment il se fait que tout soit explicable par les atomes. La constitution d'un corps particulier est un mystère que la physique peut sans doute expliquer. Mais ce qui échappe à toute physique, ce qui nécessite une explication métaphysique, c'est le mystère non moins surprenant de l'*explicabilité* de toutes choses par un petit nombre d'éléments invariables. En d'autres termes, si les atomes sont la substance de l'univers, d'où vient que les atomes se perpétuent sans altération. Si toute chose est soumise au changement et à la destruction, d'où vient que certaines choses soient stables au milieu de l'instabilité universelle ?

A cela Newton ne trouve d'autre réponse que l'existence d'un créateur intelligent. Il est à remarquer que Descartes s'était déjà heurté à une difficulté de ce genre et l'avait résolue d'une manière analogue. La doctrine de la « création continuée » est une réponse à la question que nous posions tout à l'heure :

comment se fait-il qu'avec un certain nombre de « natures » invariables, on puisse expliquer les objets les plus compliqués ? La sagesse de Dieu, la constance de ses desseins, l'invariabilité de ses décisions, l'action continue de son pouvoir, tels sont les motifs invoqués par Descartes. Newton n'en invoque pas d'autres. Pour lui aussi c'est Dieu et Dieu seul qui a pu imposer aux atomes une forme invariable, des propriétés invariables. L'existence de tout principe physique est une preuve indirecte de l'existence de Dieu. Car alors même que l'esprit humain arriverait à se passer de toute finalité et à réduire au mécanisme atomique l'ensemble des phénomènes connus, cette réduction même devrait être expliquée, la stabilité de la science devrait être déduite, et elle ne peut se déduire que d'une action intelligente. « Il me semble en fin de compte extrêmement vraisemblable, dit Newton, que, de toute façon, un Dieu très bon, très grand, a dû dès le début former la matière de telle sorte que les particules primordiales, d'où devait sortir toute nature corporelle, fussent solides, dures, impénétrables et mobiles, de telle grandeur et de telle figure, de telles propriétés, de tel nombre et de telle masse qu'elles fussent adaptées à l'espace où elles devaient se mouvoir, de façon à parvenir le plus aisément possible aux fins où elles étaient destinées..... si bien qu'il n'y a pas dans le cours ordinaire de la nature de force capable de diviser ce que Dieu lui-même a fait un dès l'abord [1]. » On voit bien clairement comment Newton fait de l'existence de Dieu un corollaire de la physique. Dieu est la cause, nécessairement intelligente, qui rend possible une science physique en garantissant la stabilité de l'univers [2].

Cette stabilité n'est nulle part plus évidente que dans le domaine de la mécanique céleste. La plupart de ceux qui avant Newton, et même après lui, ont fondé leurs idées de finalité sur celle de stabilité, se sont surtout inspirés d'exemples biolo-

1. V. *Opt. Quæst.* XXXI.

2. S'il faut en croire Coste (Newton, *Op. Math.* Ed. Castillon, T. III, Préface p. XXVIII), ce serait même Newton qui aurait inspiré à *Locke* son explication de l'origine de la matière. Dieu a défendu que rien ne pénètre dans certaines parties de l'espace et non dans d'autres. On sait quel malentendu souleva cette opinion chez ceux qui voulaient y voir une atteinte à la spiritualité essentielle de l'âme, mise sous la dépendance de l'arbitraire divin.

giques. Newton ne dédaigne pas des exemples de ce genre, mais ils passent au second rang chez lui. C'est ainsi qu'à la fin de l'*Optique* il compare l'équilibre vital à l'équilibre du système solaire. C'est ce dernier qui, à ses yeux, est l'exemple le plus merveilleux de la stabilité universelle. L'idée de Newton est ici fort précise, bien plus frappante que l'idée vague des anciens sur l'harmonie des mondes et la régularité des mouvements célestes. Newton a attaqué le problème cosmique par la voie mathématique, et c'est d'une manière mathématique qu'il va traduire cette idée de régularité des mouvements célestes, confusément entrevue depuis l'antiquité. Le problème de l'attraction d'un astre par un centre fixe, par exemple par le soleil, a comme on sait été complètement résolu dans les *Principes*[1]. Mais ce problème extrêmement simple aurait pu n'avoir aucune application, car jamais dans la nature un astre ne se déplace sous l'influence d'un centre unique, il est toujours soumis à l'attraction simultanée de plusieurs centres, mobiles comme lui, qui subissent aussi son influence. C'est le problème du mouvement « troublé », dont la solution complète est inextricable. Si donc, en fait, les actions perturbatrices que subit un astre avaient été du même ordre de grandeur que l'attraction solaire, si même les différentes actions perturbatrices avaient été en général comparables, le mouvement réel d'une planète se serait écarté notablement du mouvement Keplerien. A la place de la régularité parfaite, qui est considérée comme caractéristique du système solaire, nous aurions eu l'irrégularité parfaite, et la prévision fût devenue impossible.

Au lieu de cela c'est un fait d'expérience que toutes les principales planètes se meuvent dans des orbes fort peu excentriques, que ces orbes sont fort peu inclinées sur l'écliptique, et enfin que les actions perturbatrices sont généralement du premier ordre par rapport aux actions principales. Ce triple fait est au point de vue mathématique entièrement inexplicable. Si l'on calcule la probabilité pour que des planètes lancées au hasard prennent justement les mouvements périodiques que possèdent les planètes réelles, on trouvera une probabilité infiniment petite. Pour qu'une régularité infiniment improbable

1. V. plus haut : la Gravitation Universelle et la Mécanique Céleste.

ait pourtant été réalisée, il faut donc faire appel à des causes spéciales. Ces causes « ne peuvent être mécaniques[1] », car elles auraient dû agir uniformément, et la régularité devrait se retrouver partout. Or il existe des mouvements astronomiques irréguliers ; tels sont les mouvements des comètes « qui se font dans des orbes fort excentriques et dans toutes les parties du ciel ». Si donc le système solaire présente une telle stabilité, il faut bien reconnaître que cette stabilité est exceptionnelle, et par suite reconnaît une cause qui n'est pas mécanique.

Newton ne fait nulle difficulté d'admettre ici une cause finale. La stabilité, la régularité du système solaire, proviennent pour lui d'un être supérieur, qui a « arrangé cet univers ». Une preuve supplémentaire nous est fournie par l'état d'isolement du système solaire au sein des autres mondes. « Les étoiles fixes ont été mises à une distance immense les unes des autres *de peur que* ces globes ne tombassent les uns sur les autres par la force de leur gravité. » Ici l'appel aux causes finales est manifeste. Newton considère que chaque problème cosmique, pris isolément, est susceptible d'une explication mécanique. Mais la raison qui fait que tous ces problèmes ne s'enchevêtrent pas les uns dans les autres, la raison qui crée à proprement parler l'*ordre* dans l'univers, n'est pas mécanique, elle réside dans un arrangement providentiel.

Il faut faire observer ici que le « finalisme » de Newton n'a pas fait école après lui. Le principal argument de Newton en faveur de l'arrangement providentiel de l'univers est en somme le suivant : le hasard seul n'a pas pu faire que les vitesses des astres se distribuent de telle sorte qu'ils décrivent des trajectoires à peu près circulaires, à peu près indépendantes les unes des autres. Et en effet il faut reconnaître que la tentative de Descartes avait mal réussi, d'expliquer par le seul mécanisme la formation d'un monde identique au nôtre. Les connaissances physiques et surtout l'instrument mathématique n'étaient pas suffisamment parfaits à l'époque de Descartes pour qu'une pareille tentative eût chance de succès. Newton a fait faire à la physique, il a surtout fait faire aux mathématiques un progrès

1. V. *Principes*, Scholie Général.

essentiel. Ce progrès était insuffisant encore pour qu'on pû fonder sur le calcul une hypothèse cosmogonique. Le calcu différentiel, par cela même qu'il est un calcul rigoureux, n pouvait servir à déterminer *a priori* les positions relatives de astres, qui dépendent d'un calcul de moyennes. On compren que Newton ne pût imputer au hasard une distribution d matière aussi particulière que celle qui est réalisée dans notr monde. Mais nous savons aujourd'hui que Newton se trompait parce qu'il ne se faisait pas une idée suffisamment précise du hasard.

Le problème qu'il jugeait impossible, à savoir la prédétermination des orbites célestes en partant d'une distribution initiale de la matière, a tenté le génie de *Laplace*, et l'on sait quelle brillante solution il a reçue dans l'*Exposition du Système du Monde*. *Laplace* est précisément parti de cette idée qu'une distribution irrégulière, fortuite, de la matière à l'origine, doit par le jeu même des réactions internes aboutir à une distribution finale régulière, stable, prévisible. Un calcul de probabilités ou de moyennes l'a conduit à cette conclusion, qu'en supposant les particules primitives de la matière lancées au hasard dans toutes les directions avec des vitesses arbitraires, un ordre a dû s'établir parmi elles, qui les a rapprochées d'un état d'équilibre, le seul où le système fût stable. On voit qu'alors cette idée de stabilité, que Newton opposait aux idées mécaniques, pour en faire un type de la finalité, devient mécanique à son tour. C'est seulement au premier aperçu qu'on juge providentiel l'ordre du monde. Cet ordre peut se décomposer, comme les ordres partiels dont il est formé, en causes mécaniques susceptibles d'estimation et de calcul. A ce point de vue on ne saurait plus admettre les inductions théologiques de Newton. On sera obligé d'étendre le mécanisme aussi loin que l'expérience, et de ramener l'idée de stabilité cosmique à une idée d'équilibre mathématique.

Revenons au point de vue de Newton. La stabilité, indice de la finalité, ne se trouve pas seulement dans les questions astronomiques elle se retrouve dans tous les problèmes mécaniques. Par problèmes mécaniques il faut entendre tous ceux que la méthode différentielle de Newton permet de mettre en équation. C'est une caractéristique de ces problèmes, sur laquelle nous



avons insisté plus haut[1], d'offrir un certain degré d'arbitraire, ou si l'on veut d'indétermination. Tout problème mécanique est susceptible d'une *infinité* de solutions, et chacune de celles-ci est déterminée par un certain nombre de conditions initiales. Par exemple, dans le problème des deux corps, tout est déterminé lorsqu'on connaît les positions et les vitesses initiales. Or la connaissance des donnés initiales nous vient de l'expérience. C'est un fait extrêmement romarquable que les données sont toujours telles qu'un mouvement continu soit possible, ou qu'on arrive à un état d'équilibre stable.

Nous savons aujourd'hui et Newton pressentait que cette propriété ne saurait appartenir à tout système d'équations quel qu'il soit. Il est facile d'écrire des équations ne possédant aucune solution continue et bien déterminée. Les équations de la dynamique présentent donc cette propriété remarquable qu'une relation écrite à un certain moment entre les accélérations et les forces subsiste à tous les moments suivants, et que les conditions initiales déterminent toujours un mouvement et un seul. Il y a ici encore une sorte de stabilité, en vertu de laquelle la forme des équations ne change pas avec le temps, une finalité, pourrait-on dire, qui fait qu'un mouvement obéit constamment à l'impulsion reçue tout d'abord. De la sorte les « conditions initiales » prennent une importance prépondérante sur la direction du mouvement, et si l'on remarque que les *conditions initiales vraies* nous sont toujours inconnues, que nous sommes obligés de choisir arbitrairement comme conditions initiales les conditions du mouvement à un moment donné, on sera surpris que ces conditions arbitraires conduisent toujours à un mouvement régulier. Il y a là, aux yeux de Newton, un nouvel indice d'une action intelligente, une nouvelle induction en faveur d'un esprit universel. Des savants moins naturellement religieux que Newton, moins soucieux aussi d'une explication dernière, diront au contraire que cet ordre est fatal, qu'il exclut la théologie loin de la supposer.

La finalité dans la nature ne prend nulle part chez Newton la forme du « principe du meilleur », tel qu'il est admis dans la philosophie leibnizienne. Pour Leibniz, ce principe était essen-

1. V. la Portée du Calcul des Fluxions.

tiellement un principe d'économie, suivant lequel la nature ne dépense jamais en vue d'une fin donnée que le minimum d'efforts strictement nécessaire : *ut maximus præstetur effectus, minimo, ut ita dicam, sumptu*. C'est ce que les modernes ont nommé le principe de la moindre action. Newton n'a nulle part analysé complètement ce principe, mais il ressort de certains passages de ses ouvrages qu'il ne l'admettait pas tel quel.

Il semble avoir compris que l'effort ne se mesure pas au seul mouvement, et qu'il existe des formes d'énergie distinctes de l'énergie cinétique. Ces formes d'énergie se subordonnent les unes aux autres et il en est qui se transforment en d'autres plus facilement qu'elles ne naissent de celles-ci. Ainsi le mouvement comme le croyait Descartes, la force vive, comme le pensait Leibniz, ne tendent pas à se conserver perpétuellement en vertu d'une finalité qui leur est propre. « La nature a toujours plus de penchant à ce que le mouvement périsse qu'à ce qu'il naisse[1]». Il y a donc dans la nature une dégradation constante d'énergie, une action de frein en vertu de laquelle tout travail exige non seulement une dépense, mais une perte sans compensation. Au lieu d'un principe d'économie rigoureuse on rencontre ici un « principe de dépense[2] », la nature tendant à la stabilité aux dépens de l'immutabilité.

Les considérations de stabilité ne sont pas les seules qui aient conduit Newton à la métaphysique. Il en est d'autres, qu'il a développées surtout à la fin des *Principes*[3], et qui viennent compléter les précédentes. L' « uniformité du cours de la nature » est une expression qui revient à maintes reprises chez lui. Elles reçoit dans les *Principes* un sens très précis, et devient une preuve indirecte de la providence divine.

Que faut-il entendre au juste par le cours uniforme de la nature ? Le sens commun entend surtout par là un ensemble d'analogies vagues, d'où il tire le sentiment, également vague, d'une intelligence directrice. Pour Newton, l'uniformité de la nature est mesurable mathématiquement. Prenons l'exemple du

1. V. *Opt. Quæst.* XXXI. « Multo magis in eam semper partem vergit natura rerum, ut pereat motus quam ut nascatur. »

2. On pourrait rapprocher ce principe encore rudimentaire chez Newton, du second principe de la thermodynamique.

3. V. *Scholie Général*.

système solaire, où cette uniformité est particulièrement apparente. Nous savons que le soleil et la terre s'attirent en raison inverse du carré de la distance et en raison directe des masses. Pour déterminer leur attraction en valeur absolue, il suffit donc de connaître encore le coefficient de proportionnalité de cette action, la constante de l'attraction solaire. L'attraction de la terre et de la lune, du soleil et de la lune, du soleil et des planètes ou des comètes est de même rigoureusement déterminée lorsqu'on connaît les coefficients correspondants. Or il se trouve que ces coefficients sont tous égaux entre eux. Ils représentent une constante universelle, caractéristique non seulement du soleil ou de la terre, mais de toute masse matérielle située dans le système solaire, et vraisemblablement de toute masse quelle qu'elle soit. Cette concordance, cette uniformité, n'ont pu être connues que par l'expérience. « Il y a, dit Newton, quelque chose de mystérieux à voir des corps si différents de grandeur suivre mathématiquement les mêmes lois, obéir tous aux mêmes forces [1]. » L'explication la plus naturelle de cette uniformité est de la rapporter à un agencement intelligent, car le hasard seul ne crée pas l'ordre. C'est Dieu qui a placé les corps dans ces rapports mutuels. *Deus corpora singula ita locavit.*

L'optique nous donne le même enseignement. Les propriétés de la lumière sont, elles aussi, « uniformes », c'est-à-dire indépendantes dans une large mesure de la source qui fournit cette lumière. Les propriétés essentielles de la réflexion, de la réfraction, la faculté d'interférence, appartiennent aussi bien à la lumière d'une lampe qu'à celle qui émane des étoiles les plus éloignées. Ici encore les propriétés numériques, l'indice de réfraction par exemple, demeurent les mêmes quelle que soit l'origine du faisceau lumineux. « La lumière que le soleil et les étoiles fixe se renvoient mutuellement est de même nature. » [2] Ce qui est vrai de la lumière est vrai de toute propriété physique. Une propriété ne change pas de nature lorsqu'on l'étudie en différents points de l'espace, elle est *uniforme*. Mais « si tout porte l'empreinte d'un même dessein, tout doit être soumis

1. Cf. *De Mundi Syst.* p. 17. « Corpora magnitudinis tam diversæ ad analogiam cum viribus tam prope accedere mysterio certe non caret... »

2. V. *Principes*, L. III. Scholie Général.

à un seul et même être[1]. » Newton trouve « admirable » cet arrangement du soleil, des planètes et des comètes, qui fait que loin de se troubler les uns les autres, ils échangent des forces toujours semblables, si bien qu'il suffit de connaître la physique terrestre, pour connaître du même coup la physique universelle.

Cette uniformité est à ses yeux la meilleure démonstration que l'univers est « l'ouvrage d'un être tout puissant et intelligent ». Chose curieuse, la même uniformité sera bientôt l'arme favorite du matérialisme. Celui-ci montrera qu'un petit nombre d'axiomes suffisant à expliquer tout, il est oiseux de compliquer la science de postulats métaphysiques. On le voit, l'uniformité de la science est un argument assez ambigu. Selon le penchant des esprits il peut servir à favoriser la théologie ou à la combattre. Pour un esprit foncièrement religieux comme était Newton, l'uniformité de la nature cadrait aisément avec une finalité providentielle. Pour les matérialistes du XVIII[e] siècle, elle servira à ruiner toute finalité.

On s'explique que Newton ait trouvé bon de compléter cet argument par un argument presque inverse, faisant voir que la diversité des choses, mieux encore que leur uniformité, est l'indice d'un dessein supérieur. On sait quelle force a pris chez Leibniz la preuve de l'existence de Dieu fondée sur la variété du cours de la nature. Tout objet concret enferme en lui un infini actuel. Deux choses, deux monades, ne sont jamais identiques entièrement. Il y a toujours dans chaque être quelque chose de distinct, qui en fait l'individualité et l'existence même. De la sorte on peut dire que la diversité est la loi de la nature, et qu'elle a été établie par Dieu en vertu du principe du meilleur.

Newton, dans le Scholie Général des *Principes*, n'est pas loin d'une conception de ce genre. Il s'efforce d'opposer aux métaphysiciens déterministes un argument d'ordre esthétique : « La nécessité métaphysique qui est toujours et partout la même ne peut produire aucune diversité ; la diversité, qui règne en tout, quant aux temps et aux lieux, ne peut venir que de la volonté et de la sagesse d'un être qui existe nécessairement. » C'est là un argument qu'on est surpris de trouver sous

1. *Ibid.*

la plume de Newton. Il semble qu'après avoir tout fait pour ramener la connaissance de l'univers à un petit nombre de principes simples, Newton eût dû se contenter de rechercher les preuves d'une action providentielle dans ce que Malebranche appelle la « simplicité des voies ». Mais il ne faut pas oublier qu'en théologie Newton n'est pas un pur savant. C'est un homme appartenant à un milieu professant en théologie des idées très particulières. On trouve chez lui une sorte de mysticisme, une tendance à l'adoration du créateur sous toutes les formes que revêtent ses œuvres, un sentiment vif de l'omniprésence divine, un penchant à retrouver Dieu jusque dans les manifestations les plus particulières de sa puissance. Cette tendance, intellectualisée tant bien que mal, prend la forme d'un argument nouveau : plus les créatures de Dieu sont variées, plus l'existence d'un Dieu unique est évidente ; plus grande est la diversité des aspects de la nature, plus nécessaire est l'action d'un « Seigneur » tout puissant, qui coordonne et construit l'univers.

A vrai dire, Newton s'exprime ici plutôt par sentiment que par raison. Mais le sentiment, nous l'avons dit déjà, joue un grand rôle dans ses convictions personnelles. C'est surtout par opposition à l'athéisme, pour faire pièce aux partisans de la « nécessité métaphysique », par exemple aux admirateurs de Hobbes, que Newton se place ici au point de vue esthétique. La beauté de l'univers, que Leibniz définissait l'unité dans la variété, est considérée de la même manière par Newton comme un signe concret de l'action divine. Si l'ordre, l'uniformité, la répétition constante des mêmes phénomènes existaient seuls dans la nature, on pourrait être tenté de les rapporter à une puissance inintelligente, à un destin aveugle. La nécessité d'un Dieu bon, sage, intelligent, ressort avec évidence de ce que l'ordre universel est un ordre varié, de ce que la nécessité des lois couvre toujours une richesse de détails irréductible à un pincipe unique.

Admettons avec Newton que l'existence de Dieu soit l'induction suprême de la science. Il nous faut rechercher à présent quels sont les attributs de ce Dieu, c'est-à-dire voir si la métaphysique permet de rejoindre la notion ordinaire d'un être tout puissant, omniscient, d'une bonté parfaite.

Parmi les attributs de Dieu, il est naturel qu'un géomètre

comme Newton ait mis au premier rang l'éternité et l'infinité, qu'on peut appeler des attributs géométriques. Nous avons déjà dit dans un des premiers chapitres de ce livre avec quel soin Newton distingue l'espace et le temps relatifs, l'espace et le temps absolus, l'espace et le temps mathématiques. On pouvait déjà prévoir à ce moment que l'espace et le temps joueraient un rôle tout spécial dans la métaphysique de Newton et que, débarrassés des concepts parasites qui en limitent l'application, ils étaient susceptibles d'être érigés en attributs divins. Ceci n'est applicable, bien entendu, qu'à l'espace et au temps *absolus*, à ce que Newton désigne, dans le Scholie Général des *Principes*, sous le nom d'éternité et d'infinité.

Il ne faudrait pas croire en effet que l'espace et le temps, tels que les conçoivent les géomètres, soient des propriétés de la nature divine. On risquerait fort, en admettant cette idée, de tomber dans le panthéisme, et Newton n'abhorre rien tant que « ceux qui font Dieu uniquement l'âme du monde ». A vrai dire, il est fort difficile, même avec les explications que fournit Newton, de décider s'il échappe complètement au panthéisme, ou s'il n'admet pas, malgré ses réserves, une doctrine très voisine du panthéisme. C'est ainsi qu'il explique, à la fin des *Principes*, que Dieu est éternel et infini, c'est-à-dire « qu'il dure depuis l'éternité passée et dans l'éternité à venir, et qu'il est présent par tout l'espace infini ». Un peu plus loin : « Dieu n'est pas l'éternité ni l'infinité, mais il est éternel et infini ; il n'est pas la durée ni l'espace, mais il dure et il est présent; il dure toujours et il est présent partout ; il est existant toujours et en tout lieu ; *il constitue l'espace et la durée.* »

De ces déclarations assez obscures il semblerait ressortir que Newton tient avant tout à séparer Dieu du monde donné, à lui attribuer une infinité, une éternité, qui ne rappelle en rien les propriétés de l'espace et du temps réels. On serait porté à croire qu'il se sert d'une distinction analogue à celle dont se sert Malebranche, mettant en Dieu une sorte d'étendue intelligible, pour mieux lui refuser toute étendue sensible. Il n'en est rien, et Newton insiste sur l'erreur de ceux qui pensent que Dieu n'est « nulle part ». « Comme chaque particule de l'espace existe toujours, et que chaque moment indivisible de la durée dure partout, on ne peut pas dire que celui qui a fait toutes choses et

qui en est le seigneur n'est *jamais et nulle part* ». Comme on le voit, la pensée de Newton n'est pas extrêmement nette. Il est certain que le sentiment de la continuité le conduit à chercher un passage des notions physiques d'espace, de durée, d'esprit universel, aux notions transcendantes. Il est certain aussi qu'il craignait sur toutes choses d'être confondu avec les panthéistes, avec « ces païens qui s'imaginaient que le soleil, la lune, les astres, les âmes des hommes et toutes les autres parties du monde étaient des parties de l'être suprême et qu'on leur devait un culte ; ce qui est une erreur [1]. » Les méditations métaphysiques de Newton n'avaient pas été poussées assez loin pour qu'il eût trouvé une conciliation satisfaisante de ces deux tendances. Un métaphysicien comme Leibniz ne sera pas embarrassé pour déterminer le lien qui unit l'espace à Dieu : ce lien est fondé sur la monadologie, on peut le saisir et l'expliquer. Entre l'espace et Dieu, Newton aperçoit lui aussi un rapport, mais ce rapport est plutôt mystique que métaphysique. L'omnipotence divine est surtout accessible au sentiment, et lorsque nous faisons de l'éternité, de l'infinité, des attributs de Dieu, il y a là plutôt une satisfaction donnée à la foi qu'une intuition empruntée à la raison.

A côté des attributs purement géométriques qu'on vient d'énumérer, Newton reconnaît à l'être suprême des attributs qu'on pourrait appeler « mécaniques ». Lorsque nous parlons de la puissance de Dieu, de son action constante sur les créatures, du mouvement qu'il donne à l'univers, nous ajoutons quelque chose à l'idée d'un Dieu simplement éternel et infini. Laissant provisoirement de côté la question de savoir si cette action est bonne, sage, pleine de finalité, ne l'envisageons d'abord que sous l'aspect mécanique, et demandons-nous comment est possible une action directe de Dieu sur le monde.

D'après Newton, « tout est mû et contenu en Dieu ». Il est le « primum movens », la source initiale de toute transformation. Lorsque nous disons que tout mouvement a sa source en Dieu, cela est vrai non seulement du mouvement matériel, de l'action des corps sur les corps, mais de l'action des corps sur les esprits, et des esprits sur les corps. « La puissance suprême s'exerce non

1. V. *Principes*, L. III, p. 177, en note.

seulement sur des êtres matériels, mais sur des êtres pensants qui lui sont soumis. » Les lois suivant lesquelles cette puissance opère font d'ailleurs exception aux règles de la mécanique. Dans ce domaine supérieur le principe de l'égalité de l'action et de la réaction n'a plus lieu. « Tout est contenu en Dieu, mais sans aucune action des autres êtres sur lui. Car Dieu n'éprouve rien par le mouvement des corps et sa toute puissance ne leur fait sentir aucune résistance. » En d'autres termes Newton est ici très voisin de l'idée d'Aristote, de la conception d'un premier moteur qui meut sans être mû, qui distribue l'énergie dans le monde sans être soumis de la part de ce monde à aucune réaction.

Cette action mystérieuse du créateur sur les créatures, qui échappe au principe de l'égalité de l'action et de la réaction, n'échappe pas pourtant à une autre loi fondamentale de la mécanique newtonienne, la loi de non action à distance. Lorsque nous disons que Dieu est présent partout, ce n'est pas là d'après Newton, une simple métaphore. « Dieu est présent partout, non seulement *virtuellement* mais *substantiellement*, car on ne peut agir où l'on n'est pas[1]. » Et cette idée revient avec plus de force encore dans les *Quæstiones Opticæ*[2]. L'esprit divin comme l'esprit humain, y est décrit comme agissant directement sur les choses, « car seul ce qui est présent peut être senti par ce qui est présent ». Entre le créateur et la créature il n'y a nul intermédiaire : celle-ci reçoit directement le mouvement et la pensée de celui-là. Si dans une seule partie de l'espace la puissance divine cessait d'être présente, le mouvement y disparaîtrait tout d'un coup. Les tendances de Newton le menaient naturellement à une sorte d'animisme universel. Il est remarquable que, parti de principes tout différents, Leibniz aussi soit arrivé à la conclusion qu'aucune portion de la matière n'est inerte ni exempte de l'action divine. Moins métaphysicien que Leibniz et plus porté au mysticisme théologique, Newton s'incline devant l'action divine qu'il reconnaît partout sans la comprendre.

L'éternité et l'infinité, la puissance absolue, ne sont pas les

1. V. *Principes*, L. III, sub. fin.
2. Cf. *Quæst*. XXVIII.

attributs de Dieu qui intéressent l'homme le plus immédiatement. Ce qui importe pour nous, c'est de savoir que l'architecte du monde en est en même temps le législateur, qu'il est intelligent, bon, juste, doué d'une nature spirituelle infiniment supérieure à la nôtre, mais enfin du même genre, aux degrés de perfection près. De là la nécessité d'établir de nouveaux attributs de Dieu, qu'on peut nommer *psychologiques*, et qui sont la personnalité, la sensibilité, la perfection infinie. Il est clair que sur ce sujet l'anthropomorphisme peut se donner libre carrière. La valeur des développements que fournit la philosophie dépendra surtout des dispositions personnelles. Il ne peut être question d'arguments précis s'imposant à tout le monde. La métaphysique se trouve ici, pour les uns aux limites de l'évidence, pour les autres aux limites de l'absurdité.

La personnalité divine n'a jamais fait doute pour Newton. Une comparaison qui revient sans cesse dans ses écrits est celle de l'essence divine avec l'âme humaine. L'âme humaine est par nature indivisible. « Toute âme qui sent en divers temps, par divers sens, et par le mouvement de plusieurs organes, est toujours une seule et même personne indivisible. » L'âme de l'homme, bien qu'elle soit une, possède des organes infiniment variés que nous désignons sous le nom de corps. Entre cette variété et l'unité psychique, il existe un intermédiaire, c'est le « sensorium commune », la « conscience », lieu où s'effectue l'action immédiate de l'âme sur le corps. C'est par ce « sensorium » que nous sentons, car c'est en lui que les espèces sensibles viennent affluer pour être perçues. C'est par lui que nous nous mouvons, car il est le centre d'où émanent toutes les impulsions. En un mot c'est par le « sensorium » qu'est réalisée l'union du moi et du monde extérieur, c'est par lui que l'un peut agir sur l'autre sans violer la loi de non-action à distance.

Le cas divin est un peu différent. Newton répugne à l'idée d'attribuer à Dieu un sensorium analogue à la conscience humaine, qui servirait d'intermédiaire entre Dieu et les choses. Une pareille conception mettrait la dualité au sein de la substance une par excellence. Le sensorium divin, c'est Dieu même, en tant qu'il est immédiatement présent aux choses dans l'espace et dans le temps. Dieu n'a pas besoin comme

nous d'un organe particulier pour pénétrer jusqu'aux choses. Si l'âme a besoin d'un sensorium, c'est parce qu'elle est l'âme des espèces sensibles. Mais Dieu est l'âme des êtres eux-mêmes. Il est toujours présent lui-même aux choses elles-mêmes[1]. Aussi ne faut-il pas appeler le monde, comme le font les philosophes panthéistes, le corps de Dieu, *corpus Dei*, ni les parties de ce monde des parties de Dieu, *partes Dei*. Dieu est un par essence et est tout entier présent partout. C'est par un abus de langage que nous faisons de l'espace le sensorium divin. Il n'y a entre ce Dieu présent dans tout l'espace et l'âme humaine, présente dans le cerveau, qu'une lointaine analogie. Dieu voit les choses elles-mêmes de l'intérieur[2], il les pénètre de part en part, il les embrasse tout entières en lui-même immédiatement[3]. Ce que nous nommons la conscience humaine n'est qu'une minuscule imitation de la conscience divine (sensoriolum). Si nous disons que Dieu perçoit les choses dans l'espace *comme dans sa conscience,* (tanquam sensorio suo), il faut donc ajouter que cette conscience diffère de la nôtre non seulement en degré, mais par sa nature.

Maintenant comment prétendre que Dieu reste un tout en participant à l'essence de toutes choses ? Newton se heurte ici, malgré ses efforts, au même obstacle que les panthéistes, dont il se rapproche à son insu. La question n'est nulle part tirée au clair par lui, il se contente d'affirmer comme évidente l'unité de la personne divine pour les mêmes raisons qu'on admet comme évidente l'unité de la personne humaine. « Toute âme qui sent en divers temps, par divers sens, et par le mouvement de plusieurs organes, est toujours une seule et même personne indivisible. Il y a des parties successives dans la durée et des parties coexistantes dans l'espace. Il n'y a rien de semblable dans ce qui constitue la personne de l'homme ou dans son principe pensant ; et bien moins y en aura-t-il dans la substance pensante de Dieu. Tout homme en tant qu'il est un être sentant est un seul et même homme pendant toute sa vie, *et dans tous les divers organes de ses sens*. Ainsi Dieu est un

1. V. *Opt. Quæst.* XXXI. « Cum sit ipse rebus ipsis ubique præsens. »
2. *Ibid.* Quæst. XXVIIII. « ... qui res ipsas intime cernat... »
3. Præsens præsentes res complectitur.

seul et même Dieu partout et toujours[1] ». On remarquera que ce sont les organes des sens, la sensibilité, le sentiment, qui unissent Dieu aux créatures. La raison et les facultés intellectuelles sont reléguées par Newton au second plan. Chez lui les rapports de Dieu au monde sont moins rationnels que mystiques.

Nulle part ce mysticisme n'apparaît mieux que dans les dernières pages des *Principes*, où Newton parle d'un dernier attribut de Dieu, qui serait le premier dans l'ordre d'importance, et qui est trop souvent négligé par les métaphysiciens spéculatifs. Cet attribut est celui de la « domination », en entendant par ce mot le caractère de la divinité qui la rend digne d'adoration et de respect.

La meilleure manière de se représenter Dieu n'est pas de le regarder comme l'âme du monde, mais comme le *seigneur* de toutes choses. L'épithète qui convient le mieux au seigneur Dieu est celle de παντοκράτωρ, c'est-à-dire de maître universel. Car Dieu est un mot relatif et qui se rapporte à des serviteurs. L'étymologie même confirme cette idée. Pocock fait dériver le mot de Dieu du mot arabe Du (au génitif Di), qui signifie seigneur, et c'est dans ce sens que les princes sont appelés Dieux (au psaume 84, v. 6, et au xe ch. de saint Jean, v. 45). Moïse est appelé le Dieu de son frère Aaron et le Dieu du roi Pharaon (ch. IV de l'*Exode*, v. 16, et chapitre VII, v. 1), et dans le même sens les âmes des princes morts étaient appelés Dieux autrefois par les Gentils, mais c'était à tort, car après leur mort ils n'avaient plus de domination. Le Très-Haut est un être infini, éternel, entièrement parfait ; mais un être quelque parfait qu'il soit, s'il n'avait pas de domination, ne serait pas Dieu. Car nous disons mon Dieu, votre Dieu, le Dieu d'Israël, le Dieu des Dieux et le seigneur des seigneurs, mais nous ne disons point mon Éternel, votre Éternel, l'Éternel d'Israël, l'Éternel de Dieu ; nous ne disons point mon infini, ni mon parfait, parce que ces dénominations n'ont pas de relation à des êtres soumis. Le mot de Dieu signifie quelquefois le seigneur. Mais tout seigneur n'est pas Dieu. La domination d'un être spirituel est ce qui constitue Dieu ; elle est vraie dans le vrai Dieu, elle

1. V. *Principes*, Scholie Général.

s'étend à tout dans le Dieu qui est au-dessus de tout, et elle est seulement fictive et imaginée dans les faux dieux.

Toutes ces expressions, et d'autres encore dont Newton se sert, rappellent de très près celles qu'on trouve dans quelques écrits de Fénelon et de Malebranche. Il y a chez Newton, comme parfois chez ces deux philosophes, des tendances mystiques indéniables, et la soumission des créatures au créateur supplée dans une large mesure à l'intelligence qu'elles peuvent en avoir. Newton met le sentiment religieux, dans ce qu'il a de plus intime, l'adoration et la soumission, à la base de la théologie naturelle. Loin de chercher à comprendre les attributs de Dieu d'une vue précise et rationnelle, comme ont cherché à le faire Descartes et Leibniz, il préfère se fier à l'instinct religieux, plus obscur et par cela même plus près du vrai. Cette préférence donnée aux penchants du cœur sur les arguments de la raison, est un des traits distinctifs du mysticisme. Sans aller jusqu'à faire de Newton un mystique dans le plein sens du mot, il est impossible de méconnaître les tendances qui le rapprochent de la religion du cœur.

D'ailleurs il est un autre caractère par où la théodicée de Newton s'oppose aux théologies rationnelles. Dans tous les systèmes où l'existence de Dieu est considérée comme démontrable, c'est le moins que l'idée de Dieu soit considérée comme parfaitement claire, comme directement accessible à l'esprit humain. C'est ainsi que dans le système de Descartes il n'est guère de notion plus distincte que celle d'un être tout parfait. C'est l'évidence propre à cette idée qui nous fait croire à la réalité de son objet. Dans toutes les philosophies intellectualistes, il est nécessaire de regarder Dieu comme la première des « essences », c'est-à-dire comme un être accessible à la raison. Spinoza est le type du philosophe intellectualiste. Aussi chez lui la connaissance de Dieu est-elle à la fois la certitude suprême et le suprême bonheur.

Rien de pareil ne se trouve chez Newton. Bien que Dieu soit présent partout, bien qu'il soit en contact immédiat avec les créatures, celles-ci « ne peuvent avoir aucune idée de sa substance[1] ». Loin de l'apercevoir distinctement ou de le con-

1. V. *Principes*. Scholie Général.

naître tel qu'il est, elles ne peuvent savoir de lui qu'une chose, c'est qu'il existe. Sa nature intime leur échappe entièrement. Il ne se révèle à elles que par ses attributs. Et encore les attributs de Dieu ne nous donnent-ils qu'une « faible idée » de sa nature. Ils sont la seule voie qui nous soit ouverte pour nous élever jusqu'à lui, mais cette voie est très imparfaite, et ne conduit jamais à une connaissance véritable.

On a coutume de dire que Dieu est tout semblable à lui-même, tout œil, tout oreille, tout cerveau, tout bras, toute sensation, toute intelligence et toute action. Cela est vrai, pourvu qu'on l'entende d'une façon nullement humaine, encore moins corporelle, et entièrement inconnue. Car de même qu'un aveugle n'a pas d'idée des couleurs, aussi nous n'avons point d'idée de la manière dont l'Être suprême sent et connaît toutes choses. Il n'a point de corps ni de forme corporelle, il ne peut être ni vu, ni touché, ni entendu, et on ne doit l'adorer sous aucune forme sensible. C'est là surtout ce qui préoccupe Newton, de même que Malebranche, de même que Fénelon. Si les sens pouvaient s'élever jusqu'à une perception de la divinité, il serait à craindre que nous fissions Dieu à notre image. Au lieu de cela, rappelons-nous que les sens ne peuvent même pas nous faire connaître la substance intime des choses corporelles. *A fortiori* seront-ils impuissants à fournir l'idée d'une substance incorporelle. La réflexion d'ailleurs, ajoute Newton, n'est pas supérieure aux sens sur ce point. Elle aussi peut nous faire connaître Dieu par ses propriétés, mais jamais par sa substance. De sorte que nous en sommes réduits à parler de Dieu « par allégorie ». Il est loisible de dire que Dieu entend, voit, parle, qu'il se réjouit, qu'il est en colère, qu'il aime, qu'il hait, qu'il désire, qu'il construit, qu'il bâtit, qu'il fabrique, qu'il accepte, qu'il donne, parce que tout ce qu'on dit de Dieu est pris de quelque comparaison avec les choses humaines. Ces comparaisons, quoiqu'elles soient très imparfaites, en donnent cependant quelque faible idée. Mais il serait outrecuidant de prétendre embrasser du regard de la raison cette substance infinie, « dont il appartient à la philosophie naturelle d'examiner les ouvrages ».

Il résulte de ce qui précède que Newton, sans s'exprimer très explicitement, incline pourtant vers une sorte d'agnos-

ticisme. Pour lui, le dernier mot de la métaphysique est un « non possumus » opposé aux prétentions de la raison. Remarquons que cet agnosticisme est parfaitement d'accord avec l'instinct religieux, si profond chez lui. Il est extrêmement compréhensible qu'un esprit aussi sincèrement épris de religion accepte sans mauvaise grâce une conclusion qui semblerait désespérante à d'autres. Le fait que le monde transcendant échappe à toute connaissance humaine est largement compensé aux yeux de Newton par le fait qu'une révélation surnaturelle nous y introduit par la foi. D'autres, moins naturellement croyants, ou moins spontanément portés à donner la suprématie au sentiment, pourront dire que les conclusions de Newton équivalent à la négation de toute métaphysique.

Il est impossible ici, malgré la différence des temps et des doctrines, de ne pas songer à Kant et à sa critique des idées. Si nous ne pouvons connaître les choses que par leurs propriétés, jamais telles qu'elles sont en elles-mêmes, il pourra sembler naturel à un philosophe critique de limiter la connaissance en général aux propriétés sensibles. Que deviendront alors les choses en soi ? Selon la différence des tempéraments et des instincts, elles seront de pures inutilités, ou les réalités les plus complètes de toutes. Newton offre un exemple de la seconde tendance, comme d'ailleurs Kant lui-même : ce que le premier admet au nom de la foi, Kant l'accepte au nom de la moralité. Mais à côté de cette solution, le positivisme proprement dit pouvait aussi bien ressortir des indications de Newton. Renoncer à connaître les substances, se limiter à l'exploration du monde par la philosophie naturelle, n'est-ce pas l'attitude qui semble la meilleure une fois qu'on a reconnu les limites de nos facultés ?

Sans prétendre faire de Newton un précurseur des doctrines critiques, il faut pourtant bien remarquer qu'au moins en un endroit de ses ouvrages, il a énoncé avec une netteté parfaite la distinction qui sera à la base de la philosophie Kantienne. C'est dans la question XXVIII[e] de l'*Optique*, où l'entendement divin est opposé à l'entendement humain, celui-ci n'apercevant que les images des choses, *imagines tantum*, alors que Dieu perçoit les choses elles-mêmes, *res ipsas*. Il est certain qu'en approfondissant cette distinction, Newton eût été fatalement

conduit à changer le sens de sa métaphysique. Mais nous savons qu'il est métaphysicien d'une manière purement occasionnelle. Le demi agnosticisme qu'il professe à la fin des *Principes* est moins le résultat d'une méditation méthodique qu'un moyen commode de concilier la raison et la foi. Il est intéressant de voir comment un esprit aussi pénétrant s'est contenté, en matière de croyance, de l'appareil métaphysique traditionnel. Mais il ne faut pas oublier qu'entre les aperçus métaphysiques de Newton et l'agnosticisme véritable il y a l'abîme qui sépare la libre critique d'un instinct mystique inconscient.

Quel lien Newton établit-il entre la morale et la métaphysique ? Ce Dieu qui est infini, éternel, doué de personnalité et de puissance, d'où savons-nous qu'il est bon et juste ? Comment nous montrer dignes de cette justice par une conduite morale ? Newton n'a effleuré ces questions que d'une manière passagère[1]. A vrai dire, comment douter de la bonté divine, une fois qu'on a compris la nécessité de se soumettre à Dieu et de l'adorer ? On peut se rendre compte pourtant qu'aux yeux de Newton la science, loin de s'opposer à la morale, y mène tout naturellement comme elle mène à la métaphysique.

Le véritable facteur de la moralité, c'est l'intelligence des causes finales. Une fois que nous avons compris l'ordre dans l'univers, nous ne pouvons moins faire que de l'admirer, que d'y conformer nos intentions et nos actes. Si la divinité n'était pas providence, si les causes mécaniques n'étaient pas dans leur ensemble empreintes de finalité, on comprendrait que le spectacle de la nature laissât l'homme moral indifférent. Mais l'enchaînement des causes finales est aussi évident à la raison que celui des causes efficientes[2]. L'un et l'autre nous conduisent à la cause première et en même temps que nous nous rapprochons de celle-ci par l'intelligence nous cherchons à nous en rapprocher par la moralité. « On peut espérer qu'avec les progrès de la méthode expérimentale, la philosophie naturelle sera un jour entièrement terminée et parfaite :

1. V. *Quæst. Opt.*, XXXI.
2. V. *Principes*, Scholie Général.

alors, par le fait même, la philosophie morale progressera d'autant. » En d'autres termes, la philosophie morale n'a pas besoin d'autres principes que ceux de la science. Du moment que l'univers témoigne d'un créateur parfait, la moralité devient un aspect de l'ordre universel.

On peut se demander ce qui resterait de la théodicée newtonienne, si l'on en supprimait cette notion de finalité que Newton admet sans doute, mais ne justifie jamais. La question ainsi posée n'est pas factice. C'est celle en face de laquelle se trouveront, au cours du XVIIIe siècle, un très grand nombre de philosophes mécanistes, disciples de Newton en ce qui concerne la physique, et pourtant hostiles à sa métaphysique. A cette question Newton lui-même a donné la réponse. « Nous adorons Dieu comme soumis, car un Dieu sans providence, sans empire et sans causes finales, n'est autre chose que le destin et la nature. » Ce Dieu-destin, ce Dieu-nature, qui répugne si fort à l'esprit orthodoxe de Newton, sera du goût d'un grand nombre de philosophes du XVIIIe siècle. De fait il semble assez logique qu'une philosophie naturelle comme celle de Newton, c'est-à-dire une philosophie fondée sur la physique, aboutisse à une théologie naturelle, où la nécessité physique joue le principal rôle. Des hommes même enclins à un certain déisme, aussi bien que des matérialistes avérés, pourront alors reprendre à leur compte le système de Newton, moins grossièrement imbu de causes finales. Ils arriveront à des formes diverses du naturalisme, à des métaphysiques très distinctes de la métaphysique newtonienne, et qui pourtant pourront se prétendre en accord avec les principes de Newton.

Si nous mettons à part ce que la théologie de Newton a de personnel et presque de mystique, il reste qu'on y trouve une tendance assez différente de la tendance répandue de son temps. Le Dieu que concevaient Pascal et Malebranche, le Dieu de la théologie orthodoxe, est avant tout un Dieu législateur. Il se peut que nous ignorions son essence, mais nul n'est censé ignorer ses ordres. Il a imprimé en nous une loi qui s'impose d'autorité. C'est en partant de cette révélation intime que nous pouvons essayer de retrouver Dieu dans la nature. Mais celui qui ne se conforme pas d'abord, par ses actes, aux prescrip-

tions divines, n'a nulle chance de saisir par sa raison les marques de la providence.

Les métaphysiciens comme Leibniz essayèrent de réagir contre ce qu'une pareille théologie avait d'exclusif. Au Dieu législateur ils associèrent un Dieu architecte et leur système concluait à une harmonie entre le Dieu de la religion et celui de la nature. Chez Newton cette harmonie se retrouve, mais le Dieu architecte est à proprement parler le seul qui nous soit accessible. C'est à lui que va notre admiration en face de la stabilité, de l'uniformité du monde, c'est à sa sagesse que concluent les dernières inductions de la philosophie naturelle. Par là Newton, malgré son mysticisme, ouvrait la voie à cette religion naturelle qui allait être la nouveauté du XVIII[e] siècle, et qui sous couleur d'appuyer la religion a servi surtout à la combattre. Nul mieux que Voltaire n'a compris cette tendance, et nul plus que lui à cet égard n'a été disciple de Newton. Faire du Dieu des religions révélées un géomètre, un physicien, un artiste impeccable, c'était la meilleure manière d'ébranler les doctrines qui en faisaient surtout un tyran. C'était introduire dans la métaphysique un élément emprunté à l'idéal de la raison humaine, et par suite élargir aux dépens de la foi le domaine où cette raison a place.

CHAPITRE X

VOLTAIRE ET NEWTON

L'influence de Newton s'est manifestée dans un si grand nombre de domaines que nous renoncerons à les parcourir tous. On trouvera dans l'ouvrage de Rosenberger[1] un résumé historique satisfaisant sur tout ce qui concerne la formation de l'école newtonienne et la victoire finale de la physique nouvelle. La physique de Newton, tant combattue de son vivant, fut presque aussitôt après sa mort reçue comme classique dans toute l'Angleterre. Sur le continent elle demeura longtemps inconnue. La polémique de Newton et de Leibniz, la découverte même de l'attraction universelle n'intéressèrent d'abord qu'un public restreint. En France l'influence cartésienne était assez vivace dans la science officielle pour offrir une barrière presque infranchissable aux nouveautés qui la menaçaient. ***Malebranche,*** puis ***Fontenelle***, à force de science et d'ingéniosité, prolongèrent d'un demi-siècle le règne des idées cartésiennes, et l'on dut attendre le milieu du XVIIIe siècle pour voir Newton, traduit en français, susciter un mouvement d'idées qui rejaillit sur toute la philosophie.

C'est en 1756 que fut publiée à Paris la traduction des ***Principes mathématiques de la Philosophie Naturelle*** par ***Madame du Châtelet***[2] Il suffit de consulter l'avertissement de l'éditeur pour se persuader que la savante marquise avait eu recours à des collaborations éminentes. Le commentaire qui suit la traduction et qui est intitulé « Exposition abrégée du système du Monde » a été revu par ***Clairaut,*** et n'est en bien des endroits

1. I. *Newton u. seine phys. Prinzipien*. p. 507 sqq.

2. Auparavant Voltaire avait publié ses ***Eléments de la Philosophie de Newton***, 1738-1742.

qu'un résumé des notes de l'illustre astronome. La préface de *Voltaire*, qui nous fait connaître l'esprit dans lequel la traduction est conçue, est parfaitement d'accord avec ce que nous savons de sa compétence scientifique et de l'influence intellectuelle qu'il exerçait sur *Mme du Châtelet.*

Celle-ci avait commencé par verser dans le leibnizianisme. Sous le titre d'*Institutions de Physique*, elle avait publié une analyse de la philosophie leibnizienne, adressée à son fils, dont elle avait entrepris elle-même l'éducation. Déjà dans cet ouvrage, s'il faut en croire Voltaire, l'illustre marquise faisait preuve d'un esprit de méthode et de clarté « que Leibniz n'eut jamais ». Il faut entendre par là qu'elle rejetait du leibnizianisme tout ce qu'il comportait de métaphysique et d'outré, pour n'en conserver que quelques principes simples, mathématiques ou physiques, vérifiables par le calcul et par l'expérience. La philosophie de Leibniz lui semblait toute d'imagination, l'intuition y remplace trop souvent la preuve proprement dite.

Aussi comprit-elle que cette métaphysique si hardie, mais si peu fondée, ne méritait pas ses recherches. Son âme, nous dit Voltaire, était faite pour le sublime, mais pour le vrai. Formule typique, qui aide à comprendre l'orientation nouvelle des idées philosophiques. Pour Mme du Châtelet, pour Voltaire, pour la plupart des philosophes du XVIIIe siècle, c'est par un recul de l'esprit métaphysique que doit se faire le progrès des connaissances humaines. L'heure est venue de considérer le vrai autrement qu'on ne faisait jusqu'ici : les résultats positifs de la science doivent guider la métaphysique et non lui obéir.

La force de Voltaire et de ses disciples a été de soutenir la philosophie newtonienne pour en propager non tant les résultats que les principes. Au delà des conquêtes précises du newtonisme, Voltaire a compris qu'il y avait l'esprit newtonien, une attitude pouvant s'appliquer non seulement à l'astronomie, à la physique, à la géométrie, mais à toute tentative d'explication rationnelle. Tirant ainsi du newtonisme beaucoup plus que n'y avait mis Newton, les philosophes français du XVIIIe siècle surent s'en faire non seulement une arme, mais un modèle. Il leur arrive de commettre des erreurs d'interprétation dans le détail. Mais le caractère général de l'analyse nouvelle, la substitution à l'idéal métaphysique d'un idéal positif, a été claire-

ment aperçu par eux. Nul mieux que Voltaire n'a compris cette tendance, et nul n'a contribué plus que lui à faire des *Principes mathématiques* de Newton le statut de la philosophie nouvelle.

Voltaire, qui symbolise pour nous les tendances philosophiques de son siècle, a fait table rase dans ses écrits, non seulement du cartésianisme, mais de toute la tradition métaphysique du xvii[e] siècle. Par esprit critique ou par besoin polémique, il a renié presque sur tous les points les idées courantes. Le but que se proposait Descartes, savoir construire la philosophie sur nouveau fonds, sans se préoccuper de ce qu'ont pu penser Aristote et ses sectateurs, Voltaire l'a réalisé entièrement. On peut contester l'originalité de ses vues, on peut en rapporter le mérite à ses lectures ou à ses voyages, il reste qu'il est un philosophe révolutionnaire, un esprit novateur dans le vrai sens du mot.

La critique portée par Voltaire à Descartes et au xvii[e] siècle est même si vive, si continue, qu'elle masque souvent ce qui reste du xvii[e] siècle chez Voltaire lui-même. Ses railleries constantes sur le système des tourbillons, sur la substance pensante, sur les bêtes machines ne doivent pas donner le change sur sa pensée intime. Voltaire est cartésien au moins par un point. C'est un philosophe des idées claires, c'est-à-dire qu'il n'admet comme vrai que ce que nous connaissons évidemment être tel. Mais, dira-t-on, c'est là tout le cartésianisme, et l'on ne comprend pas comment Voltaire, s'il a voulu demeurer logique avec lui-même, a pu accepter les prémisses du *Discours de la méthode* sans en subir les conséquences. La raison en est que le mot « d'idée claire » avait maintenant une signification toute nouvelle. Sous l'influence encore vague de la philosophie anglaise, principalement des *Essais* de *Locke*, la tendance psychologique et empiriste s'était glissée peu à peu dans la philosophie française. L'idée n'apparaissait plus comme un élément immuable, une « nature simple », dont l'évidence s'impose tout d'abord et dont le raisonnement dégage le contenu. La clarté et la distinction des idées étaient devenues inséparables de leur origine, de leur évolution, de leur expression verbale. L'idée claire est celle dont nous voyons clairement la formation, et dont la pratique justifie l'emploi. Elle ne

s'impose plus comme une donnée de la raison mais comme un résumé des expériences.

Il est impossible de dire d'une manière précise à quel moment cet empirisme s'est introduit dans la philosophie cartésienne pour en modifier l'esprit. On en trouverait sans doute un pressentiment chez Malebranche lui-même. Mais le véritable auteur de cette réforme, c'est certainement Voltaire, et l'action de Voltaire n'a été efficace que parce qu'il s'appuyait sur Locke et sur Newton. Il est naturel que cette action se présente presque toujours comme destructive, comme une pure négation du cartésianisme. Les polémiques ne connaissent pas l'esprit de réserve. Il appartient à l'histoire de reconnaître que Voltaire a gardé de la philosophie cartésienne un minimum de tendances générales. Nous serons d'autant plus libres pour signaler ensuite son opposition indomptable au système cartésien et pour rechercher la cause de son affinité avec les idées de Locke et de Newton.

Un besoin cartésien par excellence, le besoin d'une certitude inébranlable, se retrouve intégralement dans la philosophie de Voltaire. Sous le voile d'ironie qui recouvre la plupart de ses écrits, on voit transparaître constamment l'idée d'une certitude possible, certitude différente peut-être de celle où aspirait Descartes, mais qui seule mérite d'être cherchée, car seule elle donne satisfaction à la raison. Comme Descartes, Voltaire a la haine du « probable », du « vraisemblable ». La probabilité a le défaut de changer de valeur selon les esprits à qui elle s'adresse. Pour une intelligence nette et impartiale, l'explication simplement probable est entièrement inexistante. Pour celui dont l'imagination est vive, la crédulité forte, la perception confuse, il se peut qu'une probabilité vaille la certitude.

On s'explique ainsi que la fausse science ait tant de prise sur l'esprit public. L'histoire et la fable, la poésie, la métaphysique, sont autant de probabilités ingénieusement conçues, propres à séduire les imaginatifs. La science véritable, celle qui demeure à travers les vicissitudes du progrès, est souvent moins plaisante et moins accessible. Elle opère sur des certitudes proprement dites, et n'admet rien qu'après un long contrôle. Comment Descartes, malgré son mépris de la vraisemblance, a-t-il pu se prendre à un système abstrait qui, sous cou-

leur de certitude parfaite, défie parfois la vraisemblance elle-même? C'est que le probable, le vraisemblable, étaient pour lui tout ce qui n'est pas *déduit*. La liaison géométrique des idées est à ses yeux l'indice le meilleur qui révèle le vrai. Aussi loin que la déduction s'étend, en partant de principes sûrs, aussi loin va la certitude véritable. De là ces démonstrations laborieuses, qui remplissent les *Principes* de Descartes, vain effort pour rattacher aux vérités primordiales les détails les plus hasardeux de la cosmogonie. Le système des tourbillons et de la matière subtile, qui a succombé sous le ridicule avant de disparaître sous les réfutations de Newton, est un exemple des erreurs où entraîne le besoin excessif de déduction.

Newton, bien mieux que Descartes, a su rechercher la certitude là où elle se trouve vraiment, dans la clarté des idées expérimentales. Son livre des *Principes* n'est pas « un amas de probabilités qui peuvent servir à expliquer bien ou mal quelques effets de la nature [1] ». Il a rejeté comme Descartes le vraisemblable, mais il a su mettre le vrai dans ce qui est positivement confirmé. En ce sens, Newton et Voltaire ont simplement transformé l'idéal cartésien, ils ne l'ont pas renié. Le besoin de certitude qui, chez Descartes, ne pouvait se satisfaire que d'une logique déductive, a été adapté par eux aux réalités de la science contemporaine, c'est-à-dire à la physique expérimentale. En refusant d'admettre des hypothèses, Newton exclut de la science positive tout ce qu'en excluait Descartes. Mais il a su être plus conséquent que lui dans l'application de sa maxime. Si Voltaire se déclare disciple de Newton et adversaire de Descartes, c'est parce que Newton a su atteindre l'évidence dont Descartes sentait seulement la nécessité.

La transposition que nous venons de signaler, le passage d'un idéal déductif à un idéal de certitude inductive, serait bien fait pour nous étonner si nous n'avions égard qu'à la philosophie française du XVIIe siècle. Il semble impossible de comprendre comment en France, au XVIIIe siècle, sous l'influence de quelques hommes seulement, de Voltaire en particulier, une tradition métaphysique vieille d'un siècle, la tradition cartésienne, a subitement cédé à un courant nouveau, dont rien ne laissait

1. V. *Préface des Principes*, trad. de Mme du Châtelet.

prévoir la venue. Car il faut bien le reconnaître, entre le xviie siècle, cartésien à outrance, et le xviiie siècle, voltairien. sans réserve, il y a un abîme que l'histoire a peine à combler Nulle transition n'a été ménagée de Malebranche à Voltaire. Ce n'est pas dans l'histoire littéraire qu'une telle transition pourra se trouver. L'admiration que le xviiie siècle a gardée aux classiques de la génération précédente, n'a d'égale que la désinvolture avec laquelle on renonce à leurs idées, à leurs règles, à leur style même. Fontenelle et Bayle, malgré leur attachement à Descartes, ont déjà la manière de l'école nouvelle. L'histoire des sciences présente elle aussi, entre les deux époques, un hiatus infranchissable. De la décadence du système tourbillonnaire au triomphe complet de la physique mathématique il s'est écoulé quelques années à peine. De toutes façons, il y a rupture brusque, à tous les points de vue, entre les deux écoles. Le cartésianisme ne contenait en germe à peu près aucun principe de la philosophie nouvelle. Celle-ci, loin de se réclamer du cartésianisme, a cherché à s'en dégager entièrement, et il faut un véritable effort historique pour la rattacher tant bien que mal au passé.

L'influence décisive qui s'est exercée à ce moment sur la philosophie française doit être recherchée en dehors de France. C'est à la pénétration graduelle des tendances empiristes anglaises, qu'il faut attribuer la modification profonde qu'a subie alors la tradition cartésienne. Si la tendance du xviiie siècle avait simplement été de remplacer le système cartésien par un autre, il lui eût été facile de substituer au cartésianisme une philosophie dans le genre de celle de Leibniz. Plus en accord avec les lois physiques, mieux armé au point de vue mathématique, le système de Leibniz offrait aux métaphysiciens des explications fort brillantes. Il eût pu s'harmoniser sans trop de peine avec la théologie orthodoxe, et devenir en France, comme en Allemagne, une philosophie quasi officielle.

Il est remarquable qu'il n'en ait rien été. Les critiques portées par Voltaire à Descartes et à ses sectateurs ne sont dépassées que par les railleries dont il accable le système de Leibniz. Il semble bien que Leibniz et Descartes aient été pour Voltaire deux variétés d'un même type, deux intelligences desservies par une imagination sublime. L'idée de Voltaire et celle de ses

lui les fruits excellents de cette sagesse anglaise, qui, renonçant spontanément aux rêves métaphysiques, se tient toujours sur le terrain des faits. L'empirisme et l'esprit de méthode ont rendu possibles les grandes découvertes de Newton, celles-ci à leur tour vont servir à justifier et à perfectionner l'empirisme. Voltaire n'hésite par à rapporter à la même source le progrès de la science positive et celui de la philosophie expérimentale.

Kepler est le premier qui ait orienté la science dans une voie exacte, par un pressentiment obscur de la gravitation universelle. Il avait admis une tendance qui pousse tous les corps terrestres vers le centre de la terre et les astres les uns vers les autres. Il osa entrevoir et dire que si la terre et la lune n'étaient pas retenues dans leurs orbites, elles s'approcheraient l'une de l'autre; elles s'uniraient. Seulement « cette vérité étonnante était obscurcie chez lui de tant de nuages et de tant d'erreurs qu'on a dit qu'il l'avait devinée par instinct [1]. » En d'autres termes il manquait à Kepler le sens de l'induction proprement dite. Il subissait trop fortement l'influence des métaphysiques anciennes pour pouvoir fonder une astronomie positive. Galilée est le premier qui ait traité les questions de gravité, non par le raisonnement, mais par la mesure. « Partant d'un principe plus mécanique que Kepler, il examinait quelle est la la chute des corps sur la terre, comment et *dans quelle proportion* cette chute s'accélère [2]. » Par là il préparait la voie à ceux qui allaient découvrir l'analogie de la gravité et de la gravitation, aux physiciens anglais de l'école inductive.

Parmi ceux-ci, il en est un que Voltaire rattache à Galilée par des liens très étroits, c'est le chancelier Bacon. Comme Galilée, Bacon « voulait qu'on expérimentât si les chutes se faisaient également aux plus grandes profondeurs et aux plus grandes hauteurs où l'on pût atteindre ». Bien qu'il n'ait peut-être procédé lui-même à aucune expérience, il a eu le mérite d'orienter les recherches dans la voie expérimentale. Sans les développements ingénieux qu'il donna à l'idée inductive, le passage n'eût pas été possible de la physique encore rudimentaire de Galilée à la science si complète de Newton. Par sa logique touffue et

1. *Lettres Phil.*, XV.
2. *Ibid.*

imagée,il a pour ainsi dire donné des lois à la science positive, avant même que celle-ci n'existât. Il a répandu des germes d'idées qui ont mûri spontanément. « On trouve dans son livre, en termes exprès, cette attraction nouvelle dont Newton passe pour l'inventeur [1] ». Le succès de ses disciples a nui un peu à la gloire de Bacon. L'éclat des découvertes newtoniennes a fait oublier que ces découvertes étaient préparées par de longs efforts, qu'elles n'eussent pu se produire si l'esprit scientifique n'avait été suscité par la méthode de Bacon. « Le plus singulier et le meilleur de ses ouvrages, est celui qui est aujourd'hui le moins lu et le plus inutile : je veux parler de son *Novum Organum Scientiarum. C'est l'échafaud avec lequel on a bâti la nouvelle philosophie* ; et quand cet édifice a été élevé, au moins en partie, l'échafaud n'a plus été d'aucun usage [2]. » Voltaire, on le voit, saisit parfaitement le lien qui existe entre les progrès de l'empirisme et ceux de la philosophie naturelle. « Le chancelier Bacon ne connaissait pas encore la nature, mais il savait et indiquait tous les chemins qui mènent à elle... Il est le père de la philosophie expérimentale [3]. »

Quant à Locke, il représente lui aussi un aspect de la même tendance. Il serait injuste d'en faire le fondateur unique de l'école nouvelle, comme il serait injuste de lui refuser une influence directe sur cette école. Il a appliqué aux questions psychologiques les procédés descriptifs de Bacon. Si l'esprit d'analyse qu'il déploie a pu servir de modèle aux physiciens proprement dits, il est vrai aussi « qu'il s'aide partout du flambeau de la physique [4] ». Il y a donc action et réaction de la science positive sur la philosophie empiriste, et de celle-ci sur la science. Voltaire a eu le mérite, à une époque où la tradition française était sans réserve favorable à la métaphysique, d'apercevoir qu'en Angleterre la science et l'empirisme avaient marché de pair et progressaient l'une par l'autre. C'est cette constatation qui devait l'amener à admettre la stérilité de toute métaphysique, et à lutter sans répit contre la métaphysique alors régnante en France, la métaphysique cartésienne.

1. V. *Lettres Phil.*, XII.
2. *Ibid.*
3. *Ibid.*
4. V. *Lettres Phil.*, XIII.

Descartes avait fait campagne contre l'imagination pour la la raison. Son système était un effort tenté pour rejeter de la philosophie tout ce qui est entaché de sensibilité et pour n'accorder force probante qu'aux arguments géométriques. Cette tendance a été exagérée encore chez ses disciples, par exemple chez Malebranche. Descartes prétendait rendre évidentes l'idée du moi et l'existence de Dieu par la seule force de la raison. Il faut imposer silence à l'imagination pour entendre la voix de l'évidence. Pour Malebranche l'imagination est la grande maîtresse d'erreur. C'est elle qui corrompt la logique ordinaire et l'esprit pur lui-même. On peut dire que le cartésianisme dans son ensemble est par essence un système rationnel, qui se défie de toute image sensible.

Il est remarquable qu'on fasse à Descartes, pendant tout le cours du XVIIIe siècle, l'objection qu'il semble avoir tout fait pour éviter. C'est le reproche d'imagination, de fantaisie, de rêverie, qui revient sans cesse sous la plume de Voltaire à propos de Descartes. « Descartes était né avec une imagination brillante et forte, qui en fit un homme singulier dans sa vie privée comme dans sa manière de raisonner. Cette imagination ne peut se cacher même dans ses ouvrages philosophiques où l'on voit à tout moment des comparaisons ingénieuses et brillantes [1] »... « L'opinion publique en Angleterre sur ces deux philosophes (Descartes et Newton) est que le premier était un rêveur et l'autre était un sage [2]. »

Ces critiques semblent au premier abord d'autant plus déconcertantes qu'on connait les propres aveux de Descartes sur sa faiblesse d'imagination [3]. On s'étonne de voir taxé de rêverie un homme qui voulait donner à la science la forme d'une longue chaîne de raisons à la manière des géomètres. Pour s'expliquer les critiques de Voltaire, il faut tenir compte des changements survenus dans le vocabulaire philosophique. L'imagination, telle que la concevait Descartes, était une faculté sensible, identique à la φαντασία d'Aristote, et nettement distincte du pouvoir de former des *idées*. C'est parce que les images sensibles font obstacle à la clarté des idées que Descartes

1. V. *Lettres Phil.*, XIV : Sur Descartes et Newton.
2. *Ibid.*
3. V. *Discours de la Méthode*, 1re partie.

les rejetait de son système. L'intuition, pour être sûre, doit être proprement intellectuelle. Moins attaché que Descartes aux termes de l'Ecole, plus près que lui de la psychologie concrète, Voltaire désigne du nom d'imagination tout ce qui ne correspond pas à un objet perçu. A ce compte l'intuition même est une forme d'imagination. Ce que la raison prétend nous fournir de son propre fonds n'est pas moins « image » que le rêve, si l'on observe que l'un et l'autre échappent à tout contrôle. Nous ne pouvons vérifier ni les images des sens, ni celles de la raison, car toutes deux représentent des objets insaisissables à l'expérience.

Mais alors la défiance de Descartes pour l'imagination sensible n'est qu'une demi-mesure aux yeux de Voltaire. Elle doit se compléter d'une défiance égale pour ce qu'on peut nommer « imagination rationnelle », intuition pure, vision métaphysique. Il est bon d'avoir compris ce que la scholastique présente de dangereux par la personnification constante d'images sensibles. Mais Descartes « est plus dangereux qu'Aristote parce qu'il a l'air d'être plus raisonnable [1] ». Les intuitions claires et distinctes qu'il veut substituer aux images sensibles ont peut-être leur source dans une faculté plus haute, cette faculté n'en est pas moins précaire tant qu'elle procède *a priori*. A vrai dire Descartes s'est contenté de transposer l'erreur des sens à la raison. Aux images erronées des sens il a substitué les vues de l'esprit, et parce que ces vues étaient déductives, il a cru qu'elles étaient certaines. Le vrai sage procède autrement. Il n'admet de vérités assurées que celles dont l'expérience se porte garant. Peu lui importe qu'une vérité soit présumée par l'observation ou par la géométrie. La vérité n'est établie solidement que par le concours des deux, on peut la définir l'accord d'un fait et d'un calcul. En dehors de cet accord il peut y avoir des systèmes d'idées ingénieusement construits, des systèmes de faits intéressants. Les uns et les autres sont « imagination », ils ne sont pas science véritable. C'est en ce sens que les critiques de Descartes touchant l'imagination et l'erreur retombent sur le cartésianisme lui-même. C'est en ce sens aussi que Voltaire peut accuser Descartes d'inconséquence. La force

1. V. *Lett. Phil.*, XV.

logique de Descartes a même aggravé l'erreur de sa méthode. Faite d'intuitions téméraires il ne pouvait en tirer logiquement que des conclusions douteuses : « M. Conduit, neveu du chevalier Newton, m'a assuré que son oncle avait lu Descartes à l'âge de vingt ans, qu'il crayonna les marges des premières pages, et qu'il n'y mit qu'une seule note, souvent répétée : *erreur* ; mais que, las d'écrire erreur partout, il jeta le livre et ne le relut jamais [1]. »

On conçoit que, placé à ce point de vue, Voltaire ait pu se dispenser d'une réfutation détaillée du cartésianisme. Du moment que l'évidence cartésienne ne se distingue pas aux yeux de Voltaire des rêveries qu'elle doit supplanter, il suffit de critiquer les applications du système pour montrer le vice de son principe.

Or cette critique a été faite de main de maître par Newton. Nous avons vu [2] que la physique de Newton, dans sa partie la plus incontestable, la mécanique céleste, va directement à l'encontre du système des tourbillons. Même en accordant à Descartes l'hypothèse de la matière subtile, même en se plaçant dans le cas le plus favorable aux mouvements tourbillonnaires, Newton a fait voir que le système cartésien contredit les lois de Kepler, les lois expérimentales de l'hydrodynamique, les lois qui régissent la vitesse des astres au voisinage du périhélie. De ces contradictions Newton ne voulait conclure que l'inanité du système des tourbillons, et il se gardait de prétendre quoi que ce soit touchant la métaphysique de Descartes. Voltaire se montre moins réservé. Les résultats de Newton prouvent pas des raisonnements physiques, c'est-à-dire irréfutables, que l'hypothèse de la matière subtile est contraire aux faits. « Avant de calculer la force centrifuge et la vitesse de cette matière subtile, il fallait s'assurer qu'elle existât, et supposé qu'elle existe, il est encore démontré faux qu'elle puisse être la cause de la pesanteur [3] .»

Mais si la matière subtile est fiction, on devra aussi taxer de fiction la conception cartésienne de l'étendue. Plus Descartes a fait d'efforts pour déduire d'une notion fondamentale tous les

1. V. *Lett. Phil.*, XV.
2. V. plus haut, la Gravitation Universelle et la Mécanique Céleste.
3. *Lett. Phil.*, XV.

détails de la physique, plus on doit trouver suspecte cette notion elle-même du moment où ses conséquences sont démontrées fausses. Les principes de Descartes n'ont pas besoin d'être réfutés comme tels. Ils succombent sous le poids de leurs propres conséquences. Par un sentiment assez naturel chez l'auteur d'un système, Descartes avait pensé qu'après ses principes la physique était virtuellement achevée. L'histoire lui donne un démenti, et il suffit qu'un astronome de génie ait ruiné l'astronomie cartésienne pour que tout le système se trouve ébranlé.

C'est là ce que Voltaire a nettement compris. Il a été frappé de ce fait qu'un système philosophique, pour perdre sa valeur, n'a pas besoin d'être démontré faux : il suffit qu'il tombe en désuétude. En Angleterre, dans les milieux que fréquentait Voltaire, et où la philosophie newtonienne avait force de loi, personne ne s'était attardé à démontrer l'inanité du cartésianisme. On laissait le cartésianisme tomber dans l'oubli par la seule force du temps. Si Voltaire s'était avisé de discuter pied à pied le cogito, la preuve ontologique, la distinction de la substance pensante et de la substance étendue, il est fort probable qu'il eût malgré lui redonné des forces à la métaphysique cartésienne, car sur le terrain des discussions verbales l'école cartésienne avait tout prévu. Au lieu de cela, il a préféré opposer au système de Descartes l'ensemble des résultats nouveaux de la science newtonienne. De cette simple confrontation devait sortir l'évidence : le cartésianisme est une métaphysique qui a fait son temps, et n'apprend plus rien ; la philosophie expérimentale est seule féconde, c'est donc à elle qu'il faut s'adresser.

Le premier effet de la physique de Newton devait être de modifier complètement l'idée qu'on se faisait de la « nature ». Le mot même de « nature » se trouve rarement chez Descartes. Il est remplacé par celui de « monde » ou d'« univers », dont la signification est assez différente. Lorsque Descartes essayait, dans son *Traité du Monde*, de faire une synthèse des lois physiques, il voulait avant tout que cette synthèse fût complète. Le *monde* représentait à ses yeux la *totalité* des phénomènes, et le caractère d'une théorie comme la sienne était de *tout* expliquer. Descartes n'ignorait pas que la complexité des faits va à l'infini. Mais cette infinité demeure explicable pourvu qu'on

l'analyse dans l'ordre voulu. Il y a une méthode et une seule qui permet de construire l'univers tout entier comme l'on construirait un mécanisme dont les pièces se suivent dans un ordre déterminé. Assimiler le monde à une machine dont il suffit de savoir le secret pour en comprendre le fonctionnement, tel est le point de départ de Descartes. Que ce secret consiste en un choc d'atomes ou en un tourbillonnement de matière subtile, il importe assez peu au fond. Une fois qu'il a été saisi, rien ne peut plus demeurer mystérieux.

Déjà Leibniz s'était élevé contre cette vue purement cinématique des choses. Au mécanisme géométrique de Descartes, il avait substitué une conception dynamique. Le monde est machine si l'on veut, mais au même sens où les êtres vivants sont machines, c'est-à-dire machines jusque dans leurs moindres détails, machines à l'infini. En d'autres termes, si tout se fait par des lois mécaniques, il n'y a aucun moment où nous puissions saisir l'élément ultime de ce mécanisme, atome ou tourbillon. L'élément dernier, d'après Leibniz, n'est pas mécanique, il est « force » dans le sens le plus obscur du mot, dans le sens psychologique. Par là Leibniz modifiait complètement l'idée du « monde » telle qu'elle se présente chez Descartes. Le monde n'est plus la substance étendue, considérée dans sa totalité et dans l'ensemble de ses modifications. Il ne s'oppose plus à la substance pensante comme un spectacle au spectateur. Le monde est un ensemble de puissances, de forces, d'appétitions. Entre ces forces et la force psychique, il y a des analogies réelles, confusément entrevues. De même que l'âme évolue constamment, les efforts de la nature se développent sans cesse, et notre connaissance doit suivre cette évolution.

Si l'on débarrasse l'idée de Leibniz de ce qu'elle a de métaphysique, on arrive à une conception de la « nature » voisine de celle que Voltaire tire de la philosophie newtonienne. La nature est un ensemble de *puissances*. Prenons soin d'ôter à ce mot toute signification surnaturelle. N'entendons par là que ce fait primitif : quelque chose s'opère sous nos yeux et ce quelque chose est objet de science. Nous arrivons à concevoir la nature comme l'ensemble de ces opérations. Il importe peu qu'on nous accuse de personnifier une abstraction, de voir sous l'aspect humain une activité qui n'a rien d'humain. Si

nous avons conscience de faire une abstraction, nous ne courons aucun danger. L'erreur serait de se faire comme Descartes une image simpliste de l'univers, d'assimiler la nature à un artisan disposant de moyens limités. Il est plus raisonnable et moins risqué de supposer à l'avance dans la nature une infinité de pouvoirs distincts. Parmi ces pouvoirs, les uns sont comparables aux artifices mécaniques ; les autres ont des analogies différentes, d'autres enfin nous sont totalement inconnus. De toutes façons, ce qui nous est donné en premier lieu, le fait incontestable, c'est la *nature* avec l'infinie variété de ses effets ou de ses puissances. Admettre *a priori* que toutes ces puissances peuvent se ranger en une série linéaire et faire l'objet d'une explication mécanique, c'est une hypothèse d'autant plus digne de défiance qu'elle vient de subir, avec la théorie des tourbillons, un échec signalé. Tout ce qu'on peut dire avec certitude c'est que la multitude de ces effets, de ces puissances est susceptible d'analyse. Mais il est vraisemblable que le mécanisme n'est pas l'instrument universel, le seul mode d'analyse utilisable par l'esprit humain.

La science peut se définir l'étude analytique de la nature. Cette définition est presque à l'antipode de l'idée cartésienne, elle s'oppose à la définition synthétique de la science, conçue comme construction de l'univers. Déjà, dans la préface des *Principes*, Newton déclarait avec toute la netteté désirable que l'objet propre de la philosophie est l'étude des puissances naturelles, et nullement la déduction *a priori* des lois physiques. « Nous qui avons pour objet non les arts, mais l'avancement de la philosophie, ne nous bornant pas à considérer seulement les puissances manuelles, mais *toutes celles que la nature emploie dans ses opérations*, nous traitons principalement de la pesanteur, la légèreté, la force élastique, la résistance des fluides, et les autres forces de cette espèce, soit attractives, soit répulsives[1]. » Newton a l'idée que la classification des problèmes physiques ne dépend pas de notre esprit. C'est la nature même qui nous impose un certain ordre, une certaine division dans l'étude de ses effets. Il est, par exemple, tout un ensemble de phénomènes qui semblent dépendre d'une même « puissance » de la nature,

1. V. Préface de 1686.

la pesanteur ou la légèreté. Ces phénomènes forment de la sorte un groupe séparé des autres. D'autres phénomènes se coordonnent autour d'autres puissances, ou d'autres forces, force élastique, résistance des fluides, etc. Ils forment eux aussi des groupes homogènes. Entre ces groupes, l'analyse ne découvre pas d'abord de réduction ; c'est seulement par exception qu'il nous est permis, après de longs tâtonnements, de ramener l'une à l'autre deux puissances distinctes de la nature. Le physicien expérimental ne se soucie pas tout d'abord de cette réduction. Il ne prend pas son point de départ, comme le faisait Descartes, dans la possibilité d'un mécanisme universel. Au lieu de créer l'univers de toutes pièces, il préfère partir d'une « propriété particulière de la nature » et reconstruire, en partant de cette propriété, un système de phénomènes particuliers. C'est ainsi que l'attraction découverte par Newton n'est pas pour lui l'explication dernière des phénomènes. Elle est un nom commode qui sert à désigner une des puissances sous lesquelles viennent se coordonner un grand nombre de faits. L'étude de l'attraction comme l'étude de toute « propriété de la matière » ne pourra se faire que par voie d'analyse, et pourtant ce sera en quelque sorte « l'histoire d'une création nouvelle[1] ». Cela veut dire que la mécanique newtonienne, en nous révélant *une des puissances* de la nature, rend saisissable à l'analyse *un des aspects* de l'univers.

Voltaire a été très vivement frappé de la conception newtonienne de la « nature » et des « puissances de la nature ». Un mot qui revient sans cesse sous sa plume lorsqu'il s'agit des forces newtoniennes est celui de *ressort*. Il appelle la gravitation

« Ce ressort si puissant, l'âme de la nature[2] .»

Il faut entendre par cette expression imagée quelque chose d'assez précis et d'assez particulier. L'attraction universelle est à ses yeux un des ressorts de la nature, comme la force magnétique, comme la force du feu sont des ressorts de la nature. Cela veut dire que l'attraction universelle est une qualité

1. Cf. *Voltaire, Lett. Phil.*, XII.

2. *Lettre sur la physique de Newton*, à Mme la marquise du Châtelet, imprimée en tête des *Eléments de Newton* donnés au public par M. de Voltaire, 1738-42.

primitive de la matière, une de ces « qualitates primigeniae » dont parle Newton au début de *l'Optique*. Entre ces qualités primitives et les qualités occultes, il y a la différence que nous avons signalée[1] et que Voltaire a fort bien saisie. Celles-ci sont des qualités pures, c'est-à-dire qu'elles ne sont pas susceptibles de s'exprimer en nombre, de s'évaluer rigoureusement; elles appartiennent à certains corps à l'exclusion des autres, et rien ne permet de prévoir quels corps en seront doués. Au lieu de cela, la « qualité gravifique », l'attraction universelle appartient individuellement à tous les corps et à toutes les parcelles de chaque corps. Elle est mesurable mathématiquement et, à vrai dire, c'est seulement un nom qui permet d'énoncer brièvement un ensemble d'observations. « L'attraction agit sur tous les corps, et devient une *qualité palpable*, bien loin d'être une qualité occulte... La différence entre les qualités de l'aimant, de l'adhésion, de l'élasticité, et celle de l'attraction, c'est que la nature présente les unes à nos yeux, et que Newton a découvert l'autre à notre esprit. »

Si Voltaire avait connu les travaux d'Ampère sur l'aimant, les théories modernes de l'élasticité et de la cohésion, il eut sans doute jugé encore plus voisines les qualités de la gravitation d'une part, les qualités élastique et magnétique d'autre part. Toutes ces qualités lui eussent semblé jouer le rôle de ressorts de la nature, c'est-à-dire pouvoir s'exprimer au moyen d'une loi mathématique élémentaire d'où se déduisent les relations expérimentales. La découverte de Newton a consisté précisément à mettre au jour un ressort nouveau, dont les effets étaient connus depuis longtemps, mais dont la simplicité avait échappé jusque-là. Il a fait voir qu'une loi mathématique d'action rend compte de tous les phénomènes célestes. Cette découverte a été importante par elle-même, mais elle est capitale surtout par la conception de la science qu'elle fournit.

Ceux qui voudront, après Newton, contribuer au progrès des sciences physiques, n'auront qu'à l'imiter dans d'autres domaines, en dégageant des faits une force nouvelle, un ressort nouveau, qui fera voir l'agencement de phénomènes nouveaux.

1. V. plus haut. *la Physique expérimentale et l'Hypothèse.*

connaissances. Par là ils tombent tous sous une commune critique, que le newtonisme a su éviter.

Le fait capital qui a reçu sa consécration du triomphe des idées newtoniennes, c'est la chute de l'*esprit de système*. Voltaire s'est rendu compte de ce fait, et par là il a devancé le jugement de l'histoire. Newton n'a point fondé d'*Ecole* précisément parce qu'il n'a point fondé de système. Tous les physiciens successeurs de Newton sont, dans une certaine mesure, ses disciples, mais cela veut dire qu'ils perfectionnent sa méthode, non qu'ils propagent sa doctrine. Le newtonisme n'est pas un ensemble d'axiomes philosophiques, ou même d'axiomes scientifiques, prétendant s'imposer à l'esprit par la vertu d'une logique interne. C'est tout au plus une orientation d'esprit, un jour sous lequel on envisage les choses. S'il faut en croire Voltaire, Newton avait fait sienne la devise de la Société Royale de Londres : *Nullius in Verba*. Il n'est pas de doctrine qui soit parfaite en soi ni qui puisse supplanter toutes les autres. S'appuyer sur les paroles d'un maître, c'est aller à l'encontre de toute méthode puisque les paroles d'un maître, si profondes soient-elles, ne peuvent avoir l'ampleur de l'expérience.

Descartes avait fort bien compris que tous les systèmes antérieurs au sien étaient défectueux par la base. A la méthode d'autorité, il voulait substituer une méthode rationnelle. Mais il n'a éliminé de la sorte qu'une des formes de l'esprit de système, celle qu'on peut appeler l'esprit de secte, l'esprit d'autorité. Le *Discours de la Méthode* n'est qu'une préface à un système nouveau. Suivre en tout l'évidence géométrique, vouloir une fois pour toutes tracer sa voie à l'expérience, c'est encore suivre un maître, c'est la forme la plus subtile et la plus dangereuse de l'esprit de système. Si Descartes s'était contenté de discerner le vrai du faux, de révoquer en doute tout ce qui ne lui semblait pas démontré, il eût été newtonien avant Newton. De même on peut dire que l'auteur de l'*Optique*, en séparant rigoureusement les Théorèmes et les Questions, c'est-à-dire le certain et le douteux, a été plus cartésien que Descartes lui-même[1]. Il a su comprendre la règle de l'évidence, mais il n'a

1. V. *Préface des Principes*. « Les conjectures qu'il a hasardées à la fin « de son livre sous le nom de Recherches, ne sont que des doutes, et il « ne les donne que pour tels, et il serait presque impossible que celui qui

pas préjugé de la nature de l'évidence, il a admis tout ce qui était confirmé à la fois par l'expérience et par le calcul.

Au lieu de cela, Descartes posait *a priori* que l'évidence doit être intuitive, l'expérience n'y peut avoir aucun rôle. Ce qui est purement intelligible est nécessairement vrai, et d'autant plus vrai qu'il est plus intuitif. « Le système de Descartes semble rendre une raison plausible des phénomènes, et cette raison paraissait d'autant plus vraie qu'elle est simple et intelligible à tout le monde. Mais, en philosophie, il faut se défier de ce qu'on croit entendre trop aisément aussi bien que des choses qu'on n'entend pas [1]. » C'est parce qu'il a voulu rattacher *toute* la science à *un seul* principe que Descartes est tombé dans l'esprit de système. Peu importe que ses principes soient nouveaux ; du seul fait qu'il a voulu suspendre toute connaissance à la métaphysique, Descartes est resté dans l'ornière ancienne. « La géométrie était un guide sûr que Descartes avait en quelque façon formé et qui l'aurait conduit sûrement dans sa physique. Cependant il abandonna à la fin ce guide et se livra à l'*esprit de système*. Alors sa philosophie ne fut plus qu'un roman ingénieux et tout au plus vraisemblable pour les philosophes ignorants de notre temps. Il se trompa sur les lois de la nature, de l'âme, sur les lois du mouvement, sur la nature de la lumière. Il admit des idées innées, il inventa de nouveaux éléments, il créa un monde, il fit l'homme à sa mode, et on dit avec raison que l'homme de Descartes n'est en effet que celui de Descartes, fort éloigné de l'homme véritable [2]. » Newton, au contraire, « ne fit jamais de système. » Il n'enseigna aucune vérité qui ne fut fondée sur la plus sublime géométrie ou sur des expériences incontestables. « S'il y avait encore quelqu'un d'assez absurde pour soutenir la matière subtile et la matière cannelée, pour dire que la terre est un soleil encroûté, que la lune a été entraînée dans le tourbillon de la terre, que la matière subtile fait la pesanteur, et toutes les autres opinions romanesques substituées à l'ignorance des vraies, on dirait : cet homme est Cartésien. S'il croyait aux monades, on dirait : il

« n'avait jamais affirmé que des vérités évidentes, n'eût pas douté de tout « le reste ».

1. *Lett. Phil.* XV. Ed. 1734.

2. V. *Lett. Phil.*, XIV, sur Descartes et Newton.

est Leibnizien. Mais on ne dira pas de celui qui sait les éléments d'Euclide qu'il est Euclidien, ni de celui qui sait, d'après Galilée, en quelle proportion les corps tombent, qu'il est Galiléen. Aussi en Anglelerre, ceux qui ont appris le calcul infinitésimal, qui ont fait les expériences de la lumière, qui ont appris les lois de la gravitation, ne sont point appelés Newtoniens. C'est le privilège de l'erreur de donner son nom à une secte [1].»

En rejetant l'esprit de système, Newton rejetait la métaphysique. Ne faisait-il pas du même coup tort à la physique, à la science positive, qu'on est accoutumé à regarder elle aussi comme un système ? L'histoire nous enseigne que le développement de la science est allé de pair avec les grandes hypothèses métaphysiques, et Voltaire, en suivant Newton, ne risquait-il pas de diminuer la science, de la priver d'un secours précieux ?

A cela on doit répondre en se reportant aux circonstances historiques où se trouvait Voltaire. Au moment où il publia son *Essai sur la nature du Feu et sur sa propagation* [2], Voltaire s'adressait à un public entièrement ignorant des idées nouvelles. S'il faut en croire l'Avertissement des éditeurs, il était luimême encore très éloigné de la véritable physique, « celle qui s'occupe des faits et non des hypothèses, celle qui cherche des vérités et non des systèmes ». Plus tard, quand Voltaire eut définitivement rompu avec le cartésianisme, quand il devint en France le représentant le plus actif des tendances newtoniennes, il eut à lutter énergiquement contre les cartésiens, ses premiers admirateurs. « Un reste de cartésianisme qu'on trouvait dans un ouvrage paraissait presque un mérite qu'il fallait encourager. » On préférait modifier, compléter, améliorer la théorie des tourbillons, plutôt que de la rejeter résolument au profit d'une théorie nouvelle.

C'est cette longue résistance du cartésianisme qui explique la défiance de Voltaire pour l'esprit de système. Newton demeura longtemps contesté en France, parce que ses idées ne formaient pas un ensemble complet, parce qu'il supplantait la

1. V. *Préface des Principes*, p. VII.
2. 1738.

philosophie de Descartes, sans la remplacer par une autre philosophie. Physicien et physicien seulement, il laissait sans réponse beaucoup des problèmes soulevés par la métaphysique, il refusait de donner satisfaction à l'esprit constructif, si vivace en France. Si Voltaire avait placé avant tout l'amour-propre national, il lui eût été facile de reprocher aux Anglais le manque de sens métaphysique. Le cartésianisme, après tout, n'avait pas été sans fécondité, et l'on pouvait en espérer encore des résultats utiles. Le mérite de Voltaire, trop souvent méconnu, est d'avoir compris qu'à ce moment la lutte ne se livrait pas entre deux traditions métaphysiques, la tendance cartésienne d'une part, la tendance newtonienne de l'autre. Il a clairement senti que le newtonisme était une attitude d'esprit toute spéciale, qui devait marquer une ère nouvelle. A la place des anciennes métaphysiques, des anciens *systèmes* qui prétendaient dominer la science par des axiomes abstraits, allait surgir une science positive, se constituant d'elle-même. A côté de cette science, toute métaphysique deviendra vite oiseuse et superflue. L'histoire, mieux qu'aucun argument, se chargera de l'éliminer. Envisagée à ce point de vue, la science newtonienne devient le point de départ d'une philosophie positive, et Voltaire, en vulgarisant cette science, s'est fait le promoteur d'une telle philosophie.

Au premier abord, il peut paraître étonnant de soutenir que Voltaire, que Newton lui-même, sont les précurseurs du positivisme. Le positivisme, tel qu'il a été constitué par Auguste Comte, est une doctrine si précise, si particulière, qu'il est difficile de la séparer de la personne même du fondateur. Elle se compose de trop de tendances, réagissant les unes sur les autres, pour qu'on puisse espérer en trouver l'origine dans une philosophie unique. Auguste Comte s'est efforcé lui-même de rechercher ses antécédents historiques, et il a signalé l'affinité de sa doctrine avec les systèmes les plus différents. Il y a plus. Nous ne faisons aucune difficulté de reconnaître que les sympathies d'Auguste Comte vont plus nettement à des hommes comme Descartes qu'aux philosophes de l'école voltairienne. Aussi ne prétendons-nous point chercher dans Newton et dans ce que Voltaire a pris de Newton la source unique du positivisme. Nous tenons simplement à établir que sans l'influence

de Newton et de ses méthodes, l'esprit positif eût été impossible.

L'esprit positif, d'après Comte lui-même, est une expression qui possède plusieurs sens. Par un de ces sens au moins, l'esprit positif est entièrement hostile aux tendances de Newton et de Voltaire. C'est par essence un esprit constructeur, un esprit de système [1]. Si Auguste Comte se montre antipathique à l'œuvre de Voltaire, c'est surtout parce qu'il n'y a vu qu'une œuvre négative, une destruction du passé. Au contraire, ce qu'il goûte chez Descartes, ce qu'il goûte même chez Aristote, c'est l'effort de synthèse tenté par ces penseurs pour se faire une vue d'ensemble de l'univers.

Mais l'esprit positif n'est pas seulement un esprit de synthèse, c'est aussi un esprit de précision, s'opposant aux généralités abstraites, un esprit de relativisme, s'opposant aux axiomes absolus. En ce sens, Comte est plus qu'il ne pense le disciple de Newton et de Voltaire. Les réserves introduites à chaque instant par Newton dans le domaine des hypothèses, l'ironie même dont Voltaire fait emploi contre les prétentions d'une métaphysique absolue, ont servi la cause du relativisme. Sous ses apparences purement critiques, la philosophie voltairienne a fait plus que toutes les doctrines pour le retour au « sens commun ». Ce sens commun, cet « esprit public », où Auguste Comte voit le rudiment nécessaire de tout esprit philosophique, c'est Voltaire, guidé par Newton, qui l'a élevé au rang de méthode. Sans les progrès de l'idée de loi, dus aux travaux scientifiques de Newton, sans la décadence de l'esprit métaphysique, due aux polémiques de Voltaire, l'idée d'une science relative n'eût pas été possible, et avec elle l'esprit positif perdait un de ses traits distinctifs. C'est donc avec justice qu'on peut rapporter à Voltaire, et à ce que Voltaire tenait de Newton, non la totalité du positivisme, mais le trait essentiel de l'esprit positif.

Un premier caractère de la méthode newtonienne, sur lequel Voltaire insiste à maintes reprises, et qui se retrouve tel quel chez Auguste Comte, c'est la défiance de l'hypothèse pour l'hypothèse. Les véritables physiciens, qui sont en même temps les véri-

1. Cf. L. Lévy-Bruhl, *La Philosophie d'Auguste Comte* (F. Alcan).

tables géomètres, doivent « embrasser avec courage cette physique admirable, qui n'est fondée que sur les faits et sur le calcul, qui rejette toute hypothèse et qui par conséquent est la seule physique véritable [1] ». L'hypothèse n'est acceptable que comme indice, comme guide provisoire. Il faut savoir y renoncer sitôt qu'elle cesse d'être utile. Le vice radical de tout système, ou, pour employer le langage de Comte, le propre de l' « esprit métaphysique » est d'inventer d'abord des principes au moyen desquels on veut tout éclaircir. Une hypothèse, déguisée du nom de principe, n'en acquiert pas plus de valeur. Il ne suffit pas qu'elle puisse donner lieu à des déductions cohérentes, il faut pour qu'elle soit digne d'estime qu'elle cadre avec les faits, et pour cela il est convenable d'attendre qu'elle soit suggérée par eux. En d'autres termes, l'hypothèse légitime, celle qui peut parfois rendre des services, c'est l'hypothèse analytique. L'hypothèse dangereuse, qui doit à jamais être bannie de la science positive, c'est celle qui prétend remplacer notre ignorance par des présomptions. « Il est clair qu'il ne faut jamais faire d'hypothèse. Il ne faut point dire : commençons par inventer des principes avec lesquels nous tâcherons de tout expliquer. Mais il faut dire : faisons exactement *l'analyse des choses*, et ensuite nous tâcherons de voir avec beaucop de défiance si elles se rapportent avec quelques principes [2]. » L'erreur la plus grave est de prétendre ramener toutes choses à *un principe*. Le goût de l'hypothèse ne peut pas prendre de forme plus simple et plus avouée. Admettre *a priori* une science absolue, croire que cette science est suspendue à un principe absolu, que ce principe nous est accessible immédiatement, c'est l'esprit de système dans ce que Voltaire lui trouve de plus naïf. C'est aussi le contraire de l'esprit positif. La défiance, même excessive, des hypothèses, s'est transmise de Newton à Voltaire et de Voltaire à Auguste Comte [3].

Une seconde forme de l'esprit positif qu'on rencontre à chaque

1. V. *Défense du Newtonianisme*, 1739. *Voltaire*, Œuvres complètes, Ed. Dupont, t. XXX, p. 328.

2. Cf. *Traité de Métaphysique*, ch. III.

3. Auguste Comte allait jusqu'à rejeter les hypothèses scientifiques comme celle de l' « éther ».

instant chez Voltaire, c'est le sentiment de réserve scientifique qu'il faut se garder de confondre avec un demi-scepticisme. Il arrive souvent que le doute soit pour nous le dernier mot de la science. Dans sa *Lettre à M. de Maupertuis,* dans sa *Défense du Newtonianisme,* Voltaire insiste sur ce fait que le savant doit savoir s'arrêter dès que la certitude l'abandonne. Fidèle au sentiment qui guidait Newton au moment où il écrivait ses *Quæstiones opticæ,* Voltaire fait voir que la certitude scientifique ne s'acquiert qu'au prix d'un déchet énorme. Il faut, pour établir une vérité certaine, laisser irrésolues des milliers de questions. La science ne progresse qu'à ce prix. « Nous avons des expériences qui, quoique très fines pour nous, sont encore très grossières par rapport aux premiers principes des choses. Ces expériences nous ont conduits à quelques vérités, et surtout à des *doutes* en grand nombre, car les doutes doivent être souvent en physique ce que la démonstration est en géométrie, la conclusion d'un bon argument[1]. »

On le voit, le doute que Descartes plaçait au début de la science, à seule fin de mieux l'éliminer ensuite, est réintégré par Newton à la fin de la science, pour servir de frein aux hypothèses. Ce doute n'est pas du scepticisme. C'est l'aveu non d'un vice de méthode, mais d'un défaut d'information. Il est destiné à tomber tôt ou tard devant le progrès des investigations. Auguste Comte admettra lui aussi que l'application des méthodes doit être progressive, que la science ne peut à aucun moment épuiser un ordre de phénomènes quel qu'il soit. L'étude de la nature doit se faire dans un certain ordre, qui est déterminé par la classification des sciences. Lorsqu'une science n'est pas encore assez parfaite pour s'appliquer avec fruit à certaines recherches, le bon sens et l'esprit de méthode recommandent tous deux l'abstention. L'effort doit porter alors sur les sciences inférieures, sur le perfectionnement préliminaire des connaissances plus simples. Un doute opportun est la marque où se reconnaît ainsi l'esprit positif. Sur ce point Auguste Comte est le disciple fidèle de Voltaire et de Newton.

Non seulement le savant doit savoir douter chaque fois qu'il ne possède pas de preuve, mais il doit s'attendre à douter tou-

1. *Essai sur la Nature du Feu,* Introduction.

jours, à rencontrer aux limites de la science un domaine fermé à ses recherches.

Déjà au cours du développement de la science, un esprit réfléchi se heurte à des notions obscures, irréductibles. Telle est la notion de matière, dont Descartes faisait le type des idées claires, et qui pour Voltaire ne peut être conçue par l'esprit humain. « ... C'est là que Newton, examinant l'extrême porosité des corps, chaque partie ayant ses pores, et chaque partie de ces parties ayant les siens, fait voir qu'on n'est pas assuré qu'il y ait un pouce cubique de matière solide dans l'univers ; *tant notre esprit est éloigné de concevoir ce que c'est que la matière*[1]. » Ce qui est vrai de la matière en soi est vrai aussi de l'étendue en soi, du mouvement en soi, d'un grand nombre de concepts physiques dont on se sert avec succès, mais dont le secret nous demeure caché. Il n'y a rien là qui puisse nuire aux progrès de la science. C'est une simple constatation de l'impuissance où nous sommes à pénétrer le fond des choses, à ramener aux idées claires la totalité de nos expériences. « Les égarements de tous ceux qui ont voulu approfondir ce qui est impénétrable pour nous, doivent nous apprendre à ne pas vouloir franchir les limites de notre nature. La vraie philosophie est de savoir s'arrêter où il faut, et de ne jamais marcher qu'avec un guide sûr[2]. »

En d'autres termes, la philosophie expérimentale doit se rendre compte qu'une connaissance absolue lui demeure à jamais refusée. Le seul but auquel elle puisse prétendre, c'est la réduction des faits à un certain nombre de lois simples. Ces lois simples, ces ressorts de la nature, n'ont rien d'absolu. Ils ne représentent ni la vérité dernière, ni la parfaite intelligibilité. Ce sont des étapes où l'esprit s'arrête pour contempler de là le terrain parcouru. Beaucoup de ces lois demeurent à découvrir, et rien ne prouve qu'elles soient toutes accessibles. La nature de nos facultés s'oppose sans doute à ce que nous dissipions entièrement le mystère des choses, car la réalité possède une ampleur que notre intelligence n'a pas. « Je ne dis pas que le principe de la gravitation soit le seul ressort de la physique.

1. V. *Lett. Phil.*, XV.
2. *Traité de Métaph.*, ch. III.

Il y a probablement bien d'autres secrets que nous n'avons point arrachés à la nature, et qui conspirent avec la gravitation à entretenir l'ordre de l'univers. La gravitation, par exemple, ne rend raison ni de la rotation des planètes sur leurs propres centres, ni de la détermination de leurs orbes en un sens plutôt qu'en un autre, ni des effets surprenants de l'élasticité, de l'électricité, du magnétisme. Il viendra un temps peut-être où l'on aura un assez grand nombre d'expériences pour reconnaître quelques autres principes cachés. Tout nous avertit que la matière a beaucoup plus de propriétés que nous n'en connaissons. Nous ne sommes encore qu'au bord d'une œuvre immense. Que de choses restent à découvrir ! Mais aussi que de choses sont à jamais hors de la sphère de nos connaissances[1]. »

Ces dernières paroles de Voltaire pourraient aussi bien être d'Auguste Comte ou de Littré. Elles font voir sur le vif le progrès accompli depuis Descartes jusqu'au XVIIIe siècle. Descartes se donnait *a priori* le monde comme un problème bien déterminé, entièrement résoluble par une méthode convenable. Rien pour lui ne demeure inaccessible à la raison guidée par l'évidence. Voltaire au contraire a déjà le langage que tiendront bientôt la philosophie critique et la philosophie positiviste. Si une partie du réel peut se saisir par l'effort méthodique de la science, c'est au prix d'une autre partie que nulle science n'atteindra jamais[2]. Ce que nous connaissons est relatif à notre structure mentale, et en dehors du relatif tout nous échappe. L'ère des métaphysiques de l'absolu est close désormais.

Si la métaphysique doit disparaître, par quoi sera-t-elle remplacée ? Telle est la question qui se posera naturellement à l'esprit d'Auguste Comte. On ne détruit que ce qu'on remplace, et on ne sera assuré d'en avoir fini avec les faux systèmes que du jour où on leur substituera un système meilleur. Le positivisme a la prétention d'être ce système nouveau. Il veut faire l'union des esprits sur des bases scientifiques. Voltaire, moins philosophe que Comte, s'est contenté d'une œuvre plus modeste. Il a clairement défini ce domaine relatif où la science

1. V. *El. de la Phil. de Newton*, p. III, ch. XV, et *Diction. Phil.*, Art. *Occultes*.

2. Cf. *Voltaire. Des singularités de la Nature*. ch. XXXIII et XXXIV : Ignorances éternelles.

est possible, il a expliqué par quelles méthodes doit s'acquérir l'esprit positif. C'est l'union intime du calcul et de l'expérience qui est, d'après Voltaire, le seul gage de la vérité. Là où nous ne pouvons pas introduire les nombres, il n'y a pas place pour une connaissance précise ; là où nous ne pouvons pas instituer de contrôle, il n'y a pas place pour une connaissance certaine. Dans les deux cas on raisonne vainement, on n'apprend rien. « Quand nous ne pouvons nous aider du compas des mathématiques, ni du flambeau de l'expérience et de la physique, il est certain que nous ne pouvons faire un seul pas. Jusqu'à ce que nous ayons les yeux assez fins pour distinguer les parties constituantes de l'or d'avec les parties constituantes d'une graine de moutarde, il est bien sûr que nous ne pourrons raisonner sur leurs essences [1]. »

On reconnaît là l'idée newtonienne. Cet appui naturel que doivent se prêter l'induction et le calcul est le trait caractéristique des *Principes*. Mais on reconnaît aussi l'idée qu'Auguste Comte développera bientôt avec tant d'éclat. Il est vain de tenter, comme le faisait Descartes, l'explication des choses par une seule méthode, la méthode géométrique. La complexité de la nature va en croissant d'un ordre de questions à l'autre, et à cette complexité doit correspondre une adaptation progressive des méthodes. Bientôt la géométrie ne suffit plus, il faut recourir à la méthode inductive, puis à d'autres méthodes encore, jusqu'à l'histoire et à la sociologie. Loin de conduire à l'éclectisme, la philosophie de Voltaire a ouvert les voies à la philosophie moderne des sciences. Dans le domaine relatif où l'esprit humain doit se mouvoir, il importe que les différentes sciences se prêtent un appui mutuel. Délivrées enfin du joug de la métaphysique, elles ne sont plus dépendantes d'idées *a priori*, mais elles restent dépendantes les unes des autres. Voltaire a clairement pressenti cette hiérarchie des connaissances qui sera à la base du système d'Auguste Comte.

S'il est un caractère qui appartient en propre à l'esprit positif, c'est le respect des faits. Une science, si parfaite soit-elle, n'est vraiment positive que si elle s'inspire des faits. Il était permis à un savant comme Descartes, déductif à l'excès, d'avoir

1. *Traité de Métaph.*, ch. III.

une idée différente. Pour lui la science contient en elle-même le signe de sa valeur, et ce signe c'est l'évidence. Tant que nous suivons l'évidence, nous progressons dans la connaissance du vrai. Par là Descartes acquérait l'avantage de donner à toutes les parties de la science le même relief, le même éclat d'évidence interne. Pourtant, si l'on se range à la manière de voir des newtoniens, la science cartésienne n'est pas positive. Elle a trop sacrifié à la logique et trop peu à l'objectivité. Aussi la tendance newtonienne a-t-elle été, pourrait-on dire, d'introduire dans cette science trop limpide un peu d'obscurité. Il faut entendre par là que Newton, puis Voltaire, ont taché d'habituer les esprits à accepter les faits comme tels, fussent-ils incompréhensibles, semblassent-ils même absurdes. Moins d'évidence et plus de sécurité, tel a été le mot d'ordre donné par Voltaire aux disciples de Newton en France.

Même des Cartésiens, comme Fontenelle, ont fort bien compris ce revirement. Dans son parallèle de Descartes et de Newton[1], Fontenelle s'exprime ainsi : « L'un (Descartes), prenant un vol hardi, a voulu se placer à la source de tout, se rendre maître des premiers principes par quelques idées *claires et fondamentales,* pour n'avoir plus qu'à descendre aux phénomènes de la nature comme à des conséquences nécessaires. L'autre, plus timide ou plus modeste, a commencé sa marche par s'appuyer sur les phénomènes pour remonter aux principes inconnus, résolu de les admettre *quelque les pût donner* l'enchaînement des conséquences. L'un part de ce qu'il entend nettement pour trouver la cause de ce qu'il voit, l'autre part de ce qu'il voit pour en trouver la cause, *soit claire soit obscure.* Les principes évidents de l'un ne le conduisent pas toujours aux phénomènes tels qu'ils sont. Les phénomènes ne conduisent pas toujours l'autre *à des principes assez évidents.* » Il semble bien que le jugement de Fontenelle ait été consacré par l'histoire. C'est à Newton et à Voltaire que l'esprit moderne doit cette habitude, de préférer un fait bien établi à une explication douteuse. Le fait a par lui-même son prix, et souvent l'explication surgit du rapprochement de faits inexpliqués. Le positivisme tiendra grand compte de cette tendance d'esprit.

1. V. Fontenelle, *Éloge de Newton.*

C'est un des caractères du système d'Auguste Comte d'accepter d'abord le fait tel qu'il est, puis de modeler la science sur l'ordre objectif.

Bien qu'il y ait chez Newton et chez Voltaire beaucoup de ce qu'on trouvera chez Comte, il est un point qui reste embarrassant et qui permettrait de suspecter leurs affinités avec le positivisme. Il y a encore chez l'un comme chez l'autre une part d'esprit métaphysique. Nous l'avons vu en ce qui concerne Newton, quand nous avons esquissé dans le chapitre précédent la métaphysique qui se dégage de son œuvre. Mais déjà alors nous avons dû reconnaître ce qu'il y a de factice dans la métaphysique newtonienne. Elle est plutôt un aveu de mysticisme qu'une suite logique de la philosophie. Par là elle crée non pas une différence, mais une similitude de Newton à Comte. La seconde philosophie d'Auguste Comte, où le cœur et l'instinct tiennent tant de place, n'est pas plus contradictoire avec le positivisme que la théodicée de Newton ne contredit les *Principes*. Elle se développe à côté du système, sur des fondements extra-logiques.

En ce qui regarde la métaphysique de Voltaire, la question est assez différente. A aucun moment de son existence, Voltaire n'a complètement négligé la métaphysique. Il lui a consacré des articles nombreux, des traités entiers. Il ne peut être question chez lui d'une satisfaction donnée à l'instinct religieux. On ne peut pas non plus regarder sa métaphysique comme la revanche du cœur sur la raison. Lorsque Voltaire raisonne de Dieu et de l'âme, il reste constamment placé au point de vue dialectique, sans grand souci du sentiment. Nous ne déciderons pas si tout bien compté, et la part faite à l'ironie, il reste autre chose de cette métaphysique que le dénigrement de toute métaphysique. Ce qu'il nous importe de connaître, c'est comment dans cette dialectique s'introduit l'esprit newtonien, et comment il a pu ici même servir la cause du positivisme.

On connaît la déclaration fameuse de Kant, par laquelle celui-ci prétend avoir fait en philosophie une réforme analogue à celle de Copernic. De même que les anciens prétendaient à tort que l'univers gravite autour de la terre, de même les métaphysiciens dogmatiques voulaient que toute connaissance tournât autour de quelques axiomes absolus. L'esprit

critique part du principe contraire. Il fait du mouvement de la pensée un mouvement relatif, et se limite au monde des phénomènes.

Cette idée, dont on fait gloire à Kant, parce qu'il l'a développée avec le plus grand formalisme, n'est pas propre à son système. C'est une des formes de l'esprit positif, et comme telle elle se trouve très nettement chez Voltaire et chez Newton. La métaphysique de Voltaire est un effort de relativisme conscient. « Je voudrais, dans la recherche de l'homme, me conduire comme j'ai fait dans l'étude de l'astronomie. Ma pensée se transporte quelquefois hors du globe de la terre, de dessus laquelle tous les mouvements célestes paraissent irréguliers et confus. Et après avoir observé le mouvement des planètes comme si j'étais dans le soleil, je compare les mouvements apparents que je vois de la terre avec les mouvements véritables que je verrais si j'étais dans le soleil. De même je vais tâcher en étudiant l'homme de me mettre hors de sa sphère et hors d'intérêt, et de me défaire de tous les préjugés d'éducation, de patrie, et surtout des préjugés de philosophie[1]. » Une pareille déclaration nous semble équivalente, à l'expression près, aux professions de foi critiques de Kant. Elle signifie que pour Voltaire la métaphysique ne peut se faire qu'après le choix d'un point de vue déterminé. Nos idées sur Dieu, sur l'âme et sur la nature ne peuvent prétendre à une valeur absolue pas plus que le système de Newton ne nous fait connaître la raison absolue des mouvements célestes. Sur ce point, on ne saurait exagérer l'influence exercée sur le XVIIIe siècle français par la loi de la gravitation universelle. Cette loi était, dans la science astronomique, le premier exemple de substitution d'une simple relation mathématique aux explications causales. Newton lui-même disait qu'elle n'était pas le dernier mot des choses, mais servait seulement à relier les faits. Voltaire a compris, beaucoup mieux encore que Newton, le profit qu'il y aurait à généraliser cette attitude, à transporter dans tous les domaines le sens du relatif que Newton avait inauguré en astronomie. La métaphysique n'échappe pas à ce sort. Elle aussi n'est aux yeux de Voltaire qu'un effort pour

1. Cf. *Traité de Métaph.*, ch. III.

comprendre des relations accessibles, et pour comprendre en même temps que les relations seules sont accessibles. C'est là peut-être le secret des difficultés qu'on a trouvées pour mettre en complet accord les vues métaphysiques de Voltaire. Comment son optimisme s'allie-t-il à son pessimisme, comment les causes finales s'adaptent-elles à la nécessité, comment la Providence s'accommode-t-elle du mécanisme, ce sont là pour une métaphysique absolue des antinomies insolubles. Pour une philosophie comme celle de Voltaire, qui ne prétend saisir des objets transcendants que certains aspects, l'accord est facile et presque naturel.

Au début des « Éléments de la philosophie de Newton », Voltaire développe ses idées métaphysiques d'une manière entièrement conforme à celles de Newton. Il cite d'ailleurs à chaque instant Clarke et Newton. Il les oppose à Descartes et à Leibniz, il se range ouvertement à leur opinion. Pourtant ce serait mal connaître Voltaire que de prendre à la lettre toutes ses déclarations. C'est un esprit trop souple et trop libre pour se contenter du rôle de commentateur. Une réflexion attentive fait vite voir que le chapitre important de cette métaphysique, celui pour lequel sont faits tous les raisonnements sur l'âme et sur Dieu, c'est le chapitre de la Religion Naturelle. Voltaire se soucie fort peu des préférences personnelles de Newton pour l'arianisme contre les trinitaires. L'idée même du Dieu de Newton, remplissant l'espace et la durée, percevant toutes choses par un contact direct, n'est pas l'essentiel à ses yeux. Ce que l'esprit humain doit à Newton, et ce que Voltaire admire sincèrement, c'est le rapprochement opéré par ce grand homme entre Dieu et la nature. Désormais il sera possible à la philosophie naturelle, c'est-à-dire à la physique, non seulement de lutter contre la théologie, mais de la supplanter. Le Dieu contradictoire des religions révélées sera remplacé par une idée nouvelle, celle d'un être qui nous est connu seulement par ses œuvres, et auquel on peut s'élever seulement par la science. L'ordre universel, symbolisé désormais par la loi de la gravitation, prend un sens clair et positif. Cet ordre est accessible à l'esprit, il n'est pas préétabli comme par mystère, il est le plus évident de tous les faits. De la sorte, la seule réalité qui soit accessible à nos moyens de connaissance, la matière,

la nature, nous apparaît comme un tissu de propriétés bien ordonnées, possédant une trame mathématique. Ces propriétés peuvent à coup sûr s'étudier comme telles, sans arrière-pensée métaphysique : c'est la voie que suit la science positive. Mais le procédé inverse n'est pas possible. Nulle métaphysique n'a de valeur si elle ne part des faits, si elle ne regarde comme des données primitives les propriétés de la matière. Ces propriétés, pesanteur, lumière, électricité, etc. sont la seule chose que nous puissions connaître de l'action divine dans la nature. Elles nous révèlent obscurément, mais avec une force invincible, notre ignorance d'abord, et ensuite la nécessité d'un créateur intelligent. Ne cherchons pas à préciser outre mesure la notion qu'on peut avoir de ce créateur. La seule chose importante, c'est de reconnaître qu'il est aux limites de la nature, et qu'on s'élève à la métaphysique par le progrès des connaissances physiques. Newton, en établissant sa loi, a plus fait pour la saine théologie que tous les dogmes de toutes les religions. Il a fait voir que la clarté mathématique, si chère à l'esprit humain, se trouve en effet dans la nature, et qu'elle a dû y être mise par un Dieu géomètre. Voltaire semble penser qu'on peut retrouver le résultat de Newton par mille autres voies : la religion naturelle est le terme commun de toutes les investigations positives.

Chose étrange, la théorie de Voltaire, en se réclamant ouvertement de Newton, a suscité une véritable réaction qui devait profiter à l'athéisme. Déjà Voltaire, en rattachant à Newton son finalisme providentiel, sentait qu'il dépassait les prémisses de Newton. Si l'on rejette toute croyance en l'harmonie préétablie, si l'on veut faire de l'ordre universel une simple constatation d'expérience, une question se pose tout aussitôt. D'où savons-nous que l'ordre universel, fût-il cet ordre mathématique dont la gravitation fournit l'image, est un ordre divin ? N'y a-t-il pas là une erreur anthropocentrique, qui fait voir sous l'aspect divin ce qui réalise au suprême degré l'idéal de la logique humaine ?

En d'autres termes, admettons avec Voltaire que « plus on fait de découvertes dans la structure de l'univers, plus on le trouve arrangé, depuis les étoiles jusqu'au ciron, selon les

lois mathématiques[1] ». N'en devra-t-on pas conclure, comme l'observe Voltaire lui-même, que « ces lois ayant opéré *par leur nature,* il en résulte des effets nécessaires que l'on prend pour des déterminations arbitraires d'un pouvoir intelligent » ? Pour nous expliquer pourquoi le monde obéit aux lois de la gravitation, de l'élasticité, de la chaleur, telles précisément que nous les connaissons, nous invoquons un pouvoir divin qui a décidé du sort de la nature. Mais des esprits vraiment fidèles au relativisme newtonien ne doivent-ils pas rejeter hors de la science cette question d'origine comme toutes les questions d'origine ?

La raison d'être des lois naturelles nous est absolument impénétrable, et leur expression mathématique importe seule au savant. On arrive alors à cette idée que les lois par elles-mêmes, indépendamment de toute genèse providentielle, sont tout ce que nous pouvons connaître. Elles sont ce ressort dernier de la nature que d'autres appellent Providence. Le déterminisme fondé sur les lois physiques se suffit pleinement à lui-même, et la métaphysique doit être rejetée, non seulement comme hypothétique, mais comme erronée. La matière et ses propriétés sont l'unique objet de la philosophie naturelle, et en dehors de la philosophie naturelle, il n'y a rien de scientifiquement certain. On s'explique alors que des hommes comme Lange, ouvertement matérialistes, aient pu se réclamer de la tradition newtonienne, au même titre que Voltaire, ouvertement théiste. Voltaire, bien que son tempérament lui interdît de souscrire au traité de paix signé avec l'Église par Newton et Clarke, « n'en reste pas moins fidèle aux deux grands principes de leur métaphysique, partisan d'une théologie épurée et convaincu de l'existence de Dieu[2] ». Malgré cela, d'après M. Lange, le matérialisme proprement dit était le terme logique de l'évolution commencée par Voltaire. Du moment que Bayle et Newton ne fondent leur théologie que sur le mécanisme, du moment qu'ils font des lois naturelles les seules preuves et les seules manifestations de Dieu, il était fatal qu'on en vînt à croire soit que ce Dieu est superflu, soit

1. *Traité de Métaph.* Diff. sur l'Exist. de Dieu.
2. *Hist. du materialisme,* t. I, p. 307.

qu'il est identique à la matière. On comprend alors ce qu'il y a de fondé dans les prétentions newtoniennes des matérialistes. Ils ont vu que la méthode newtonienne, telle que Voltaire l'avait acclimatée en France, était la méthode rationaliste par excellence, et à ce titre ils l'ont utilisée à leur profit. C'est le sens profond de cette pensée de Lange[1] : « Chose remarquable, et pourtant facile à expliquer, la philosophie de Newton devait contribuer en France au succès de l'athéisme ; et cependant ceux qui l'y avaient introduite affirmaient qu'elle était moins défavorable à la foi que le cartésianisme. » Il est vrai, doit-on ajouter, qu'elle a été introduite par Voltaire.

1. *Hist. du Matérialisme*, t. I, p. 303.

APPENDICE

LES ORIGINES DE LA THÉORIE DE L'ÉTHER ET LA PHYSIQUE DE NEWTON

La théorie de l'Ether joue dans la physique moderne un rôle essentiel. En optique, en magnétisme, en électricité, on lui doit la plupart des progrès accomplis par la science depuis un siècle. Le sens même du mot éther est difficile à préciser. Les différents auteurs qui admettent l'existence de l'éther ne lui attribuent pas les mêmes propriétés. Pour les uns, c'est un corps d'élasticité constante, qui résiste avec une force invincible à toute compression. Telle est la conception de *Neumann* et de ses disciples. *Fresnel* au contraire envisage l'éther comme doué d'une élasticité variable, mais répandu avec la même densité dans tout l'univers. Encore n'est-il pas certain que Fresnel, selon les phénomènes qu'il s'agit d'expliquer, n'ait pas admis successivement les deux hypothèses [1]. D'autres physiciens, *Maxwell* par exemple, considèrent l'éther comme le siège de perturbations électromagnétiques, et ici encore les tensions qu'il supporte sont estimées différemment selon qu'il s'agit d'expliquer la polarisation diélectrique ou l'attraction électrostatique [2]. L'éther est regardé par *Helmholtz* et *Lorentz* comme agissant sur la matière. Mais cette action se fait pour le premier conformément au principe de l'égalité de l'action et de la réaction, tout comme en mécanique ; il semble bien qu'on ne puisse conserver ce principe dans l'Electrodynamique de Lorentz sans l'abandonner dans la Dynamique proprement dite [3].

1. V. H. Poincaré, *Théorie mathématique de la Lumière*, t. I (Paris).
2. Cf. H. Poincaré, *Électricité et Optique*. Paris, 1902.
3. V. *supra*, ch. v, les Principes fondamentaux de la Mécanique, et H. Poincaré, *La science et l'hypothèse*, IIIe partie.

D'une manière générale, la notion de l'éther est allée en se différenciant progressivement depuis l'époque de Newton jusqu'à nos jours. Il est certain que le terme d'éther était à la fin du XVII[e] siècle un mot hardi qu'on risquait bien rarement dans le langage scientifique. Il n'avait qu'un sens vague, celui de milieu différent des milieux matériels, et capable de propager les actions qui affectent la matière. Précisément à cause de sa signification indéterminée, le mot éther ne risquait pas de susciter de confusion : on l'employait sans perdre de vue tout ce qu'il contenait d'équivoque. De nos jours, par le progrès naturel des sciences, les conceptions de l'éther se sont à la fois précisées et multipliées. A mesure qu'on a mieux compris les services que pouvait rendre cette idée, on l'a appliquée à plus de choses et avec plus de détail. De là les théories qui admettent plusieurs éthers, où un éther jouissant de propriétés complexes. Il serait malaisé de donner une définition générale qui convînt aussi bien à l'éther luminifère, à l'éther gyrostatique de Lord Kelvin, à l'éther de Hertz et à celui de Lorentz. Au fur et à mesure qu'on a assigné à l'éther des propriétés plus précises, il a été plus difficile d'en faire un médiateur universel. Aussi ne prétendrons-nous pas, parmi les définitions modernes, en choisir une comme plus exacte que les autres. Il nous suffit que ces définitions aient toutes un trait commun pour qu'il soit permis d'en rechercher la commune origine. Ce trait est le suivant. Toutes les théories de l'éther, malgré les divergences qu'on y remarque, admettent l'existence d'un ou de plusieurs milieux, *distincts des milieux matériels*, et servant de substrats aux actions physiques. En partant de cette caractéristique, nous sommes en droit de nous demander si la notion de l'éther existait en physique avant Newton, et dans quelle mesure il en a propagé l'emploi.

La question ainsi posée n'a pas seulement une importance scientifique. Elle touche directement à l'évolution des idées philosophiques au cours du XVIII[e] siècle. Cette évolution se marque, comme on sait, par deux faits essentiels, la chute définitive du Cartésianisme et de tous les systèmes déductifs, la substitution à la science métaphysique d'une science positive. Rien n'a plus contribué à la chute du Cartésianisme que la physique newtonienne, non seulement par la réfutation

qu'elle fait de l'hypothèse des tourbillons, mais encore par sa critique de l'idée de matière.

La physique cartésienne peut, en un sens, passer pour le type des physiques *matérialistes*. Nous entendons par là qu'elle n'admet dans la nature qu'un seul agent physique, la matière, et que tous les phénomènes consistent pour elle en déplacements de matière. C'est par erreur qu'on a essayé parfois de montrer que les ouvrages de Descartes contiennent en germe la théorie moderne de l'éther[1]. Il n'y a là qu'un rapprochement factice dont aucun texte ne fournit la justification. La matière subtile de Descartes, les particules de son premier et de son deuxième élément, ne jouent nullement par rapport aux particules plus grossières le même rôle que l'éther par rapport à la matière. Chez Descartes il n'y a et il ne peut y avoir qu'une seule espèce de réalité, l'étendue ou la matière, différemment divisée. Cette matière peut se diversifier par les degrés de grosseur ou de subtilité, mais elle reste toujours homogène à elle-même, et le but évident de Descartes est justement de ramener tous les phénomènes naturels au phénomène matériel qu'il juge le plus clair, le choc de deux corps solides.

Si l'on compare la matière subtile à l'éther des modernes, il faudra accorder que l'éther se trouve déjà dans la physique atomistique. Les corpuscules ronds et ténus dont Lucrèce fait la substance de l'air devraient aussi être regardés comme faisant contraste avec la matière grossière et mériter par suite le nom d'éther. La vérité est que ni Epicure, ni Descartes ne pouvaient pressentir avec netteté ce que nous appelons du nom d'éther. Ils cherchaient tous deux une explication métaphysique des phénomènes, et cette explication ils l'ont trouvée, l'un dans l'hypothèse des atomes, l'autre dans l'idée de la substance étendue. Mais il est de l'essence des deux systèmes d'aboutir à une explication unique : les atomes seuls, l'étendue

1. V. Bouillier. *Hist. de la Philosophie Cartésienne*, t. I, ch. IX, p. 215. « Il semble qu'aujourd'hui même, dans toute les branches de la science de la nature, nous assistions à un retour aux grandes vues mécaniques de Descartes. Le vide n'est-il pas banni de l'univers, et l'éther sous un autre nom n'est-il pas la matière subtile, remplissant tous les espaces? Ce sont maintenant les vibrations de cet éther qui font la lumière : la chaleur elle-même, comme la lumière, n'est plus comme dans la physique de Descartes que du mouvement. » V. aussi t. II, ch. XXIX et P. *Janet*, le *Matérialisme contemporain*.

seule, doivent rendre compte de tout. Assurément Epicure postule le vide et Descartes le mouvement, mais ce ne sont pas là des réalités qui s'opposent à la matière, ce sont des conditions nécessaires à l'activité de cette matière. Au lieu de cela les théories de l'éther supposent la réalité de quelque chose qui n'est pas matière, bien qu'il puisse posséder certaines propriétés de la matière. Ce « quelque chose » est tout aussi objectif que la matière, telle qu'on la conçoit d'ordinaire, et s'il ne lui était pas sans cesse associé, tout nous échapperait de la matière elle-même.

De là il n'y a qu'un pas à faire pour comprendre que l'idée d'étendue, dont la clarté et la distinction frappaient tellement Descartes, n'a pas une valeur privilégiée parmi nos idées. Il est impossible que la matière, la substance étendue et partout homogène, existe seule. L'idée vulgaire de la matière est applicable à une partie du réel, mais il y en a une autre, où il faut faire appel à des milieux d'espèce différente, soumis à des lois différentes. La conception de la matière n'est donc pas absolue. Elle dépend de l'état actuel de la science, elle ne peut se soutenir avec assurance que si on la limite par une conception nouvelle, celle de l'éther immatériel. Il est même possible, en étendant convenablement la définition de l'éther, d'arriver à y condenser toute la réalité et à éliminer de la physique toute matière prétendue indépendante [1]. Quoi qu'il en soit, l'opposition de l'éther et de la matière a donné lieu à des comparaisons fécondes. C'est elle qui a fait passer l'idée de matière du rang de conception « absolue » à celui de conception « relative ». C'est elle, en partie, qui a procuré la transition de Descartes à Kant.

Avant d'analyser les progrès que Newton a fait faire à la conception de l'éther, il convient de voir jusqu'à quel point ces progrès étaient préparés par les travaux des physiciens antérieurs. Ce sont l'optique et l'astronomie, les deux seules sciences qui fussent arrivées depuis le xvi[e] siècle à un réel développement, qui ont été la double source où puisera Newton.

En optique, on peut dire que la théorie des qualités occultes,

1. V. à ce sujet *Aether and Matter* par J. Larmor, Introduction.

malgré les erreurs qu'elle a fait commettre, est une de celles qui ont le plus favorisé la conception physique de l'éther. Elle a permis de concevoir la lumière comme une entité spéciale, distincte de la matière, constituant une substance par elle-même, C'est de la sorte qu'*Antoine de Dominis* affirmait déjà en 1611 [1] que la lumière est quelque chose qui s'ajoute aux corps et leur donne la couleur. Quand la lumière est pure et étincelante, elle prend l'aspect du feu. Lorsqu'elle perd son scintillement, elle donne la couleur blanche. Lorsqu'elle se mélange d'impuretés matérielles, vapeurs ou fumées, elle produit les différentes couleurs, d'abord le rouge, puis le vert, enfin le violet, selon la proportion de substances étrangères qui se mêlent à la substance lumineuse.

Pour *Marcus Marci de Kronland* [2], l'un des précurseurs les plus originaux de Newton, la lumière est aussi une substance susceptible de condensation ou de raréfaction indépendamment de la substance matérielle dans laquelle elle réside. C'est ainsi que le passage de la lumière d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent équivalait pour *Marcus Marci* à une condensation énergique des rayons, condensation à la suite de laquelle la lumière se présente avec des attributs nouveaux: elle est colorée, et cela d'une manière d'autant plus vive que la condensation a été plus énergique. La qualité de la lumière, c'est-à-dire son intensité, ne modifie en rien les couleurs de réfraction. Celles-ci dépendent de la seule condensation subie par la substance lumineuse au passage du prisme. On voit que dès le commencement du XVII[e] siècle, l'idée s'était fait jour que la lumière est distincte de la matière, qu'elle l'influence et est influencée par elle. En vérité on laissait dans le vague la question de savoir si la substance « lumière » était réellement autre chose que la substance matérielle. On se contentait de la désigner sous le nom de substance, sans se préoccuper d'en rechercher la nature. Par là on demeurait encore très loin de la conception positive de l'éther, conception calquée sur celle de la substance matérielle.

1. Cf. *De radiis visus et lucis in vitris perspectivis et iride tractatus, Marci Antonii de Dominis*. Veneliae, 1611.

2. V. *Thaumantias, Liber de Arcu Cœlesti deque Colorum Apparentium Natura, ortu et causis, Auctore Joanne Marco Marci*, Prague, 1648.

La théorie de la lumière accomplit un progrès important le jour où elle se rapprocha de la théorie du son, et où l'on songea à comparer le milieu où se propagent les ébranlements lumineux à celui qui sert de véhicule aux ondes sonores. On ne devait pas tarder à observer que la lumière se propage aussi bien dans le vide que dans l'air. Mais si, comme l'a montré Torricelli, l'air est matériel et pesant, tandis que le vide est seulement étendu, il faut en conclure que le mouvement lumineux peut se propager en dehors de toute matière. Il existe donc un milieu éthéré où s'effectuent les mouvements lumineux. D'après Libri[1], c'est à *Léonard de Vinci* qu'il faut faire remonter l'honneur d'avoir le premier saisi l'analogie entre la propagation des ondes lumineuses et celle des ondes fluides ou sonores. Mais il semble bien, d'après les dernières publications des manuscrits de *Léonard de Vinci*, que ce dernier ne se soit nulle part exprimé d'une manière décisive sur le rapprochement des deux ordres de phénomènes[2].

Galilée, dans ses *Discours et Démonstrations mathématiques touchant deux sciences nouvelles*, explique très nettement que la lumière suppose le mouvement d'un milieu. L'idée de Galilée est que les effets physiques ont toujours des causes cinétiques. Le mouvement seul est capable de modifier les corps en leur ôtant ou leur donnant de la vertu. Or la lumière peut, dans certains cas, produire des effets mécaniques puissants. Concentrée au foyer d'une lentille elle peut amener une agitation des particules capable de fondre les métaux. Agissant sur une substance explosive, elle donne lieu à des mouvements violents. Il faut donc qu'elle soit elle-même en mouvement, et par suite qu'elle mette en branle un milieu spécial. Maintenant Galilée laisse indécise la question de savoir si le milieu lumineux est le siège de mouvements ondulatoires ou de chocs dus à des particules solides. Il lui suffit d'avoir mis en évidence la nécessité d'une *vitesse de propagation* caractéristique de la lumière. Il a même indiqué que cette vitesse est certainement bien supérieure à celle du son[3].

1. V. Libri, *Hist. des Sciences Math. en Italie*, Paris, 1840, t. III, p. 43, note 3.

2. Cf. *F. Rosenberger*, op., cit. p. 21, note 2.

3. Galilée a même suggéré des moyens de mesurer cette vitesse. Cf.

Isaac Voss, dans son célèbre ouvrage *sur la Nature de la Lumière* [1] pose en fait que la lumière n'est pas un corps. Les corps sont impénétrables de leur nature et ne peuvent coexister au même lieu. La lumière jouit de propriétés exactement inverses. Rien n'est plus aisé à réaliser que la pénétration d'un rayon de lumière par un autre, ou la concentration de différents rayons en un seul point géométrique. L'expérience classique des miroirs ardents, déjà réalisée par Archimède, montre qu'on peut réunir au foyer d'un système optique une infinité de rayons lumineux venant de directions différentes. La substance de la lumière n'est autre que le feu, et celui-ci, d'après *Voss*, n'a rien de matériel. Ce n'est pas, comme les Anciens l'ont conçu, un élément comparable à l'air, à l'eau ou à la terre. Le feu est une chaleur intensive produite par l'ébranlement violent des corps solides, mais cet ébranlement n'est pas corporel, il est l' « acte qui dissout les corps » (*actus dissolvens corpora*). Bien qu'immatérielle, la lumière est pourtant quelque chose de réel, au même titre que le son, l'odeur, la saveur, la force magnétique [2]. Même dans le vide, il faut considérer que la lumière existe encore. Mais elle parcourt le vide d'une manière invisible et instantanée, et ne redevient visible que dans les corps solides, à proportion même de leur solidité, c'est-à-dire à proportion que les parties poreuses y sont plus réduites.

L'optique de *Grimaldi* est fondée tout entière sur l'observation d'un phénomène nouveau, le phénomène de la diffraction. *Grimaldi* avait constaté qu'un rayon de lumière, pénétrant dans une chambre obscure par un orifice étroit, s'élargit à partir de l'ouverture en s'écartant sensiblement de la ligne droite. Il avait même vérifié que cette tendance à la courbure subsiste dans les rayons de lumière qui ont subi une première diffraction. Prenant un rayon dévié par un premier orifice, il le fai-

Discorsi e Dimonstrazioni intorno a due Scienze nove, Leyde, 1638, traduction allemande dans les Classiques d'Ostwald. p. 38-40.

1. *De Lucis Natura*, Amsterdam, 1662.

2. Cf. *De Lucis Natura*, p. 29 : « Sed lux, sonus, anima, odor, vis magnetica, quamvis incorpora, sunt tamen aliquid. Ut itaque fatemur non posse moveri corpus nisi corpus præsens sit, ita vicissim censemus res incorporeas, sive illæ de potentia corporis procedant, sive sua sponte subsistant, posse moveri in vacuo. »

sait passer par un second diaphragme, et constatait qu'après le diaphragme le rayon allait en s'élargissant comme il s'était élargi dans la première expérience. De là *Grimaldi* concluait d'abord qu'il existe un quatrième mode de propagation de la lumière, la propagation par diffraction, distinct des trois modes connus avant lui, la propagation directe, la propagation par réflexion et par réfraction[1]. Ensuite il montre que le concept classique du « rayon lumineux » est insuffisant. Ce concept peut servir dans les cas de propagation rectiligne, mais il est en défaut dans tous les cas où intervient la diffraction.

Si l'on veut comprendre ce dernier phénomène, il convient de se représenter la lumière comme un fluide « qui se meut extrêmement vite et parfois sous forme ondulatoire à travers les corps transparents[2] ». Les alternances d'ombre et de lumière qui se produisent au voisinage d'une ouverture très petite sont de tous points comparables aux hauts et aux bas qui accompagnent la propagation des ondes liquides. La distinction des corps transparents et opaques se ramène à celle de corps assez poreux pour que la substance lumineuse puisse les traverser sans dévier sensiblement de la ligne droite, et de corps compacts qui rejettent la lumière sur le côté, conformément aux lois de la diffraction. La lumière se propage comme le son, mais en un temps imperceptible, non toutefois nul à la rigueur. Une preuve de la vitesse immense avec laquelle se propagent les ébranlements lumineux est la difficulté qu'il y a de les faire dévier de la ligne droite : la lumière se comporte comme un corps lancé avec une force très grande et qui tend spontanément à poursuivre sa course rectiligne. Mais c'est un corps qui ne ressemble pas aux autres, tant par son extrême ténuité, que par son mode de génération. La lumière n'est vraiment comparable qu'au son. Elle est produite comme lui par l'agitation rhythmique d'une substance, et vient frapper les organes des sens après avoir traversé un milieu invisible[3].

Après *Grimaldi*, les théories de la lumière revinrent aux

1. V. *Physico-Mathesis de Lumine, Coloribus et Iride*, Bologne, 1665, p. 1.

2. *Ibid.* p. 12. Prop. II. « Lumen videtur esse quid fluidum perquam celerrime et saltem aliquando etiam undulatim fusum par corpora diaphana. »

3. Pour la théorie des couleurs de Grimaldi, voir ce qui a été dit ch. VIII, et aussi *F. Rosenberger*, op. cit. p. 30-33.

explications mécaniques. L'idée d'un fluide distinct de la matière, d'un éther luminifère, fut remplacée par celle d'un fluide matériel. A vrai dire, il ne faut pas croire qu'il y ait eu là un recul de l'optique. La conception extrêmement vague d'un éther lumineux analogue aux milieux sonores ne pouvait se développer utilement dans les conditions où se trouvait la science à cette époque. L'état d'enfance où était l'Acoustique, l'incertitude qui régnait en Hydrodynamique, empêchaient que la comparaison de la lumière avec les mouvements ondulatoires pût être tout de suite féconde. Il fallait attendre que les mouvements ondulatoires connus fussent étudiés, analysés, mis sous forme mathématique, pour qu'ils pussent donner lieu à des analogies précises. Il fallait surtout attendre que les lois du pendule fussent découvertes, et qu'on y reconnût le type de tous les mouvements vibratoires. Or c'est seulement par les travaux de Newton que ce progrès devait être accompli. Il était utile qu'avant cela on risquât des comparaisons grossières soit entre la lumière et la matière proprement dite, soit entre la lumière et la matière subtile, remplissant les pores des corps ordinaires. En voulant faire du « milieu lumineux » un milieu identique aux autres, des théories comme celles de *Hooke* et de *Boyle* préparèrent indirectement la voie aux théories abstraites de l'éther.

Hooke était partisan d'une théorie cinétique de la lumière. Dans ses *Leçons sur la Puissance Restitutive* [1], il expliquait que le monde observable se compose exclusivement de deux réalités, la matière et le mouvement. Jusqu'ici *Hooke* est cartésien et on pourrait le confondre avec un physicien comme *Rohault*. Mais il ajoute presque aussitôt que le mouvement et la matière ne sont pas dans la relation de qualité à substance, qu'ils peuvent se remplacer l'un l'autre, et qu'au fond ils sont peut-être identiques. L'étendue des corps, leur impénétrabilité et leur énergie sont autant de formes de leur mouvement vibratoire. Il existe une matière extrêmement fine dans laquelle les corps nagent comme dans un fluide et qui leur donne la force et le mouvement. La distinction des corps a son fondement dans la différence des vibrations élémentaires qui caractérisent leurs

1. Lectures de *Potentia Restitutiva* (1678) insérées dans les *Lectiones Catherianae or a collection of Lectures by Robert Hooke* (1675).

particules. La lumière, comme tous les mouvements, est essentiellement ondulatoire. Elle a sa source dans l'ébranlement régulier d'un milieu uniforme (*uniforme medium*). Elle se propage par des pulsations ou ondulations simples et uniformes, d'ailleurs perpendiculaires à la direction de propagation. La réflexion, la réfraction et la coloration, sont dues à l'inégale orientation des vibrations correspondantes dans différents corps transparents. On voit que *Hooke* cherchait à concilier les théories régnantes du cartésianisme avec les vues si originales de *Grimaldi*. La théorie de la lumière est faite à la fois de l'idée que la lumière se propage dans un milieu purement matériel, comme le pensait *Descartes*, et de l'idée que son mode de propagation est toujours le mode vibratoire, comme *Grimaldi* l'avait pressenti. En cherchant à montrer comment le mouvement en général, le mouvement lumineux en particulier, peuvent s'effectuer par ondes uniformes, *Hooke* ouvrait la voie aux hypothèses nouvelles qui, partant du caractère vibratoire de la lumière, admettent un milieu dont la seule définition est d'être susceptible de vibrer.

De tous les précurseurs de Newton, celui qui a le plus fait pour préparer les théories de l'*Optique*, c'est *Robert Boyle*, le contemporain et l'ami de Newton. Il n'y a pourtant dans les ouvrages de *Boyle* rien qui soit une allusion à la théorie de l'éther. L'œuvre de *Boyle* est purement négative. Elle consiste à faire voir l'insuffisance pratique de toutes les théories de la lumière émises avant lui. Dans ses *Expériences et Considérations sur les Couleurs*[1], il critique successivement les théories d'Aristote, de Platon, de Descartes, etc. Les péripatéticiens ont commis l'erreur de considérer les différentes couleurs comme des propriétés inhérentes à la matière, propriétés qui appartiennent aux corps d'une manière latente même en l'absence de la lumière, et que la lumière a pour unique effet de manifester. Les Platoniciens attribuent les couleurs à une émanation de corpuscules incandescents, et les atomistes, choqués du néant de cette explication, cherchèrent l'origine de la lumière dans le choc des atomes. Les uns et les autres se sont trom-

1. *Robert Beyle*, op. varia, Genève, 1680. *Experimenta et considerationes de coloribus et speciatim de natura albedinis cum observationibus de ada- in tenebris lucente.*

pés, ainsi que l'ont fait voir les chimistes, en démontrant que les propriétés optiques des corps dépendent non seulement de leur mouvement, mais encore de leur nature chimique. L'hypothèse cartésienne est défectueuse elle aussi, car en attribuant les particularités de la lumière à l'inégale rotation des molécules, elle fait une supposition que rien ne légitime. A la place de ces différentes hypothèses, *Boyle* ne propose pas d'en substituer une nouvelle. Il faudrait pour le faire en connaissance de cause « savoir d'abord ce qu'est la lumière, si réellement elle est un corps, ou s'il ne faut pas l'appeler plutôt un mouvement des corps; si elle se propage avec une vitesse finie et par des rotations tourbillonnaires ». Ce sont là autant de questions que *Boyle* laisse irrésolues. L'esprit de prudence scientifique qu'il partage avec Newton l'empêche de feindre des hypothèses là où il n'est point de vérification possible.

L'astronomie, ainsi que l'optique, avait suscité chez certains précurseurs de Newton une hypothèse voisine de celle de l'éther. Déjà *Kepler* avait attribué les actions planétaires à certaines émanations très fines issues des masses matérielles et se propageant à travers l'espace. Ces émanations sont distinctes de celles qui produisent la lumière et comparables plus exactement à celles que nous appelons « force magnétique ». Les unes et les autres sont d'ailleurs matérielles, et *Kepler* les décrit comme des tentacules très déliés s'étendant de la surface d'un corps à celle des corps environnants.

Bouillau, en s'opposant à la conception de Kepler comme à une fiction inutile, était arrivé à cette conclusion que les révolutions des planètes peuvent s'opérer sans l'intervention d'un milieu. De même qne le feu possède par lui-même la puissance de brûler, et que cette puissance s'exerce directement sans qu'il soit besoin d'un fluide intermédiaire, les planètes ont en elles-mêmes le principe de leur mouvement. Tout astre, par sa structure intime, possède une forme qui lui est propre, et les scholastiques avaient raison de faire appel à cette forme pour expliquer, sans secours extérieurs, les mouvements apparents.

Plus voisin de *Kepler* que de *Bouillau*, le Florentin *Borelli* envisage l'hypothèse que les corps célestes sont reliés entre

eux par des attaches matérielles. Cette hypothèse lui semble par certains côtés défectueuse, et il lui oppose l'hypothèse des courants éthérés qui transportent autour du soleil les planètes nageant dans un océan d'éther. Mais cette conception ne le satisfait pas encore, et il lui préfère l'idée d'une attraction naturelle exercée sur tous les astres par le soleil. Nous voyons ici distingués pour la première fois deux points de vue qui étaient auparavant confondus et dont l'opposition va être pour Newton une source de difficultés sans fin. A partir de *Borelli* on ne pourra plus assimiler, sans explication préalable, l'action d'un astre sur un autre, action produite par une force directe, et l'action d'un astre sur un milieu immatériel qui transmet des réactions à un autre astre. L'opposition de la théorie de l'éther et de la théorie des actions à distance a son origine dans les remarques de *Borelli*.

Hooke avait appliqué à l'astronomie comme à l'optique sa théorie des vibrations élémentaires. L'action de la terre sur les planètes comme l'action des corps sur la lumière a son origine dans des mouvements vibratoires. Supposons que toutes les parties de la terre effectuent des vibrations très courtes et très rapides, toutes orientées vers le centre de la terre. Le globe terrestre dans son ensemble subira des contractions et des dilatations, qui se communiqueront d'abord, sous forme de pulsions, à l'éther emprisonné dans la matière du globe et ensuite à l'éther ambiant[1]. De là des ondes sphériques progressives, qui s'étendront du centre de la terre à des distances aussi grandes qu'on voudra. Ce rayonnement se propage sans altération tant qu'il traverse les espaces vides. A la rencontre des masses matérielles, par exemple des planètes, il sera absorbé sous forme cinétique et donnera lieu aux mouvements qu'on attribue à la gravitation. On voit que par son astronomie, bien plus que par son optique, *Hooke* préparait la voie aux théories de l'éther. Assurément, il laissait dans l'ombre la

1. Il est intéressant de comparer cette théorie de *Hooke* à la théorie des « sphères pulsantes » de *Bjerknes* (Cf. Rapports du Congrès de Physique. Gauthier-Villars. 1900). L'effort tenté par ce physicien consiste à donner de la notion d'éther une interprétation hydrodynamique et à montrer que les pulsations de sphères infiniment petites, plongées dans un fluide parfait, suffisent à rendre compte de la propagation de forces variant comme l'inverse du carré de la distance et satisfaisant d'ailleurs aux équations de Herz.

question de savoir si le milieu cosmique à travers lequel se communiquent les actions planétaires est matériel ou non. Malgré cela, en insistant sur le fait que la force d'attraction ne peut s'exercer à distance, qu'elle doit se propager dans un temps fini à travers un milieu partout répandu, *Hooke* allait plus loin que *Borelli*, et montrait que l'hypothèse de l'éther est rendue nécessaire par l'absurdité des actions à distance.

Il pourrait sembler, d'après ce qu'on vient de dire, que la théorie de l'éther se trouvait à l'état latent chez un grand nombre de précurseurs de Newton, et que celui-ci, dans la mesure où il s'en sert, n'avait qu'à l'emprunter soit aux physiciens, soit aux astronomes de son temps. Lorsqu'une idée a fait son chemin dans la science, nous avons une tendance excessive à ne voir, avant le moment où elle réussit, que les indices de son succès, de même qu'après la chute d'une hypothèse, nous trouvons partout les signes avant-coureurs de sa décadence. En réalité, l'évolution des idées scientifiques se fait d'une façon plus irrégulière. Les allusions à un éther cosmique, à un éther luminifère, qui nous frappent dans les ouvrages de *Grimaldi* ou de *Hooke*, demeurent en somme à l'état sporadique. Aucun des savants qui ont précédé Newton n'avait su donner à l'hypothèse de l'éther la forme positive qui lui convient, ni y rattacher des théorèmes systématiques.

Par contre, la supposition d'un fluide répandu d'une manière continue dans les espaces qui semblent vides, fluide qui servirait de substrat aux manifestations de la lumière et de la gravité, était directement contraire au système le plus répandu au XVIIe siècle, à la physique cartésienne. Il faut comprendre que le mécanisme cartésien, malgré les distinctions qu'il établit entre les différentes sortes de matière, était hostile par nature à l'hypothèse de l'éther. Il est facile de s'en rendre compte, si l'on se rappelle comment Descartes introduit dans la science physique l'idée de la « matière subtile ». Son but est de découvrir des lois qui expliquent la communication des mouvements. Mais le mouvement, comme il a été dit, ne se transmet dans le système de Descartes que par le choc des corps. Descartes n'admettait pas d'autres mouvements que ceux dont est susceptible un solide parfait, c'est-à-dire des translations et des

rotations. Ces mouvements restent invariables tant que le corps est à l'abri des chocs. Au moment de la rencontre avec un autre corps, il se fait entre les masses un partage de mouvement régi par des lois cinématiques. Or le bon sens nous fait connaître journellement des mouvements qui ne sont ni des rotations ni des translations. Nous connaissons les déformations élastiques dont un corps mou est susceptible ; nous connaissons les dilatations continues que présente une barre de métal chauffée ; nous connaissons la propagation du son et celle de la lumière. Expliquer ces différents phénomènes, cela signifiait, aux yeux de Descartes, les ramener à une combinaison de chocs s'opérant entre corps solides. Mais pour cela il est nécessaire de faire intervenir, à côté des solides qui tombent sous nos sens, d'autres particules ou molécules identiques aux solides par leurs propriétés, mais en différant par la petitesse de leurs dimensions.

De là cette matière subtile cartésienne dont la fausse analogie avec l'éther a pu frapper certains commentateurs. Elle s'en distingue pourtant par deux traits essentiels. D'abord elle est discontinue par définition. Elle se compose d'éléments infinitésimaux, diversement figurés, mais isolés les uns des autres[1], et ne pouvant avoir de relation entre eux, tout comme les corps finis, que par le choc. La matière subtile ne constitue donc pas, à proprement parler, un « milieu ». Elle n'est pas le siège d'actions de contact se propageant d'une manière continue par un mécanisme *sui generis* On n'y constate que des actions mécaniques, identiques à celles de la matière vulgaire, et se transmettant d'instant en instant par une suite de chocs discontinus. C'est par le grand nombre de heurts réitérés que la matière subtile donne l'illusion de transformations continues. En réalité, pour un observateur dont les sens seraient beaucoup plus fins que les nôtres, elle présenterait un spectacle identique à celui du monde mécanique : partout des translations et des rotations de solides invariables, jamais une dégradation continue des vitesses ou des efforts.

1. De nos jours, grâce aux progrès des mathématiques, et comme l'a fait voir M. H. Poincaré, il est devenu presque indifférent à la physique de faire appel à un fluide continu ou à un assemblage de molécules isolées. Il en était tout autrement à l'époque de Newton.

En second lieu, la matière subtile cartésienne ne sert jamais de véhicule à la force, mais seulement au « mouvement ». Il suffit de lire la théorie du magnétisme ou celle de la pesanteur, telle que la présentent les Principes, pour se convaincre que la matière subtile n'est jamais conçue par Descartes que comme un engrenage cinématique. C'est parce que certaines parties grossières de la matière engrènent avec d'autres plus petites, celles-ci avec d'autres et ainsi de suite, qu'une transmission du « mouvement », c'est-à-dire de la vitesse, est possible dans l'univers. Mais dans cette transmission la matière subtile joue un rôle purement instrumental. C'est par elle que certains mouvements peuvent être augmentés ou diminués dans un rapport donné, c'est par elle que la quantité d'action émanée d'un centre matériel peut atteindre un autre centre matériel, mais jamais cette matière n'est le siège de forces, jamais elle ne produit par elle-même d'actions.

Les théories de l'éther supposent au contraire que le fluide hypothétique remplissant l'univers transmet non seulement le mouvement, mais la force. Il y a plus, dans les théories modernes comme celle de Maxwell ou de Herz, c'est l'éther qui par ses tensions est la véritable source de l'énergie physique. Cette énergie se répartit ensuite à la surface des corps matériels ou pénètre à leur intérieur de façon à affecter nos sens. Il n'en est pas moins vrai que ces corps matériels ne sont pas la véritable origine de la force. Celle-ci préexiste dans un milieu invisible, sous forme potentielle ou virtuelle, et les corps visibles qui limitent ce milieu sont seulement une occasion pour elle de se manifester. En d'autres termes le rôle de l'éther n'est pas simplement de servir d'organe de transmission pour des propriétés cinématiques. Il est le réceptacle d'actions dynamiques, qu'il peut suivant les cas emmagasiner ou propager. Assurément la théorie de l'éther n'a pu prendre dès le début la forme précise que lui donnent Maxwell ou Helmholtz. Mais dès le début elle s'est opposée au mécanisme superficiel de Descartes. Il a été entendu que l'éther devait non seulement posséder la mobilité, mais l'énergie qui met les corps en mouvement. Pour rester fidèle au vocabulaire philosophique du XVII[e] siècle, on dira que l'éther a été conçu dès d'abord comme la cause efficace des actions matérielles,

et non pas seulement comme leur cause instrumentale.

C'est pour cette raison que les Cartésiens sont demeurés obstinément hostiles à l'introduction dans la physique de fluides immatériels. Sur ce point ils étaient d'accord avec les Gassendistes, leurs ennemis ordinaires. Les uns et les autres se refusaient à admettre qu'en dehors de l'étendue ou des atomes pût exister « quelque chose » d'objectif, un milieu où se propagent autrement que par le choc des actions physiques. C'est ainsi que *Huyghens*, et plus tard *Bernouilli* chercheront, même après le succès de la physique newtonienne, à revenir au choc des corpuscules comme à l'unique explication positive. Parmi les atomistes, le géomètre *Lesage* reprendra la tentative de *Fatio de Duillers*, et cherchera à déduire l'attraction newtonienne elle-même de la cinématique des corps solides. *Leibniz* et *Malebranche*, à l'époque où écrit Newton, considèrent comme absurde l'hypothèse d'un éther impondérable et veulent fonder sur la mécanique rationnelle tout ce que nous pouvons savoir de la physique. On voit que l'hypothèse de l'éther n'était pas, à l'époque de Newton, celle qui était le plus en faveur dans la science, et, même après que Newton aura expliqué dans quel sens on peut l'utiliser, il restera des adversaires irréductibles qui se refuseront à suivre sa trace. Si Newton a fait dans sa physique une place restreinte, mais réelle, à la théorie de l'éther, ce n'est donc pas par imitation de ce qui se faisait autour de lui. Cela tient à ce que la physique atomistique présentait pour lui des vices irrémédiables, que le cartésianisme n'avait pas su éviter.

La théorie de *Gassendi* comme celle de *Descartes* considère le phénomène de la réflexion comme un cas particulier du choc des corps. Lorsque des corpuscules animés de mouvements extrêmement rapides rencontrent la surface d'un corps quelconque, deux phénomènes peuvent se produire. Ou bien les molécules incidentes seront assez petites et les pores de l'obstacle assez nombreux pour qu'il y ait passage des unes au travers des autres : c'est le cas de la réfraction ou de la transmission. Dans l'autre cas les ouvertures par où la lumière pourrait pénétrer sont trop rares ou trop étroites. Le rayon lumineux sera réfléchi par la réaction des particules solides contre lesquelles il vient se heurter. Dans les deux cas on peut se passer



de l'hypothèse d'un milieu fluide uniformément répandu dans tout l'univers et qui serait le véritable lieu des perturbations lumineuses. Les lois mécaniques du choc suffisent à tout expliquer.

Newton réfute dans le second livre de l'*Optique* la théorie moléculaire de la réflexion [1]. Cette théorie lui semble contraire au principe de continuité, lequel doit être observé en optique comme dans toutes les parties de la physique. D'abord, en ce qui concerne le pouvoir réflexif des corps, il est impossible de comprendre pourquoi le même corps est réfléchissant lorsqu'il est poli et non réfléchissant lorsqu'il est rugueux. Le nombre des corpuscules qui composent sa substance, la proportion relative des vides et des pleins, demeurent très sensiblement les mêmes. Pourtant dans le premier cas la lumière est totalement réfléchie, dans le second elle n'est diffusée qu'avec peine et le corps l'absorbe à peu près entièrement. Il est donc impossible que les chocs isolés de molécule à molécule soient la véritable cause de la réflexion. Il faut que la réflexion et la réfraction dépendent d'une action d'ensemble, d'une action de masse, exercée par le corps réfléchissant sur le milieu qui propage la lumière. De plus les variations du pouvoir réflexif avec l'incidence sont incompatibles avec l'idée de la continuité si l'on se range aux hypothèses corpusculaires. « On ne peut arriver à feindre par l'imagination que la lumière tombant sous une certaine incidence rencontre dans l'air assez de passages pour permettre la transmission intégrale, alors que, sous une incidence différente, elle ne rencontre absolument plus que ses parties solides et éprouve la réflexion totale [2]. » De quelque façon qu'on cherche à expliquer la propagation de la lumière en restant sur le terrain de *Descartes* ou de *Gassendi*, on arrive à mettre dans la nature une discontinuité inacceptable. Dans le cas de la

1. Il importe de distinguer entre les théories moléculaires en général et la théorie de l'émission en particulier. Même à l'époque où Newton se rapproche le plus des théories ondulatoires, nous verrons que la théorie de l'émission subsiste dans son Optique. Mais l'émission de particules lumineuses provenant des corps matériels laisse possible l'ébranlement continu du milieu, et est même conciliable avec la propagation d'ondes éthérées. Au contraire, les théories moléculaires de Descartes et des atomistes prétendent donner une explication intégrale par le choc seul. C'est contre des théories de ce genre que s'élève Newton.

2. V. *Opt.* L. II. P. III, Prop. VIII.

réfraction on sera obligé de concevoir les corps comme parfaitement poreux, dans le cas de la réflexion on les regardera comme compacts, et entre ces deux cas il n'est pas de transition possible, puisqu'*un même corps* peut donner lieu tantôt aux phénomènes de réflexion, tantôt à ceux de réfraction, et qu'*une même lumière*, suivant les circonstances, est tantôt transmise, tantôt réfléchie.

La vérité est d'après Newton que les phénomènes optiques dépendent non seulement des propriétés moléculaires de la matière, mais de celles des espaces intermatériels. Les couleurs naturelles ne sont-elles pas la preuve qu'à l'intérieur des substances matérielles se passent des phénomènes de réfraction sélective, et cette réfraction pourrait-elle avoir lieu si les intervalles qui séparent les pores n'étaient pas remplis d'un milieu plus dense ou moins dense que le milieu matériel [1] ? Grâce à ce milieu on peut concevoir que les rapports de densité entre la matière et ce que nous nommons à tort *le vide* varient d'une manière continue suivant les conditions où l'on se trouve. Dans certains cas un corps absorbera seulement les rayons rouges, et prendra par suite une couleur violette. Lorsque la matière sera répartie dans l'éther avec une densité moindre ou plus grande, on passera d'une manière continue du violet au bleu, au vert, au jaune, au rouge. On passera de même du cas de la réfraction à celui de la réflexion par l'augmentation continue de la densité de l'éther. D'une manière générale, la continuité physique sera de nouveau respectée, parce qu'à la considération des chocs nous avons substitué celle des actions d'ensemble.

A aucun moment Newton n'a admis l'optique cartésienne, mais il ne s'est pas élevé tout d'un coup à sa conception personnelle de la lumière. Si la théorie des tourbillons moléculaires ne l'a jamais satisfait complètement, pas plus en physique qu'en astronomie, ce serait une erreur de croire qu'il lui oppose tout de suite une théorie de l'éther expliquant à la fois la propagation de la lumière et les attractions célestes. D'abord Newton n'a entrepris qu'assez tard ses recherches de mécanique céleste. Jusqu'en 1674, il semble s'être occupé exclu-

1. *Ibid.* Prop III.

sivement de mathématiques et d'optique. Dans ce domaine il y avait trop à faire par la voie expérimentale pour qu'on pût songer simultanément à l'édification d'une théorie. De longues années s'écoulèrent pour Newton dans les recherches de laboratoire avant qu'il communiquât à la Société Royale de Londres sa théorie nouvelle de la lumière et des couleurs. Les premiers travaux de Newton reposent sur une conception de l'éther extrêmement vague et confuse, plus voisine des idées anciennes qu'on ne pouvait l'attendre tout d'abord. La lumière s'y trouve encore décrite comme un mouvement quasi-matériel, et le mot d'éther n'est pas employé. Dans une seconde phase, qui est postérieure à 1671, et qui est marquée principalement par la polémique de Newton avec Hooke, l'optique newtonienne s'oriente de plus en plus vers les théories vibratoires et les théories de l'éther. Enfin, à partir de la publication des *Principes* et jusqu'à la fin de sa vie, Newton cherche un moyen de concilier la théorie de l'émission et celle des ondulations. Ce moyen lui est suggéré par sa théorie de la gravitation et de l'éther. Mais cet éther n'est ni une notion métaphysique, ni un dogme expérimental. C'est une véritable hypothèse, au sens newtonien, c'est-à-dire un auxiliaire de la science positive.

La communication faite par Newton le 8 février 1672 à la Société Royale de Londres[1], était destinée à faire connaître au public les expériences nouvelles sur la dispersion. Newton y résume les recherches qu'il a faites sur l'analyse et la synthèse des couleurs, et insiste principalement sur le rapport qui lie la réfrangibilité à la coloration. Il eût été permis à Newton de s'en tenir là et de ne risquer aucune hypothèse sur l'essence intime de la lumière. Mais à cette époque Newton n'avait pas encore eu à souffrir des polémiques qui devaient troubler son repos, il n'avait pas encore pour l'hypothèse cette défiance qui devait se traduire bientôt dans tous ses ouvrages. On comprend alors qu'il s'étende avec une certaine complaisance sur l'utilité qu'on peut tirer de ses expériences pour une explication philosophique de la lumière. Nous avons expliqué, dit-il, que la lumière est quelque chose d'hétérogène. Selon les conditions dans lesquelles on l'observe, on peut y découvrir des couleurs

1. V. Ed. Castillon, T. II, p. 280 sqq.

différentes ; le blanc, qui semble la couleur la plus simple, est au fond la plus compliquée de toutes. Les couleurs du spectre sont caractérisées par un attribut invariable. Elles possèdent par rapport à un prisme donné un degré de réfrangibilité bien déterminé, qui ne change pas par des réfractions successives. Elles jouent par rapport à la lumière le rôle des qualités par rapport à la substance. La lumière possède la qualité d'être rouge lorsqu'elle est peu réfrangible, et sa teinte passe du rouge au violet à mesure que la réfrangibilité augmente. Il y a là quelque chose d'analogue à ce qu'on rencontre en acoustique. L'air possède la propriété d'être sonore de différentes manières et les sons musicaux sont comme des qualités dont la matière ébranlée est le sujet. Selon que l'ébranlement est plus ou moins vif, la hauteur du son est plus ou moins grande.

Mais alors il y a bien des questions dont les philosophes ont cherché vainement la réponse et qui vont se trouver résolues. Les couleurs peuvent-elles exister dans les ténèbres ? Ou n'y a-t-il coloration que là où il y a d'abord lumière[1] ? Newton laisse entendre que les couleurs sont une manifestation accessoire dont la lumière est la condition primordiale. Les couleurs sont-elles des qualités de l'objet vu ? sont-elles au contraire des qualités de la lumière ? L'idée de Newton est que les couleurs préexistent dans la lumière incidente, avant que la structure particulière des corps, en donnant lieu à des réflexions sélectives, les mette en évidence. Il faut donc dire que la couleur est un attribut de la lumière, comme le mouvement est un attribut du corps qui se meut. Mais tout attribut suppose nécessairement et immédiatement un sujet. Dans le cas de la lumière, le rôle de substance revient aux rayons lumineux. N'allons pas dire que ces rayons eux-mêmes sont des « qualités »[2]. Il ne peut pas se faire qu'une qualité soit le sujet d'une autre qualité. Une telle qualité serait substance et ne différerait des substances ordinaires que de nom. Les corps matériels ne sont appelés substances que parce qu'ils donnent lieu à des apparences sensibles. Parmi ces apparences, l'impé-

1. V. *Theoria de Luce et Coloribus*, p. 291.

2. Cf. *Theoria de Luce et Coloribus* : « Quomodo radios ipsos qualitates esse putare possumus, nisi forte qualitas qualitatis subjectum esse potest, illamque sustinere, quod esset eam reipsa vocare substantiam. »

nétrabilité, l'étendue, la dureté, ont frappé tout d'abord l'esprit humain, et c'est pour cette raison qu'on a réduit tout d'abord la substance à être dure, étendue, impénétrable. Mais les expériences de Newton ont fait voir que les propriétés chromatiques accompagnent aussi nécessairement la lumière que les propriétés mécaniques font pour la matière. Nous avons donc autant de raison d'appliquer le concept de substance à l'une qu'à l'autre. La lumière a une réalité substantielle, bien qu'elle se manifeste à nos organes par la seule couleur.

D'ailleurs il est une raison péremptoire qui doit nous faire envisager la lumière comme une substance, c'est son hétérogénéité absolue[1]. Si une qualité peut être clairement conçue, c'est toujours parce qu'elle est simple et exclusive de toute autre. Le doux, le pesant, le froid sont des qualités, car ils sont incompatibles avec les qualités opposées. Mais la lumière n'est ni simple, ni homogène. C'est par essence un aggrégat, un mélange de qualités hétérogènes : le rouge, le vert, le violet y coexistent sans se détruire. Ils superposent seulement leurs effets dans la lumière blanche, sauf à se dissocier dans le cas de la dispersion. C'est là pour Newton un signe indéniable que la lumière est une substance objective.

Maintenant, d'où savons-nous que la substance lumineuse est distincte de la substance matérielle ? Qu'est-ce qui nous prouve que cette réalité cachée ne se ramène pas à un jeu de molécules ? C'est ce qu'ont pensé les atomistes et la plupart des cartésiens. Sur ce point les assertions de Newton sont extrêmement réservées. Il n'affirme pas dogmatiquement que la lumière soit corporelle, il ne laisse pas encore supposer qu'il puisse exister un milieu incorporel dont l'action produise la lumière. « Nous sommes certains que la lumière est une substance ». Mais il est plus « difficile de déterminer avec exactitude ce qu'est cette substance ». Il se peut que la lumière soit un corps, mais le contraire est également possible, et Newton se garde de décider entre des hypothèses indifférentes. « Je ne veux pas, dit-il, mélanger ce qui est incertain à ce qui est certain[2] ». Tenons-nous en au fait, qui ressort, sans contestation possible,

1. *Ibid.* « Quis unquam putarit qualitatem esse aggregatum heterogeneum quale Lux esse comperta est ? »

2. *Ibid* « Sed difficillius est accuratius determinere quid sit lux : quo-

des recherches expérimentales elles-mêmes. La lumière existe ailleurs que dans notre conscience ou dans les corps qu'elle modifie. Elle possède une réalité sui generis, impossible à étudier par les moyens que nous possédons, mais qui est substantielle au même titre que la réalité tangible.

La *Théorie de la Lumière et des Couleurs* fut publiée le 19 février 1672 dans les Philosophical Transactions, en même temps que la Société Royale instituait une commission spéciale pour vérifier les expériences de Newton. Cette commission se composait de *Seth Ward*, de *Boyle* et de *Hooke*, mais c'est à l'influence de *Hooke* qu'on peut rapporter toutes ses décisions. Il est remarquable que le point sur lequel portèrent les critiques principales de *Hooke* ne fut pas celui sur lequel Newton avait le plus insisté et qui faisait à ses yeux tout le prix de son travail, le lien constant et invariable qui existe entre la couleur d'une part, la réfrangibilité de l'autre. Ce sont les hypothèses semi-physiques, semi-métaphysiques, que Newton avait timidement risquées à la fin de son mémoire, qui attirèrent les réfutations passionnées de *Hooke*. C'est là un point qui ne peut se comprendre si l'on ne se réfère pas au caractère entier de *Hooke*, jaloux avant tout de sauvegarder de son mieux ses propres hypothèses [1]. Newton s'était contenté de faire voir qu'il y avait corrélation de fait entre la réfrangibilité et la couleur. Cette constatation positive ne satisfait pas *Hooke*. Par quel mécanisme la couleur résulte-t-elle des variations de la réfrangibilité ? Quel est le mode d'existence des rayons monochromatiques au sein d'un rayon naturel ? De quelle espèce est cette substantialité dont Newton avait fait le propre de la lumière ? Telles sont les questions que le rapport de *Hooke* place au premier plan.

Il reproche d'abord à Newton d'avoir dit que la lumière est un corps. C'est là une conception tout à fait invraisemblable même au point de vue de l'optique newtonienne. Admettons en effet, et *Hooke* est disposé à le croire, que la lumière solaire

modo refringatur, et quibus modis aut actionibus in mentibus nostris Colorum phantasmata progignat. Ego vero incerta certis miscere nolo. »

1. Consulter pour plus de détails l'excellent chapitre de l'ouvrage de F. Rosenberger, *Isaac Newton u. seine phys. Prinzipien*, Ire P. Ch. II : Newton's Annäherung an die Undulationstheorie.

soit un agrégat de lumières infiniment diversifiées. Pourrons-nous supposer raisonnablement qu'il existe une variété infinie de corps, correspondant à l'infinie variété des couleurs, et coexistant dans une substance unique que nous appellerons lumière ? C'est là, sinon une contradiction, du moins une conception contraire à toutes les analogies. Parmi les précurseurs de Newton, il en est qui ont assimilé la lumière à un corps. Mais ceux-là se sont gardés de dire que ce corps était composé d'autres corps. Ils ont dit que la lumière est une substance homogène, dont les couleurs dérivent simplement par des différences de compression ou de raréfaction. Une semblable théorie explique les phénomènes au moins aussi bien que celle de Newton.

En second lieu, il est bien difficile d'admettre, d'après *Hooke*, que le bleu, le vert, le rouge, existent tels quels dans la lumière blanche. Autant dire que les sons de la gamme, issus d'un jeu d'orgue, existaient tout formés dans la caisse de la soufflerie. On peut montrer, et *Hooke* lui-même croit l'avoir fait dans sa *Micrographie*, que les couleurs, tout comme les sons, naissent d'un trouble accidentel apporté au mouvement de la lumière. Il ne faudrait pas dire alors qu'elles sont les qualités originelles d'une substance inconnue, mais des apparences, produites après coup, par la rencontre des corps matériels.

Enfin *Hooke* ne conçoit pas qu'en mélangeant d'une manière uniforme tous les corps de l'univers, on obtienne un corps blanc. C'est pourtant ce qui devrait résulter de la théorie de Newton, pour qui la lumière blanche est une lumière composite, un mélange en proportions irrégulières de rayons différents. Pour toutes ces raisons, *Hooke* refuse de reconnaître la supériorité de la théorie newtonienne. Les théories ondulatoires qu'il a développées dans la *Micrographie* lui semblent expliquer les phénomènes les plus compliqués de l'optique, même les colorations si délicates des lames minces. Il n'y a donc aucun motif de se ranger à l'hypothèse substantialiste de Newton, puisque l'hypothèse cinétique de *Hooke* rend, avec une part d'arbitraire moindre, exactement les mêmes services.

La réponse de Newton fut lue le 12 juin 1672 à la Société Royale, mais ne parut dans les Philosophical Transactions qu'à la fin

d'octobre[1]. Elle diffère de ton très sensiblement de sa première communication. Choqué de voir critiquer dans son travail la partie qu'il en jugeait lui-même la plus hypothétique et la moins importante, craignant de voir s'éterniser autour d'idées vagues une polémique inutile, Newton observe à partir de ce moment, dans tout ce qui dépasse la certitude expérimentale, une réserve volontairement excessive. Un premier résultat de ce changement d'attitude fut d'amener Newton à nier formellement la matérialité de la lumière et à exclure de la physique positive toute recherche concernant l'essence des couleurs. « On m'attribue, dit-il, comme une affirmation dogmatique une opinion que j'ai hasardée à la fin de mon Traité, mais avec les plus expresses réserves, à savoir que la lumière est un corps, et l'on prétend de cette affirmation déduire la conclusion choquante que toutes les couleurs ou tous les degrés de lumière doivent être des corps[2]. Or il est vrai que de ma théorie j'induis que la lumière est corporelle, mais je ne l'affirme pas sans hésitation, comme le fait voir le mot « peut-être » (fortasse). Je ne la propose, en fin de compte, que comme un corollaire vraisemblable de ma doctrine, nullement comme une hypothèse fondamentale servant à l'étayer, moins encore comme une partie intégrante de la doctrine elle-même. Il est surprenant que mon critique, après avoir vu avec quelle assurance j'affirmais tout ce qu'il y a de positif dans ma théorie, ait pu me croire assez inconséquent pour donner à toute la théorie un fondement problématique. Si j'avais adopté formellement une hypothèse de ce genre, je l'eusse fait connaître. Mais je savais fort bien que les propriétés de la lumière dont mon Traité donne l'explication peuvent se comprendre en quelque manière non seulement par l'hypothèse qui m'est attribuée mais par une infinité d'autres. En conséquence j'ai pris le dessein de les éviter toutes. Je ne parlerai plus de la lumière que d'une manière générale et abstraite. J'entendrai par ce mot « quelque chose » qui émane des corps lumineux et se propage dans une direction quelconque en ligne droite. Mais je renonce

1. V. Ed. Castillon, T. II, p. 335 et *Phil. Trans.*, n. 88, p. 5084.

2. Cf. *Hooke* cité par Newton, *Phil. Trans.*, n. 88. « Ast. recepta prima ejus suppositione, quod Lux est corpus, et quod quot in ea sunt colores aut gradus, tot esse possunt corpora, quæ omnia simul composita gignunt Albedinem, etc..... »

à déterminer ce qu'est ce « quelque chose », mélange confus de puissances différentes ou réalité substantielle[1].» En ce qui concerne les couleurs, Newton dit aussi que désormais il ne hasardera plus à leur sujet d'hypothèse mécanique. Il les considèrera comme des données de fait, des propriétés de la lumière révélées par les sens.

Mais Newton va plus loin. Ceux qui lui font un reproche d'avoir fondé son optique sur la supposition d'une substance lumineuse émise par les corps incandescents prétendent y substituer une hypothèse cinétique. A la place d'une matière en mouvement, ils veulent qu'on admette un éther vibrant. Il n'y a pas, d'après Newton, entre ces deux conceptions de la lumière l'abîme qu'on se plaît à y voir. La théorie matérialiste de la lumière, même sous la forme corpusculaire que Newton acceptait encore à ce moment, est parfaitement conciliable avec la théorie ondulatoire de Hooke. Les vibrations éthérées sont aussi utiles, aussi nécessaires dans l'une que dans l'autre. Supposons que les rayons de lumière soient des corpuscules émis de toutes parts par les substances incandescentes. En tombant sur une surface réfléchissante, ou réfringente, ces corpuscules doivent exciter des vibrations dans l'éther. Ne voyons-nous pas une piorre qu'on jette dans l'eau produire des ondes qui se propagent sans transport de matière ? Ces ondes peuvent varier d'amplitude ou d'écartement. Il en est de même dans le cas de la lumière. Des molécules de matière peuvent exciter dans l'éther des ondes régulières, dont les particularités pourront correspondre aux différentes couleurs. Il n'y a donc aucun intérêt scientifique à substituer l'hypothèse de *Hooke* à celle que proposait Newton. Elles expliquent toutes deux les phénomènes d'une façon fort analogue. L'adhésion exclusive donnée à l'une d'elles ne peut provenir que de l'étroitesse d'esprit de ceux qui attribuent aux hypothèses une valeur absolue.

Au moment même où Newton venait de répondre aux arguments de *Hooke*, surgit contre sa théorie un nouvel adversaire,

1. Cf. *Resp. ad nonnullas consid.* E. Castillon p. 339. « Ideo eas omnes (hypotheses) vitare decrevi, et de luce loquens verbis uti generalibus, eam abstracte considerans, ut *nonnihil* quod ex lucidis corporibus quoquoversus per rectas lineas propagatur, non determinans quid id esset, an confusa dissimilium potestatum mixtura, an ens quodcumque. »

le plus illustre des physiciens de cette époque, ***Christian Huyghens***. Avec *Huyghens*, il semble au premier abord que la discussion dévie de son objet. L'objection capitale qu'on ait élevée contre Newton est, s'il faut en croire *Huyghens*, la suivante : existe-t-il, comme le dit Newton, une infinité de couleurs, ou faut-il en admettre deux seulement, dont toutes les autres sont des mélanges ? Cette question semble aujourd'hui assez étrangère au débat principal, lequel porte sur l'existence ou la non-existence d'un milieu élastique propageant les ondes lumineuses. Mais historiquement il y a un lien étroit entre les deux problèmes. La théorie d'un éther vibrant, telle qu'elle était présentée par *Hooke* (et *Huyghens* sur ce point n'était pas éloigné de l'opinion de *Hooke*), avait été suscitée par l'étude de la double réfraction, qui met en évidence une certaine dissymétrie dans le mouvement vibratoire qui constitue la lumière. *Hooke* soutenait qu'un rayon de lumière présente deux faces ou deux côtés, c'est-à-dire que les vibrations correspondantes s'effectuent dans deux directions opposées. A l'une de ces espèces de vibrations correspondait pour lui la couleur rouge, à l'autre la couleur bleue. Comme il ne peut y avoir plus de deux directions de vibration le long d'un rayon, *Hooke* en concluait que le rouge et le bleu sont les seules couleurs fondamentales et qu'il est possible de ramener toutes les autres à un mélange défini des premières. *Huyghens*, partant du fait que le jaune et le bleu peuvent servir à composer le vert, admettait qu'il doit exister un mode de composition analogue pour toutes les couleurs, et pensait avec *Hooke* que dans la nature ne doivent se propager indépendamment que deux sortes de vibrations[1].

C'était au contraire un des premiers résultats de la théorie de la dispersion newtonienne que l'infinie multiplicité des couleurs. Gardant le vocabulaire de *Hooke* et de *Huyghens*, mais changeant entièrement le sens de leurs expressions, Newton reconnaissait encore des couleurs *fondamentales* et des couleurs *composées*. Les couleurs composées sont celles que nous appelons aujourd'hui couleurs d'ordre supérieur. Elles proviennent de la superposition de phénomènes d'interférence. Les couleurs fondamentales sont celles que fournit l'analyse de la lumière

1. Cf. *Phil. Trans.*, n. 96, p. 6086, juill. 1673.

solaire et qui sont caractérisées sans équivoque par leur longueur d'onde. Comme les longueurs d'onde et les indices varient d'une manière continue d'un bout à l'autre du spectre, il faut bien que les couleurs primitives soient en nombre infini. En vain Newton avait-il essayé d'abord de décomposer l'étendue du spectre en intervalles uniformes correspondant aux tons de la gamme [1]. Il ne tarda pas à voir ce que cette assimilation avait d'arbitraire, et dans l'*Optique* il admit expressément l'infinité et l'irréductibilité des couleurs. C'est là pour lui un fait d'expérience indépendant de toute hypothèse. Que ce fait soit aisé ou malaisé à concilier avec la théorie de *Hooke*, laquelle attribue au rayon lumineux deux côtés seulement, c'est un point dont Newton ne peut se soucier. Il lui suffit que le fait existe. Mais des esprits moins positifs, comme *Hooke* et *Huyghens*, pourront chercher à interpréter ce fait dans la théorie ondulatoire, et montrer qu'il est incompréhensible dans une théorie substantielle de la lumière.

Newton répond indirectement à *Huyghens* (lequel avait gardé l'anonymat), dans une lettre adressée à *Oldenburg*, l'éditeur des Philosophical Transactions, en date du 3 Juillet 1673 [2]. Le ton de cette lettre est tout à fait différent de celui de la réponse à *Hooke*. Instruit par l'expérience du danger qu'il y avait à exprimer de pures hypothèses, Newton professe ouvertement son indifférence pour les théories moléculaires. Il semble bien que malgré la réserve de son langage Newton ait encore à cette époque une préférence secrète pour les théories de l'émission et les conceptions matérialistes de la lumière. Mais, moitié par esprit de conciliation, moitié par goût des vérités positives, il semble disposé à croire qu'on peut expliquer les faits tout aussi bien dans l'hypothèse d'un éther vibrant. D'ailleurs il n'abandonne aucun des résultats de sa propre méthode, et au point de vue empirique ne fait aucune concession à *Huyghens*.

On prétend, dit-il, pour des raisons à priori, que toutes les couleurs doivent dériver du jaune et du bleu. Au lieu de faire de cette proposition un axiome de la théorie ondulatoire, il serait plus sage de prendre la lumière telle qu'elle est, de la

1. V. *Lect. Opt.*, L. II, P. I, observ. XIV. p. 156.
2. V. Ed. Castillon, T. II, p. 361.

décomposer en radiations élémentaires, et de voir si parmi ces radiations il est possible d'en choisir deux, le bleu et le jaune, avec lesquelles on peut reconstituer le reste. Or cette tentative, dit Newton, je l'ai faite, et elle m'a fourni des résultats négatifs. J'ai constaté que parmi les couleurs il y en a un grand nombre qui sont irréductibles au jaune et au bleu, savoir toutes celles que j'appelle « primitives » (primigeniæ) et qui sont contenues dans la lumière naturelle. Ces couleurs sont en nombre infini, et c'est là une objection qu'on fait à ma théorie. Mais la théorie des ondulations, telle que la présentent *Hooke* et *Huyghens*, choque bien davantage le sentiment de la continuité. Les différents milieux que nous connaissons, l'air, la mer, sont capables de propager des mouvements infiniment variés. Les sons, qui circulent dans l'atmosphère, ne sont pas, comme le vulgaire le croit, limités à un petit nombre d'intervalles comme ceux dont on se sert en musique. Il y a des ondes de toute espèce, et qui présentent toutes les différences possibles de hauteur et d'intensité. Les ondulations qu'on excite dans l'eau sont aussi susceptibles de varier d'une manière continue selon les conditions où on les produit : leur hauteur, leur profondeur, leur vitesse d'expansion peuvent prendre entre de larges limites toutes les valeurs possibles. Pourquoi veut-on que le domaine de l'optique soit en dehors de la loi de continuité ? Même en se plaçant au point de vue de *Huyghens*, il semble naturel que le milieu éthéré puisse propager des ondes en nombre infini, comme les milieux fluides ordinaires : « Il me semblerait merveilleux que les diverses parties des corpuscules constituant un corps lumineux, parties qu'on doit supposer douées de figures différentes, de grandeurs différentes, de vitesses différentes, ne pusssent imprimer à l'éther contigu que deux sortes de mouvement, ou que, d'une façon ou d'une autre, on pût se contenter de deux sortes de rayons [1]. » D'ailleurs Newton déclare expressément qu'il n'est pas essentiel à l'esprit de sa théorie de préciser le mécanisme intime de la composition des rayons. Il n'a point dessein de faire connaître en quoi consiste la nature et la distinction des couleurs [2]. Qu'on fasse appel à une théorie corpus-

1. V. Ed. Castillon, T. II, p. 362.

2. *Ibid.* « Extra propositum meum est perpendere quo pacto Colores per Hypotheses explicari possint. Quinimo neque mihi animus est ostendere in

culaire, à une théorie de l'émission, — ou à une théorie de l'éther, à une théorie des ondulations — le fond de l'optique demeure le même. Newton a expliqué le rapport qui existe entre les couleurs simples et les couleurs composées ; il a fait voir que les secondes peuvent se décomposer par le prisme, tandis que les premières sont « primitives et immuables ». Ce résultat suffit à la physique, qui doit mépriser l'explication, toujours facile, des qualités concrètes par des hypothèses mécaniques [1].

Après *Hooke* et *Huyghens*, Newton n'eut plus affaire qu'à des adversaires de moindre envergure. Les plus connus sont *Pardies Linus*, *Lucas*, *Gascoigne*. Avec eux la discussion descendit du terrain des hypothèses à celui des faits, où Newton reprenait tous ses avantages.

Le jésuite *Pardies* semble être le premier qui ait cherché à refaire systématiquement les expériences de Newton et en particulier à répéter le fameux *Experimentum Crucis* [2]. Il tenta aussi, mais sans succès, la reconstitution de la lumière blanche à l'aide d'un mélange de lumières monochromatiques. La déception causée par ces essais infructueux l'amena à mettre en doute la théorie de Newton, et dans une lettre à *Oldenburg*, publiée aux Philosophical Transactions, il trahit son dépit en rejetant cette théorie au rang d'hypothèse, voire d'hypothèse moins vraisemblable que celle de *Grimaldi*. Dans sa réponse, Newton commence par donner à *Pardies* quelques indications expérimentales. Le dispositif employé par ce dernier pour refaire l'expérience des prismes croisés était défectueux. Sur les conseils de Newton, *Pardies* refait les mesures dans d'autres conditions, et il retrouve identiquement les résultats annoncés par Newton.

Mais la partie la plus intéressante de la polémique entre *Newton* et *Pardies*, est celle qui est suscitée par la dénomination d'*hypothèse* dont *Pardies* s'était servi pour désigner la conception de la lumière chez Newton. Newton consent à ne pas

quo versetur Colorum natura atque discrimen ; sed tantum commonstrare quod illi *de facto* sunt primigeniæ et immutabiles qualitates Radiorum. »

1. *Ibid.* « Aliis relinquo curam harum qualitatum naturam atque discrimen per mechanicas hypotheses explicandi, quod negotium non difficile reor. »

2. Cf. *Phil. Trans.*, n. 84, p. 4087.

prendre cette qualification dans un mauvais sens, bien qu'il ait conscience de n'avoir mis dans son *Optique* que « des propriétés certaines et assurées de la lumière ». Rechercher la nature de ces propriétés est d'après lui une tâche stérile, et dont toute théorie, même celle de ses adversaires, peut aisément s'acquitter. C'est ainsi, pense-t-il, qu'il n'y a aucune difficulté à interpréter les expériences, soit dans les idées de *Grimaldi*, soit dans celles de *Hooke*, soit dans celles de *Descartes*, ou d'autres encore. Mais cette interprétation n'est pas l'essentiel. La véritable méthode scientifique ne consiste pas à épuiser les hypothèses abstraites grâce auxquelles un fait est concevable, et à préférer parmi ces hypothèses celle qui mène aux conclusions les plus cohérentes. Une théorie doit être choisie non à la suite d'éliminations abstraites, mais à la suite d'une élimination concrète portant sur l'ensemble des faits. Or à ce point de vue, la théorie de la dispersion, sous la forme positive que lui donne Newton, ressort manifestement des faits. Elle est donc une hypothèse si l'on veut, mais une hypothèse qui demeure vraie indépendamment de tout ce que nous conjecturons sur l'essence de la lumière. Les conceptions corpusculaires et les conceptions ondulatoires s'y accommodent également bien. Elle est valable scientifiquement autant qu'une loi scientifique peut être assurée.

Les objections de *Linus* [1] et de *Lucas* [2] sont presque toutes des objections expérimentales. Elles apprennent assez peu de chose sur la théorie que ces physiciens opposaient à celle de Newton, et les réponses qu'y donne Newton font voir qu'il ne jugeait pas nécessaire de modifier en rien sa conception. On peut dire que pendant la période qui va de 1672 à 1675 la pensée intime de Newton est restée invariablement la même. L'idée que la lumière est la manifestation sensible d'une substance analogue aux substances matérielles, que les rayons sont des émanations moléculaires des corps incandescents, que leur émission, leur réfraction, ont une origine purement mécanique, a certainement été pendant longtemps l'idée de derrière la tête de Newton. Seulement cette idée il se trouve contraint de

1. Cf. *Phil. Trans.*, n. 110. p. 217.
2. Cf. *Phil. Trans.*, Vol. I, p. 172.

l'exprimer avec des réserves. L'horreur des polémiques stériles l'amenait à désavouer toute hypothèse.

A partir de 1675, le fait essentiel qui caractérise la seconde période de l'optique newtonienne est la conversion partielle de Newton aux théories ondulatoires. L'attitude qui n'était d'abord qu'une tactique finit par devenir chez lui parfaitement sincère. Tout en demeurant fidèle à l'esprit positif et en refusant aux hypothèses quelles qu'elles soient une valeur absolue, Newton admet que la conception de l'éther fournit un schéma aussi exact que la doctrine de l'émission. Il ne devient pas pour cela un partisan *absolu* de la théorie de l'éther, mais il s'en sert systématiquement et la développe sur bien des points. Elle passe entre ses mains du rang d'hypothèse métaphysique à celui d'hypothèse physique, contrôlée et corrigée par les faits. La science moderne n'aurait pu tirer aucun profit d'une conception de l'éther telle qu'on la trouve chez *Hooke* ou même chez *Huyghens*. C'est à Newton qu'elle emprunte cette *hypothèse*, régularisée et devenue théorie.

Les raisons qui détermineront l'orientation de l'optique newtonienne du côté des théories de l'éther sont de deux sortes. Il y a d'abord des raisons générales, tirées des tendances mêmes du newtonisme en matière de philosophie naturelle. Ensuite il y a des raisons spéciales provenant du progrès incessant accompli par Newton en matière d'optique physique.

On est trop porté à croire d'ordinaire que les différentes parties de la physique newtonienne sont indépendantes les unes des autres. C'est ainsi qu'on attribue à la seule influence des expériences d'optique la tendance de plus en plus grande de Newton vers les théories ondulatoires de la lumière. Il est certain pourtant que cette tendance est solidaire de dispositions générales qui se retrouvent à la fois dans l'*Optique*, dans les *Principes Mathématiques de la Philosophie Naturelle*, et dans les *Opuscules* de Newton. Ce sont ces dispositions qu'il faut analyser d'abord, si l'on veut comprendre l'évolution de l'optique newtonienne. Ce sont elles qui expliquent la substitution d'un éther immatériel et continu, comme représentation des phénomènes, à l'ancienne image de l'émission, reste de la métaphysique corpusculaire.

S'il est un principe de mécanique générale que Descartes ait

étrangement méconnu, c'est celui d'après lequel la propagation d'une action physique nécessite toujours un temps fini. Descartes croit démontrer, en partant de sa définition de la lumière, qu'un rayon lumineux peut *instantanément* venir du soleil jusqu'à nous. Il définit la lumière comme la pression mutuelle de petites boules solides, et prétend qu'elle ne consiste point en la durée de quelque mouvement, mais seulement en ce que ces « petites boules sont pressées, et font effort pour se mouvoir vers quelque endroit, encore qu'elles ne s'y meuvent peut-être pas actuellement[1] ».

Il s'ensuit que la lumière s'étend en rond de tous côtés autour du soleil et des étoiles fixes et qu'elle passe en un instant à toutes sortes de distances. L'idée de Descartes est plus clairement exprimée encore au début des *Météores*[2]. Il fait voir qu'en vertu de la solidité des corps on ne peut mouvoir une quelconque de leurs parties sans que le corps tout entier participe *instantanément* au même mouvement.

C'est ainsi qu'un bâton ne peut être remué à une de ses extrémités sans que cette modification ait son contre-coup, d'une manière immédiate, à l'autre extrémité. Et ceci demeurerait vrai quand le bâton serait assez long pour aller des cieux jusques à la terre. « Ce qui doit empêcher de trouver étrange que la lumière puisse étendre ses rayons en un instant depuis le soleil jusqu'à nous ».

Ainsi Descartes trouvait logiquement concevable et physiquement réalisée une *propagation de la lumière en dehors du temps*. Il y a là une question qui théoriquement est difficile à décider, mais que l'expérience ne devait pas tarder à résoudre dans le sens inverse du sens cartésien. *Römer* le premier posa en fait que certains phénomènes astronomiques ne peuvent se comprendre si l'on admet une propagation instantanée de la lumière, et Newton érigea en principe l'impossibilité de toute propagation instantanée. Les observations de *Römer* avaient été faites sur les satellites de Jupiter pendant le temps des éclipses. Il avait constaté que la durée des éclipses ne coïncidait jamais avec la durée théorique telle

1. *Princ. de la Phil.*, IIIe P., § 63, Ed. Cousin, p. 228.

2. Cf. *Météores*, Discours Premier, Ed. Cousin, p. 6.

qu'on pouvait la prévoir par les tables. Lorsque la terre se trouve interposée entre le soleil et Jupiter, les éclipses se produisent sept ou huit minutes trop tôt ; lorsque la terre est en opposition avec Jupiter par rapport au soleil, elles ont lieu sept ou huit minutes trop tard. *Römer* avait montré que la cause du phénomène se trouvait dans le temps employé par la lumière des satellites pour parcourir le diamètre de l'orbite terrestre. L'objection qui se présente tout de suite à l'esprit est que l'inégalité observée peut provenir de l'excentricité des orbites que décrivent les satellites. Mais on ne comprendrait pas dans une semblable hypothèse pourquoi cette inégalité est en rapport, à toute époque, avec la distance de la terre au soleil[1]. Au contraire, les différences observées se justifient très bien si l'on attribue à la lumière des satellites une vitesse de propagation très grande, mais finie.

Les observations de *Römer* avaient vivement frappé Newton. Il y fait allusion, non seulement dans l'*Optique*, mais dans les *Principes*[2], et les considère comme une preuve directe de l'inexactitude des conceptions cartésiennes. L'action de la lumière, pas plus qu'aucune autre action mécanique, ne se fait *dans l'instant*. Elle ne peut consister, comme le pensait Descartes, dans un état de pression des molécules. Ce serait là un état statique, inconciliable avec les observations de *Römer*. La lumière implique nécessairement un état dynamique, ou si l'on préfère un transport d'action à travers un milieu. Ceux que les observations des astronomes ne convaincraient pas, doivent songer qu'il existe un autre phénomène, démontrant d'une façon irréfragable l'existence d'une vitesse de propagation de la lumière. C'est le fait même de la diffraction, récemment découvert par *Grimaldi*. Si la lumière se courbe, s'infléchit au voisinage d'un obstacle matériel, c'est qu'elle subit dans une certaine mesure l'action de cet obstacle. Or, si la lumière se communiquait en un instant d'une extrémité du ciel à l'autre, il serait impossible qu'elle fût modifiée par des forces

1. Cf. *Lect. Opt.*, L. II. P. III, Prop. XI.

2. V. *Principes*. L. I, S. 14. Prop. XLVI, Scholie. « Il est certain par la découverte des phénomènes des satellites de Jupiter, confirmée par les observations de plusieurs astronomes, que la propagation de la lumière est successive, et qu'elle vient du Soleil à la Terre en sept ou huit minutes ».

agissant dans le temps. Le fait de la diffraction est donc la preuve que, dans toute la région où le rayon lumineux est dévié, il se meut d'une vitesse comparable à celle qu'il reçoit de l'attraction de l'obstacle. La lumière se propage donc, et l'on peut même déduire, de l'étude expérimentale de la diffraction, une mesure grossière de sa vitesse.

Dès lors il devient impossible de considérer les rayons lumineux comme des réalités purement géométriques. La dioptrique et la catoptrique traditionnelles envisagent le « rayon lumineux » comme existant à chaque instant tout entier. Les mathématiciens se l'imaginent comme une ligne qui relie le point lumineux au point illuminé, ligne droite dans un milieu homogène, et qui se brise au passage d'un milieu dans un autre. Mais cette manière de voir n'a de sens que dans une héorie de la propagation instantanée[1]. Du moment qu'une pareille théorie est rejetée à la fois au nom des principes généraux et sur la foi des observations astronomiques, il faut renoncer à la définition classique du rayon lumineux. Il convient de définir ce dernier en choisissant dans le milieu où la propagation se fait des pinceaux de plus en plus fins, mais toujours « capables d'agir ou susceptibles de pâtir physiquement[2] ». On conçoit alors que la lumière ne puisse plus être envisagée comme une émission de molécules agissant instantanément par pression d'un bout à l'autre de l'univers. En introduisant dans l'optique l'idée de « durée », Newton y introduisait quelque chose qui facilite le rapprochement entre les ondes lumineuses et les ondes fluides, c'est-à-dire qu'il préparait la voie à une théorie de l'éther.

La négation des actions instantanées s'accompagne chez Newton de la négation des actions à distance. Nous connaissons l'importance que prend en mécanique le principe de non-action à distance, pour ce qui regarde la définition et la mesure des forces. Ce principe, tiré par induction de quelques expériences simples, acquiert par la fécondité de ses applications

1. Cf. *Lect. Opt.*, Déf. II. « Hoc quidem de Radiis et refractionibus dici possit, si lumen uno momento propagatur. »

2. Cf *Lect. Opt.*, Déf. I. « Minima pars luminis quæ agere vel pati quicquam possit, quod reliquum lumen eodem tempore non agat vel patiatur, hæc est quam appello Radium luminis. »

une valeur quasi-universelle. On peut l'utiliser non seulement en mécanique rationnelle, mais encore en hydrodynamique et en optique. Le phénomène de la diffraction auquel il vient d'être fait allusion, conduit alors de toute nécessité à la conclusion suivante : il existe un milieu spécial qui sert de véhicule à la lumière. Quel est en effet le trait caractéristique du phénomène analysé par *Grimaldi* et par *Hooke* ? Un rayon lumineux, — et peu importe ici qu'on entende par ce mot un trait géométrique ou un faisceau physique, — est dévié de la ligne droite au voisinage d'un écran. Il contourne l'écran à une très petite distance jusqu'à ce qu'il s'en soit suffisamment éloigné pour recommencer à se propager en ligne droite. Au voisinage de l'écran, il y a donc action de la substance de l'écran sur la substance, quelle qu'elle soit, de la lumière. Ainsi dans l'espace très petit qui sépare le rayon de l'obstacle, il se passe physiquement *quelque chose*[1]. Nous dirons que cet espace est un champ de forces puisque c'est en cet endroit que s'exercent les actions mutuelles du rayon et de la matière. Mais un champ de forces suppose nécessairement une réalité à laquelle les forces s'appliquent. Dans cet espace qui nous semblait au premier abord indifférent au passage de la lumière, il faut admettre que la lumière produise des actions et des réactions. Ceci serait impossible dans une théorie purement moléculaire. S'il n'y avait dans un rayon lumineux qu'un « bombardement » de molécules émises par la source et déviées par diffraction, il ne se passerait *rien* dans l'espace qui sépare les molécules de l'écran. Le fait même de la diffraction montre qu'il se passe quelque chose, et laisse supposer que la lumière implique le mouvement vibratoire d'un milieu continu.

L'existence d'un pareil milieu est d'aillleurs suggérée d'une manière invincible par les phénomènes électriques et magnétiques. Ne voyons-nous pas l'aimant transmettre la force avec laquelle il agit sur le fer, et cela sans la moindre diminution ou altération, à travers tous les corps non magnétiques, comme l'or, l'argent, le plomb, le verre, l'eau[2] ? Les corps électriques,

1. V. *Lect. Opt.*.L. II, P. III, Prop. VIII. « Corporum partes, interjecto licet aliquo intervallo, agere tamen in radios luminis, id deinceps ostendetur. »

2. V. *Lect. Opt.*,L. II, P. III, Prop. VIII, « Magnes virtutem qua in ferrum agit, sine ulla diminutione aut alteratione, integram transmittit per corpora

lorsqu'ils sont frottés, peuvent émettre une exhalaison très rare et très subtile, douée pourtant d'une force considérable, tout comme les effluves magnétiques traversent sans résistance les lames de verre qu'on leur oppose [1]. La force gravitante du soleil se transmet intégralement dans l'épaisseur de la masse des planètes. Elle agit jusqu'à leur centre [2] avec la même intensité et selon les mêmes lois qu'elle ferait si les parties intérieures de la planète n'étaient pas entourées de couches extérieures. Tous ces phénomènes entraînent une conséquence commune. Ni l'électricité, ni la force magnétique, ni la gravitation ne pourraient se propager s'il n'y avait pas un milieu physique sur lequel elles pussent avoir prise. La lumière ne fait pas exception. Si elle se transmet en un temps fini, c'est parce qu'elle franchit un milieu particulier où le choc des molécules incandescentes suscite des ondes d'ébranlement. La conception de l'éther découle naturellement de l'axiome suivant lequel il n'y a pas d'action physique, quelle qu'elle soit, sans un milieu qui la communique.

Il est une raison d'ordre général, trop souvent méconnue, qui plus encore que les précédentes a conduit Newton à admettre en optique l'existence d'un milieu éthéré. Nous voulons parler des recherches entreprises par Newton lui-même sur la résistance des milieux matériels, recherches qui sont résumées dans le second livre des Principes. Nous avons eu l'occasion ailleurs [3] de faire allusion à cette partie de la physique newtonienne, soit pour en montrer le lien avec les principes généraux de la mécanique, soit pour y faire voir un exemple typique de la physique mathématique de Newton. Il est certain qu'aux yeux de son auteur, il y avait là une théorie capitale, dont les conséquences dépassent de beaucoup le domaine de l'hydrodynamique. La réfutation de l'hypothèse

omnia non magnetica nec candentia : ut aurum, argentum, plumbum, vitrum, aquam. »

1. Cf. *Opt. Quæst.* XXII. « Quomodo corpus electricum, quum fricetur, exhalationem emittere possit tam raram tamque subtilem, et tamen eodem tempore tanta vi præditam. ».

2. Cf. *Lect. Opt.*, L. III., P. II, Prop. VIII. « Vis gravitans Solis transmittitur integra per ingentia planetarum corpora, ita ut eadem vi eisdemque legibus ad ipsa usque centra in omnes eorum partes agat, ac si partes illæ interiores reliquo planetæ corpore non essent circumdatæ. »

3. V. *La Philosophie de Newton*, Ch. V et VII.

des tourbillons découle directement des théorèmes de Newton sur le frottement interne des fluides. Nous allons montrer que cette même théorie devait nécessairement amener Newton à la conception de fluides incorporels, d'éthers dont l'optique pouvait faire usage.

Il est un fait que les astronomes ont constaté depuis longtemps, et dont la certitude est allée en croissant avec la précision de nos observations : c'est la rigoureuse invariabilité des « temps périodiques », c'est-à-dire des durées de révolution des planètes. Cette constance dans le mouvement des planètes indique qu'elles se meuvent à travers un fluide dont la résistance est très sensiblement nulle. Comment Descartes pouvait-il rendre compte de cette absence de résistance dans un milieu à la fois *matériel* et *plein* ? Car il ne faut pas oublier que la négation du vide est un des axiomes de la physique cartésienne, et que l'étendue étant équivalente à la matière, la matière existe partout. On sait que Descartes se tirait d'affaire par une distinction entre les différentes sortes de matière. La matière grossière, composée de particules relativement grandes, est celle qui fait naturellement obstacle au passage des corps en mouvement, et si les cieux étaient composés de de cette matière, il est certain que le mouvement des planètes devrait s'y amortir très rapidement. Mais le milieu dans lequel les astres se déplacent est le plus subtil, le plus ténu de tous. Les particules physiquès n'y ont pas les formes compactes et enchevêtrées qui sont propres à apporter le trouble à la propagation des masses mobiles. Elles sont au contraire d'une petitesse extrême, glissent sans difficulté les unes sur les autres, et n'occasionnent aucune perte de force vive dans les corps qui les chassent. Bien que le monde solaire soit rempli de matière, la matière s'y trouve à un état de division tel qu'elle est incapable de résister au choc de corps énormes, comme sont les astres que nous connaissons.

La réfutation donnée par Newton de l'argument cartésien est claire et décisive. Descartes a péché par goût des simplifications excessives. Il a vu que dans un grand nombre de cas la résistance apportée par un certain milieu à la propagation d'un mouvement donné est proportionnelle à la grosseur des parties dont le milieu est composé. C'est ainsi qu'un char roule

plus aisément sur une route recouverte de poussière que sur une route grossièrement empierrée. Un son se propage plus aisément dans un air pur et limpide que dans la brume ou par la neige. Mais la résistance dûe aux *dimensions* de l'obstacle n'est pas la seule qu'on trouve dans la nature. Il résulte des expériences et des analyses de Newton, touchant les oscillations du pendule ou le flux et le reflux de la mer, que dans l'expression des résistances interviennent des termes qui ne dépendent pas de la grosseur des molécules résistantes, mais de leur masse et de leur inertie. C'est ainsi qu'en subdivisant un corps en parcelles très ténues on ne supprime pas entièrement la résistance que ce corps peut offrir au mouvement d'un autre corps. On supprime simplement « cette fraction de la résistance qui vient de la ténacité et du frottement des parties »[1]. Mais la division des parties de la matière ne diminue point sa quantité (masse totale), et la quantité de la matière restant la même, la force d'inertie demeure la même, par suite aussi la fraction de la résistance qui est en rapport avec cette force.

Ainsi en admettant le plein de Descartes, on se condamne à laisser subsister dans l'univers des résistances qui peuvent être énormes et dont la réalité est journellement démentie par le fait de l'invariabilité des temps sidéraux[2]. Si l'on veut diminuer ces résistances, il est de toute nécessité, d'après Newton, qu'on « diminue la quantité de matière dans les espaces dans lesquels le corps se meut »[3]. Mais diminuer la quantité de matière est une chose impossible dans la théorie de Descartes, puisque la matière est « étendue », et que l'étendue n'est pas susceptible de condensation ou de raréfaction, de plus ou de moins. Il n'est même pas nécessaire de prendre à la rigueur la théorie de Descartes pour se heurter directement à cette difficulté. Dans toute optique où les rayons de lumière sont considérés comme des émissions de particules solides, c'est-à-dire absolument résistantes, on se verra obligé d'admettre que le choc de ces

1. Cf. *Principes*, L. II, S. 7, Scholie Final.

2. Il faut pourtant signaler que certains physiciens modernes, et en particulier *Lord Kelvin*, ont cherché à démontrer mathématiquement la compatibilité des mouvements astronomiques avec l'hypothèse des cieux solides.

3. Cf. *Principes*, L. II, S. 7, Scholie Final.

particules retarde petit à petit les mouvements astronomiques. Les atomistes et *Gassendi* n'évitent pas cette difficulté. La petitesse et la rareté des atomes n'enlèvent rien à leur solidité, elles retardent sans le supprimer l'effet d'amortissement que doivent subir les planètes.

C'est pourquoi Newton est porté à admettre que ce que nous appelons rayon lumineux ne consiste pas en un transport de particules absolument rigides, identiques aux solides matériels. Il lui semble beaucoup plutôt qu'il doit y avoir dans l'espace dégradation continue de la résistance matérielle jusqu'à ce qu'on arrive à un milieu nouveau n'offrant plus qu'une analogie lointaine avec les substances corporelles. « Les espaces célestes dans lesquels les globes des planètes et des comètes se meuvent sans cesse librement en tous sens sans aucune diminution sensible de leur mouvement doivent être *vides de tout fluide corporel* ». Il est vrai que Newton ajoute aussitôt qu'il faut peut-être faire une exception en faveur de quelques vapeurs très légères et des rayons de lumière qui les traversent. Mais cette exception ne peut être admise à la rigueur sans contredire ce qui précède. Il faut y voir une de ces formules dubitatives dont Newton aime à s'entourer dans les *Principes* pour éviter le reproche d'hypothèse arbitraire. Au fond son idée est visiblement que le milieu où se transportent les planètes doit différer extrêmement des milieux matériels. La résistance et l'inertie doivent y être réduites à des proportions si petites qu'il est légitime de le considérer comme un milieu nouveau, un milieu incorporel. C'est seulement pour éviter les querelles de mots, dont il venait de faire la fâcheuse expérience, que Newton exprime, sous forme hypothétique, la possibilité de la matérialité des rayons. En réalité c'est bien une théorie nouvelle, une théorie de l'Ether, qui ressort implicitement du théorème des *Principes*.

Cette théorie va rencontrer dans la physique newtonienne un terrain particulièrement favorable, et pour une raison qui peut sembler d'abord assez paradoxale : à cause de l'esprit positif dont cette physique est inspirée. Les prédécesseurs immédiats de Newton n'avaient pas la puissance d'intuition qui permet au savant de se passer d'images matérielles. Même des hommes comme Bacon ou Descartes n'ont pas su constituer la

physique sans l'encombrer de représentations auxiliaires, empruntées à l'expérience sensible, et destinées à soulager l'effort de l'entendement. Newton au contraire, par l'emploi positif des mathématiques, est parvenu à ériger une physique où l'interprétation des faits joue un rôle accessoire et où la signification importante est dévolue à la forme mathématique des phénomènes. C'est ainsi que lorsqu'un fait naturel suit une loi d'amortissement de forme pendulaire, peu nous importe de savoir si réellement il faut en chercher l'explication dans les oscillations de pendules élémentaires. La formule abstraite suffit, et au-delà il n'y a qu'hypothèse. Lorsque l'étude d'un phénomène simple, la propagation du son ou de la lumière par exemple, avait été entreprise par Descartes ou Bacon, c'est par des analogies matérielles que ces savants cherchaient à se représenter les faits. En optique et en acoustique, quelque chose paraît se propager. Il faut que ce quelque chose soit matériel, il faut que ce soient des corpuscules solides. Newton témoigne plus de réserve. Lorsque nous avons constaté qu'un son ou qu'un rayon se propage, nous ne devons pas nous soucier tout d'abord de rechercher *ce qui* se propage. C'est là une question accessoire impliquant hypothèse. Nous devons étudier *les lois* suivant lesquelles la propagation se fait, parce que ces lois sont indépendantes du substrat hypothétique qu'on donne au mouvement.

Il devient possible alors de tenter, comme le fait Newton, l'étude de la propagation en général, que cette propagation soit celle de la matière, de la force, du mouvement. De là l'idée très abstraite, et tout à fait originale chez Newton, que la force, le mouvement, la perturbation quelle qu'elle soit, peuvent se communiquer par le milieu ambiant aussi bien que les molécules matérielles. Quelque chose circule dans le milieu que nous observons, et il suffit que ce quelque chose puisse se désigner soit par un nombre soit par un vecteur pour que nous soyons en droit de l'étudier d'une manière positive[1]. Voilà pourquoi on rencontre souvent chez Newton une idée qui eût semblé absurde aux cartésiens comme aux atomistes, l'idée d'une

1. Ceci est à rapprocher de ce que fera *Maxwell* lorsqu'il introduira en Electrostatique la considération des « courants de déplacement » qui résultent de la déformation de l'éther.

force qui se propage indépendamment de toute masse matérielle. Les perturbations électriques et magnétiques, les forces de gravitation, etc. sont des exemples de propagation réelle et pourtant incorporelle. Tout porte à croire que la propagation de la lumière rentre dans un cas de ce genre. C'est une question que rien ne permet actuellement de résoudre, de savoir « si la lumière est une projection de corpuscules exigus ou si elle n'est qu'un mouvement abstrait, une certaine force qui se propage ». Tout ce que nous savons, c'est qu'elle se meut en ligne droite, et ceci demeure vrai dans toutes les hypothèses[1]. Il devient donc assez indifférent de rechercher si ce sont des vibrations matérielles ou des vibrations non matérielles qui servent de véhicule au rayon lumineux. Le feu est-il « un corps incandescent au point d'émettre une copieuse lumière ? »[2]. La lumière ne s'effectue-t-elle au contraire que « par l'intermédiaire de mouvements vibrants »[3] ? Répondons qu'il y a vibration et que cette connaissance suffit au physicien. On voit que Newton arrive, de par sa méthode, à se libérer de toute comparaison moléculaire, et à laisser ainsi la place ouverte à des comparaisons nouvelles empruntées aux théories de l'éther. Mais on peut prévoir que, de par cette méthode même, les théories de l'éther ne se substitueront pas chez lui purement et simplement aux théories moléculaires. Sa théorie sera mixte, parce qu'elle prétend demeurer positive.

Après avoir énuméré les raisons générales qui laissent prévoir l'orientation graduelle de l'optique vers les théories de l'éther, il convient de rechercher les motifs historiques qui expliquent d'une manière plus particulière cette évolution. Nous aurons ensuite à nous demander à quel titre Newton peut être appelé un « partisan de l'éther » et si sa conception garde quelque valeur dans la physique moderne.

Une remarque qui s'impose tout d'abord est que la théorie de Newton se trouvait dans une situation fausse du fait de la confusion, généralement commise de son temps, entre l'op-

1. Cf. *Lect. Opt.*, L. II, P. III, Prop. VIII. « Radii luminis, sive sint illi exigua projecta corpuscula, sive motus solummodo, vel vis aliqua propagata, moventur in lineis rectis. »

2. Cf. *Quæst. Opt.* IX.

3. *Ibid.*, VIII.

tique géométrique et l'optique physique. L'optique géométrique, plus communément désignée par Descartes et ses disciples sous les noms de Dioptrique et de Catoptrique, est celle qui est fondée toute entière sur la notion de rayon lumineux. Elle comprend la théorie de la réflexion et de la réfraction avec les conséquences géométriques qui en découlent en ce qui concerne la construction des verres, des miroirs et des systèmes grossissants. Dans l'optique géométrique, il est possible de se passer de toute hypothèse. Le fait de la propagation rectiligne est le seul dont on fasse usage, et il n'y est besoin d'aucune représentation supplémentaire touchant le mécanisme intime de cette propagation ou les causes perturbatrices qui le modifient à la surface de séparation de deux milieux.

Au contraire l'optique physique touche de plus près à la constitution de la lumière. Ce que nous entendons aujourd'hui sous ce nom, c'est la théorie de la polarisation, des interférences, de la double réfraction, de la polarisation rotatoire. Toutes ces théories impliquent une part d'hypothèse en ce sens qu'elles partent d'une représentation concrète des vibrations elles-mêmes et de la symétrie que les vibrations peuvent présenter par rapport au rayon.

Il est extrêmement remarquable que, même avant Newton, on ait connu des phénomènes comme la diffraction qui relèvent manifestement de l'optique physique, et qu'on les ait étudiés pourtant à la façon de l'optique géométrique. La double réfraction elle-même, qui fut découverte du vivant de Newton, et qui est aujourd'hui à la base de l'optique physique, a longtemps été envisagée d'une manière purement géométrique, et sans qu'on cherchât à la rattacher à la constitution du rayon lumineux. Au contraire, s'il est un phénomène voisin de ceux de l'optique géométrique, un phénomène qui a longtemps passé pour une simple aberration de la réfraction, c'est celui de la dispersion des couleurs par le prisme. Les lois de Descartes, la propagation rectiligne, le caractère géométrique proprement dit continuent à y être vérifiés. On peut dire que des phénomènes de l'optique physique, c'est celui qui semble renseigner le moins sur la nature des ébranlements de l'éther. C'est pourtant de ce phénomène que Newton va partir pour s'élever à la conception de l'éther. Ce ne sont pas les franges de diffraction, soigneuse-

ment étudiées par *Hooke*, qui vont conduire Newton à modifier la théorie de l'émission. C'est la production des couleurs du prisme qui demeure pour lui le problème essentiel, et c'est parce que cette production est en rapport avec la distribution intime de la matière, qu'il va être obligé d'admettre un milieu vibrant en résonance avec cette matière.

Le désaccord entre *Hooke* et *Newton* n'avait pas été supprimé par les nombreuses publications de ce dernier. Pourtant il est certain que *Hooke* avait fait des concessions à l'explication newtonienne. Il avait fini par considérer comme exactes les expériences de Newton, et acceptait en gros l'affirmation de ce dernier, savoir qu'il y a corrélation invariable entre telle couleur déterminée et tel degré de réfrangibilité. Surtout *Hooke* avait renoncé à sa prétention primitive d'expliquer toutes les couleurs, y compris le blanc, par le mélange de deux couleurs seulement. Il acceptait maintenant qu'il y eût plus de deux couleurs distinctes, et allait même jusqu'à en reconnaître une infinité. Mais alors *Hooke* devait renoncer à l'image qui lui avait servi dans sa *Micrographie*, image d'après laquelle tout rayon lumineux possède deux côtés et deux seulement. Il fallait maintenant ou bien attribuer au rayon une infinité de « côtés » distincts, ou envisager dans l'état du rayon autre chose que l'aspect extérieur, étudier le mode même dont les vibrations s'effectuent.

C'est à ce dernier parti que se range *Hooke* [1]. Dans son rapport sur la diffraction, qu'il présenta à la Société royale de Londres le 11 mars 1675 [2], *Hooke* explique pour la première fois l'idée nouvelle qu'il se fait des couleurs. Les couleurs dépendent de l'amplitude et de la vitesse des ondulations de l'éther, et comme cette vitesse et cette amplitude peuvent varier à l'infini, on conçoit qu'il existe une infinité de couleurs élémentaires. La lumière prend son origine, tout comme le son, dans un certain tremblement du milieu. Nous savons que les différences de périodes créent les différences de hauteur du son, et que l'harmonie se compose de sons ayant des intervalles simples. Le même phénomène se passe en optique. Les couleurs se

1. V. Hooke, *Posthumous Works*, Londres 1705, p. 71-149.

2. Cf. Birch, *History of the Royal Society*, Vol. III, p. 194.

distinguent par leur période, et ce que nous nommons une couleur agréable, c'est un accord harmonique de vibrations convenablement mélangées. Les sons se ressemblent tous, si on les considère objectivement, et ils ne prennent leur valeur individuelle que pour l'oreille qui les perçoit. Il en est de même des couleurs. Prises en elles-mêmes, elles sont des vibrations qui se ressemblent toutes, au degré près. Mais notre œil est différemment affecté par des ordres de fréquence différents. Le rouge, le jaune, le bleu, sont les apparences optiques que prennent pour nous les ondulations de différentes vitesses. Dans une communication du mois de mai 1682[1], *Hooke* revient sur cette théorie des couleurs, qui semble être demeurée définitivement la sienne.

C'est sur la demande d'*Oldenburg* et à l'occasion de la polémique avec *Linus* que Newton, vers la fin de l'année 1675, adressa à la Société Royale de Londres un important mémoire qui devait rouvrir le débat entre Newton et *Hooke*, bien qu'en réalité ce mémoire marque un rapprochement manifeste entre l'optique de Newton et celle de *Hooke*. Nous voulons parler de l'opuscule qui porte pour titre : *Théorie de la lumière et des couleurs*, renfermant tant une hypothèse propre à l'explication des propriétés de la lumière, qu'une description des principaux phénomènes de coloration des lames minces et des bulles[2].

Ce mémoire était accompagné d'un brouillon à l'adresse d'*Oldenburg*, qui contenait une hypothèse sur l'essence de la lumière. Mais cette hypothèse n'était présentée par Newton qu'avec les précautions les plus grandes. Elle était d'ailleurs conforme à celle qu'on retrouve, sous forme dubitative, à la fin de l'*Optique*, et qui est une conciliation originale de la théorie de l'émission et de la théorie des ondulations. Newton s'excuse auprès d'*Oldenburg* de lui envoyer une communication aussi imparfaite, et que lui-même ne peut relire sans y trouver des obscurités. Il s'était promis, ajouta-t-il, de ne plus publier rien qui ressemblât à une hypothèse, étant données les disputes qu'il avait suscitées. Mais il espère que la déclaration formelle, faite en tête du mémoire principal, de ne plus répondre à

1 *Posthumous Works*, p. 129.
2. Cf. Birch, Vol. III, p. 247.

aucune polémique, lui épargnera de nouvelles attaques. S'il n'a pas résisté à la tentation d'accompagner d'une hypothèse sa théorie des couleurs, c'est qu'il estime que l'hypothèse peut servir à illustrer les faits. Elle joue le rôle des figures dans un ouvrage dont le texte est obscur. D'ailleurs il espère que cette hypothèse ne sera pas prise littéralement. Il l'a lui-même développée sans rigueur, écrite hâtivement, et il souhaite qu'on soit indulgent pour les imperfections qu'elle peut présenter.

Le mémoire principal contient les idées définitives de Newton sur l'essence de la lumière et la valeur des hypothèses optiques en général. C'est à ce mémoire et à l'*Optique* de 1704 qu'il faut se référer si l'on veut fixer le terme de l'évolution qui a amené Newton à une hypothèse très voisine de l'hypothèse moderne de l'éther.

Newton commence par se féliciter de voir *Hooke* se ranger enfin à son avis. Il interprète ainsi la déclaration de *Hooke* d'après laquelle celui-ci reconnaît maintenant qu'il y a une infinité de couleurs, distinguées seulement par la longueur d'onde (various bigness of the pulses). En réalité, Newton faisait plus de concessions à l'hypothèse de *Hooke* qu'il n'en obtenait de ce dernier. C'est ce qui résulte de la suite du mémoire, où il décrit l'hypothèse des ondulations comme la plus probable de toutes celles qui ont été données par les auteurs, parce qu'il ne voit pas le moyen d'expliquer sans « ondes éthérées » les phénomènes de coloration des lames minces. Pourtant il y a une hypothèse que Newton semble regarder comme meilleure encore. Cette hypothèse n'est pas nouvelle, elle a déjà été donnée précédemment[1]. Elle consiste dans l'idée que les rayons de lumière sont une émanation directe des corps portés à l'incandescence. Cette émanation ou émission vient frapper les corps éclairés, et produit un ébranlement de l'éther enfermé dans ces corps. Le caractère propre de cet ébranlement est d'être vibratoire et de se propager à l'éther avoisinant. D'ailleurs il est inutile de rechercher le mécanisme exact de cette propagation, comme il est inutile de se demander comment la matière ébranle l'éther. Il est indifférent à la science positive qu'un phénomène prenne naissance pour

1. Au cours de la première polémique avec *Hooke*, 1672.

une cause ou pour une autre, pourvu que nous connaissions les lois qui président à son développement. Disons donc que la lumière est quelque chose, dont la caractéristique est de pouvoir ébranler l'éther, sans prétendre expliquer dans le détail la genèse de cette perturbation. Ainsi conçue, la théorie ondulatoire semble à Newton, sinon absolument vraie, du moins la plus commode et la plus vraisemblable de toutes.

Que Newton ait été amené à admettre l'éther comme lieu de la propagation lumineuse, on peut l'attribuer aux raisons générales étudiées plus haut, et à l'influence des arguments de *Hooke*. Mais qu'il ait envisagé cet éther comme susceptible de *vibrations*, c'est-à-dire qu'il ait fait consister la lumière en alternances de mouvements très rapides, c'est ce qu'on ne peut comprendre sans se reporter à la théorie naissante des interférences, telle qu'elle avait été esquissée par *Hooke* dans sa *Micrographie*, telle qu'elle est reprise et développée par l'*Optique*.

Hooke avait expliqué d'une manière extrêmement originale un phénomène alors tout nouveau dans la science, celui de la coloration des lames minces[1]. Lorsqu'une lame très mince d'une substance transparente reçoit directement les rayons du soleil, on voit qu'elle se teinte de couleurs irisées si l'épaisseur de la lame n'est pas la même partout, d'une couleur plate et uniforme si la lame est partout identique à elle-même. Hooke rendait compte de ce phénomène de la manière suivante. Lorsqu'un rayon de lumière rencontre une lame mince, une partie seulement du rayon subit la réflexion sur la surface d'avant, l'autre est réfractée, puis réfléchie par la surface d'arrière de la lame. Ce second rayon, nécessairement affaibli par son passage au travers de la lame, ressort de cette dernière dans la direction même où est passé le premier, et se propage dans l'éther parallèlement à lui. Mais la lumière se communique avec une vitesse finie, et notre second rayon a pris durant la traversée de la lame un retard fini sur le premier. Il s'ensuit qu'une fois rejetés dans l'air, les deux rayons ne chemineront plus de concert comme ils le faisaient dans la lumière primitive. Dans celle-ci les parties fortes et faibles (c'est-à-dire

1. Cf. *Micrographia*, p. 65-66.

intenses et non intenses) du rayon étaient mélangées. Maintenant la partie la plus forte marche la première, et le deuxième rayon très affaibli suit à un certain intervalle de temps.

Il suit de là que, selon les cas, deux phénomènes peuvent se présenter. Ou bien l'épaisseur de la lame étudiée est assez petite pour que le retard subi par le deuxième rayon soit inappréciable à l'œil, et dans ce cas le faisceau réfléchi fera sur notre organe l'impression d'un faisceau unique, mais d'un faisceau dont la partie la plus intense se propage la première : c'est la définition même du rouge ou du jaune telle que *Hooke* la donne dans sa *Micrographie*. Si l'épaisseur de la lame est plus grande, l'intervalle de temps qui sépare les deux rayons finira par être sensible, et l'œil percevra simultanément non pas le deuxième rayon et le premier, mais le deuxième et un autre qui sera venu frapper ultérieurement la surface d'avant. L'impression ressentie sera celle d'un rayon unique, où les radiations peu intenses précéderaient les radiations intenses ; c'est la définition du bleu d'après *Hooke*.

On voit que la théorie des interférences, tout en témoignant de l'ingéniosité de *Hooke*, demeure très imparfaite chez lui. C'est avant tout une théorie *subjective*, expliquant l'origine des couleurs par les propriétés physiologiques de l'œil. Le retard relatif des rayons intenses et des rayons peu intenses est un fait qui n'apprend rien sur la structure respective de ces rayons, et surtout le degré de ce retard, d'où dépend essentiellement la coloration, n'est pas objectivement mesurable. Il est même surprenant que *Hooke*, partisan convaincu de la théorie des ondulations, et auteur d'une théorie de la diffraction fondée sur le flux et le reflux des ondes, n'ait pas songé à appliquer des considérations du même ordre à l'étude objective des interférences. On ne peut l'attribuer qu'au manque de précision et à l'absence de mesures qui l'obligeaient à se contenter d'explications qualitatives. Newton va reprendre le phénomène des interférences, mais, grâce à une suite d'observations quantitatives, il pourra en déduire les lois des vibrations elles-mêmes, et caractériser l'éther de *Hooke* par des propriétés qui avaient échappé à ce dernier.

Les phénomènes d'interférence découverts par Newton sont ceux des lames minces et des anneaux. Si l'on place une len-

tille de grande ouverture angulaire au contact d'une lame de verre parfaitement dressée, on constate la formation, autour du point où les deux corps se touchent, d'un système d'anneaux concentriques, alternativement clairs et obscurs. Si la lumière employée est monochromatique, il est possible de compter un très grand nombre d'anneaux, et l'on constate que les anneaux obscurs ont des diamètres qui croissent comme les racines carrées des nombres impairs, tandis que les anneaux brillants croissent comme les racines carrées des nombres pairs. D'ailleurs, selon qu'on observe le phénomène par réflexion ou par transparence, la tache centrale sera noire ou brillante et les anneaux concentriques inversement disposés : un anneau clair par transparence semblera noir par réflexion. Si maintenant on substitue à la lumière monochromatique une lumière blanche, chaque couleur prise isolément produira un système d'anneaux, mais ces anneaux empiètent rapidement les uns sur les autres et à une certaine distance de la tache centrale on retrouvera du blanc d'ordre supérieur.

Tel est le phénomène découvert par Newton. Quelles conclusions en devait-il tirer en ce qui concerne la nature de la lumière ? Conformément à sa méthode ordinaire, Newton commence par rechercher de quelles grandeurs physiques sont fonctions les alternatives de lumière et d'obscurité. Elles dépendent certainement des deux surfaces de la lame, puisqu'elles dépendent de son épaisseur. Si, comme certains le prétendent, c'est la surface d'avant de la lame qui était le siège de tout le phénomène, on ne comprendrait pas que celui-ci changeât d'aspect lorsque, l'épaisseur augmentant, cette surface demeure la même. Pareillement il est impossible de croire que la surface d'arrière intervienne seule, car si au moment où le rayon touche cette surface il ne gardait pas quelque chose de l'impression reçue au contact de la première, on ne comprendrait pas que l'éloignement de celle-ci modifiât l'influence de celle-là[1]. La seule idée qui ressorte des faits est donc *qu'il se propage quelque chose d'une surface à l'autre*, et ce quel-

1. V. *Lect. Opt.*, L. II, P. III, Prop. XII. « Pendet hæc alterna reflexio ac refractio ab utraque superficie cujusque tenuis lamellæ ; pendet enim ex distantia ipsarum inter se..... Porro consequens est effici eam in secunda superficie. Si enim in prima superficie efficeretur, antequam radii ad secundam pervenirent, utique non penderet ex secunda. »

que chose peut être modifié par le simple accroissement de l'épaisseur.

Mais les modifications qu'apporte l'épaisseur présentent le caractère tout particulier d'être *périodiques*. Si une certaine épaisseur produit l'extinction de la lumière, on est certain que les extinctions suivantes auront lieu pour des épaisseurs différant entre elles de quantités constantes. Entre deux extinctions se trouve d'ailleurs un maximum d'intensité, et les maxima s'échelonnent périodiquement comme les minima. Cette périodicité doit se retrouver dans l'ébranlement lumineux qui traverse la substance de la lame. On peut dire que l'ébranlement lumineux manifeste à intervalles égaux une tendance à la réfraction et une tendance à la réflexion. Selon qu'il rencontre dans le milieu matériel une disposition qui favorise ou contrarie la sienne propre, on aura à constater une frange lumineuse ou une frange obscure. Ainsi la périodicité du phénomène des anneaux permet de conclure à la périodicité du rayon lumineux. Tout rayon de lumière pendant son passage au travers d'une surface réfringente rencontre une certaine « constitution ou disposition de passage, qui se répète ensuite à intervalles égaux tout le long du rayon, et fait que dans certaines phases le rayon va se transmettre facilement à travers une seconde surface réfringente, dans d'autres phases, alternant avec les premières, il va subir la réflexion [1].

Nous pouvons alors définir d'une manière précise deux propriétés nouvelles de la lumière. Tout rayon lumineux possède des *alternances de facile réflexion* (vices facilioris reflexionis) ; ce sont les moments où sa structure est telle qu'il puisse être réfléchi par une surface interposée. Il possède aussi des *alternances de facile transmission*, ce sont les moments où sa structure est telle qu'il subira nécessairement la réfraction [2]. Remarquons que l'action ou la disposition qui produit effecti-

1. V. *Lect. Opt., ibid.* « Omnis radius luminis in transmissu suo per quamlibet superficiam refringentem nanciscitur constitutionem quamdam seu dispositionem transitoriam, quæ in radii progressu æqualibus revertitur intervallis, efficitque uti in singulis dispositionis istius accessibus, transmittetur facilius per superficiem refringentem proxime deinceps subjectam ; in singulis autem ejusdem intermissibus sive intervallis, reflectitur facilius ab ejusmodi superficie ».

2. *Lect. Opt.*, L. II, P. III, p. 219.

vement ces alternances nous est totalement inconnue. Est-ce un mouvement circulaire ou vibratoire du rayon ? C'est ce que Newton laisse volontairement indécis[1]. Nous pouvons pourtant conclure des faits, avec une probabilité extrêmement grande, que la conception classique du rayon lumineux, envisagé séparément du milieu éthéré, est inexacte. Il ressort manifestement de l'expérience des anneaux qu'un rayon de lumière ne rencontre pas dans les corps réfléchissants ou réfringents une indifférence parfaite à son action. La surface d'un corps se comporte toujours comme si elle était *prédisposée* par une force cachée, soit à réfléchir le rayon qui se trouve dans une phase de facile réflexion, soit à transmettre le rayon qui se trouve dans une phase de facile réfraction. Il faut donc qu'on admette, quoi qu'il en coûte, une action du rayon sur la substance transparente, action anticipée en ce sens qu'elle précède l'arrivée du rayon lui-même. Ceci ne peut se comprendre que si on se représente le rayon lumineux comme suscitant autour de lui des ondes équidistantes, correspondant aux alternances dont il est lui-même agité. Ces ondes extrêmement rapides précèdent le rayon dans sa course, comme les sons émis par une corde vibrante se propagent bien plus vite que le mouvement de la corde. Elles jouent le rôle d'avant-coureurs et vont affecter les substances transparentes avant que le rayon proprement dit les rencontre. Les moments de facile réflexion et les moments de facile transmission sont donc préparés à distance par le rayon lui-même[2], et cela grâce à un mécanisme obscur, celui des ondes rayonnantes. De pareilles ondes, précédant de beaucoup le transport des particules matérielles, ne peuvent se propager que dans l'éther. Il est possible d'expliquer par elles tous les détails des phénomènes d'interférences, et si Newton conserve à côté d'elles l'hypothèse d'une émission directe, il est visible, à mesure

1. *Ibid.* Prop., XII. « Actio autem hæc sive dispositio qualis tandem sit : utrum consistat in motu quodam circulatorio, an vibratorio, radii ipsius vel etiam medii, an plane alia aliqua ex causa pendeat : in id vero ego hic non inquiro. »

2. *Ibid.* « Moveri eas (vibrationes) velocius utique quam ipsos Radios, adeo ut illos antevertant, et consequenter radium unumquemque ita esse comparatum, ut vibrationibus singulis eum prævertentibus reflectetur is facilius, vel facilius transmittatur, vicibus alternis ».

qu'on approche de la fin de l'*Optique*, que les *ondes* et non les *rayons* sont le véritable véhicule de la lumière.

D'après le passage de l'*Optique* qu'on vient d'analyser, il semble que Newton ait non seulement fait des concessions à la théorie de *Hooke*, mais se soit rangé presque ouvertement à une théorie ondulatoire de l'éther. Il semble en effet, si l'on fait la part des différences de vocabulaire, qu'il y ait coïncidence à peu près complète entre la théorie des interférences que donne l'*Optique* et les théories modernes. Nous savons pourtant que dans l'histoire de la physique Newton est représenté comme un partisan irréductible de la théorie de l'émission. On le dépeint d'ordinaire comme directement opposé aux conceptions de *Hooke* et de *Huyghens*. Nous venons de faire voir ce que cette tradition a d'inexact. Il demeure vrai néanmoins que Newton ne peut pas être regardé comme un partisan absolu des théories de l'éther, et en ce sens il y a quelque chose de juste dans l'opinion qui lui attribue jusqu'à la fin de sa vie un penchant pour les théories de l'émission. Nous devons rechercher pour quelles causes Newton ne se range pas d'une manière dogmatique à la théorie de l'éther, et bien qu'il la considère comme la plus utile de toutes, conserve à son égard une attitude de réserve, qui est demeurée l'attitude de la science positive.

Deux causes militent en faveur d'une théorie plus complète que celle de *Hooke*.

C'est d'abord le fait capital de la propagation rectiligne [1]. En vain *Hooke* a essayé de faire voir que ce que nous appelons « rayon lumineux » est toujours perpendiculaire au front de l'onde, et que par suite le rayon lumineux est nécessairement rectiligne, du moment que la propagation se fait au moyen de sphères concentriques. Le cas qu'il envisage est purement théorique, car jamais la nature ne nous présente de source rigoureusement ponctuelle, donnant lieu à des ondes exactement sphériques, et même si un tel système d'ondes existait, il ressort de la théorie de la diffraction, comme *Hooke* lui-même l'a établie, qu'à la rencontre d'un obstacle matériel la propagation de la lumière est troublée et se fait toujours suivant un rayon curviligne.

1. Cf. *Newtoni Resp. ad. Obj. aliq.*, 1672, Phil. Trans., n° 80.

Mais il y a plus. On peut indépendamment de toute étude expérimentale sur la diffraction, prévoir *a priori* que la lumière ne peut se propager en ligne droite si elle consiste uniquement en ondulations de l'éther. Il suffit de partir de la définition de l'éther, envisagé comme un fluide parfait, et d'appliquer à l'éther les théorèmes généraux de l'hydrodynamique pour voir qu'une perturbation quelconque ne peut, sauf dans des cas exceptionnels, y suivre un chemin rectiligne. C'est la démonstration que fait Newton dans le second livre des *Principes* [1]. Tout mouvement propagé par un fluide s'éloigne de la ligne droite dans des espaces immobiles. Il est donc de la nature des perturbations hydrodynamiques de se « diffracter » spontanément, c'est-à-dire de n'offrir aucune direction privilégiée suivant laquelle la perturbation se concentre. « La lumière se propageant en ligne droite ne peut donc consister dans la seule action du milieu ».

Si l'on veut rendre compte de la propagation rectiligne il faut revenir dans une certaine mesure à l'idée d'une émission de particules matérielles, qui en vertu de leur inertie tendent à poursuivre leur chemin en ligne droite. Il faut donc adjoindre au milieu éthéré où les ondes circulent un milieu matériel qui suscite et qui guide ces ondes. L'éther, envisagé tout seul, explique peut-être l'ensemble des phénomènes de l'optique physique, mais il ne suffit pas à rendre compte des lois fondamentales de l'optique géométrique. *Huyghens* démontrera plus tard qu'il est possible d'échapper aux conclusions de Newton. Mais pour l'auteur des *Principes*, on ne peut admettre que la lumière se propage en ligne droite si l'on rejette en même temps tout ce qui ressemble à une théorie de l'émission.

La conception d'un éther immatériel servant à expliquer toutes les particularités de la lumière reçoit une autre atteinte d'un ordre de faits importants. Ceux qui veulent rendre compte de tous les phénomènes optiques en faisant abstraction des milieux matériels, oublient que les phénomènes optiques eux-mêmes sont sous la dépendance directe de certaines propriétés matérielles. L'éther qui est répandu dans tout l'univers ne jouit pas des mêmes propriétés selon qu'on l'envisage à l'état

1. V. *Principes*, L. II, S. 8, Prop. L. Scholie.

libre ou inclus au sein des masses matérielles. C'est ainsi qu'à l'état libre l'éther laisse passer des rayons rectilignes sans modifier leur direction, tandis que l'éther inclus dans un prisme de verre ne laisse passer ces rayons que moyennant réfraction. On peut aller plus loin. Le fait même que la réfringence des corps est en relation avec leur substance, indique clairement que le milieu éthéré est constitué d'une manière différente selon la matière où il réside. Il y a chez Newton une tentative extrêmement curieuse de rattacher d'une manière systématique les propriété physiques et chimiques de la matière aux propriétés optiques de l'éther qui lui est associé. C'est là un véritable essai de « chimie physique » dont la proposition dixième du Livre II de l'*Optique* (IIIe partie) donne une idée assez exacte. Le pouvoir réfringent ne dépend pas seulement des différences de densité. Il est vrai que les milieux de grande densité sont plus réfringents que le vide. Mais outre la densité il faut envisager la nature chimique des corps. Les substances onctueuses et sulfureuses sont, toutes choses égales d'ailleurs, plus réfringentes que les autres, et il est probable que si nous possédions une classification rationnelle des propriétés chimiques, nous aurions du même coup une classification des propriétés optiques. Si deux corps chimiquement bien distincts, comme le sel et le vitriol, possèdent des caractères optiques définis, il est certain que les substances chimiquement intermédiaires seront caractérisées par des propriétés intermédiaires. Il ressort de là, que la matérialité des corps n'est pas indifférente à la faculté qu'ils ont de propager ou d'arrêter la lumière.

La même conclusion peut se tirer du principe de l'action et de la réaction. Ne savons-nous pas que la lumière agit sur les substances matérielles, qu'elle peut les échauffer, les épaissir, les enflammer, les décomposer ? Mais si la lumière agit sur la matière, il faut qu'inversement la matière agisse sur la lumière. Déjà la diffraction en est une preuve. Elle montre qu'au voisinage de la matière, l'éther est déformé. Mais Newton prétend aller plus loin, et conformément au principe de l'égalité de l'action et de la réaction, il démontre que les corps les plus impressionnables à la lumière sont aussi ceux qui doivent apporter à sa propagation le trouble le plus marqué. Les

corps sulfureux qui s'enflamment facilement au soleil sont ceux qui doivent dévier davantage la lumière réfractée [1]. L'eau et les dissolutions aqueuses, que la lumière échauffe fort peu, comptent parmi les substances les moins réfringentes [2]. Sans entrer dans le détail des vues développées par Newton, vues souvent confirmées par les progrès de la chimie, il nous suffira de dégager l'idée essentielle, qui est celle d'une action et réaction mutuelles de la matière et de l'éther. Si la théorie des ondulations doit être admise, ce ne peut donc être comme explication exclusive. Il est des phénomènes d'optique où à côté du fluide éthéré la matière intervient directement [3].

Dans le Mémoire de 1675 dont il a déjà été parlé, Newton précise sur quelques points la notion qu'il faut se faire des rapports de l'éther et de la matière. Nous posons, dit-il, l'éther comme une substance analogue à l'air, mais beaucoup plus tenue, et en même temps beaucoup plus élastique. Il est composé d'une matière relativement grossière à laquelle sont mélangés différents fluides éthérés. L'éther pénètre tous les corps, mais il ne les traverse pas sans obstacle. Ces corps présentent une certaine résistance qui fait que l'éther est moins dense à l'intérieur de la matière qu'à l'état libre, et moins dense dans certains corps que dans d'autres. Ce sont ces variations de densité de l'éther, variations qui sont en rapport avec la nature de la substance où il réside, qui sont la cause de la cohésion tant des solides que des fluides. L'élasticité du verre et d'autres substances est due à la même raison, qui explique aussi que le mercure, dans les expériences de Torricelli, reste suspendu au sommet d'un tube dont la hauteur dépasse sensiblement vingt-neuf pouces. La contractilité des muscles,

1. V. *Lect. Opt.* L. II, P. III, Prop. X. « Ut autem lumen vitro ustorio coactum agit fortissime in corpora sulphurosa, quo ea in ignem et flammas convertuntur : sic, quando omnis quidem actio est reciproca, sulphurosa agere debent fortissime ibidem in radios luminis ».

2. C'est par une application du même principe que Newton conclut de la grande réfringence du diamant à la probabilité pour que le diamant soit combustible.

3. La physique moderne a complètement confirmé sur ce point les idées de Newton. Si l'hypothèse d'un milieu vibrant peut servir à résoudre le problème général des interférences, il faut lorsqu'on passe à l'étude de l'absorption et de la dispersion faire intervenir les propriétés spécifiques des corps (Voir par exemple Helmholtz, *Théorie Electromagnétique de la Lumière*, et P. Drude, *Physik des Æthers*).

l'irritabilité des nerfs, tiennent leur origine de faits analogues.

Quant à ce que nous nommons lumière, on peut le concevoir distinct de l'éther, mais il faut admettre de toute nécessité qu'entre la lumière et l'éther il y a action et réaction mutuelles. Quand un rayon traverse une région de l'éther où la densité est uniforme, il poursuit sa marche en ligne droite. Quand il se meut au sein d'un éther de densité variable, il reçoit constamment des chocs dirigés du côté où l'éther est le moins dense et tend par suite à s'infléchir de ce côté. Un rayon qui passe d'un milieu moins dense dans un milieu plus dense doit donc tendre à devenir progressivement parallèle à la surface de séparation. S'il était d'abord parallèle à cette surface, il doit être totalement réfléchi. Si l'on demande pourquoi les rayons qui tombent sur une même surface sont partiellement réfléchis et partiellement transmis, il faut dire que par les actions mutuelles de la lumière et de l'éther, l'éther contenu dans les corps est mis en vibration. Ces vibrations ont pour effet de créer alternativement dans l'éther des ondes d'expansion et des ondes de compression. Les rayons de lumière qui tombent sur l'éther comprimé sont naturellement réfléchis, tandis que les rayons qui rencontrent les parties raréfiées peuvent être transmis.

Le fait que Newton ne conçoit pas l'éther sans l'associer à la matière, ou pour employer un autre langage, le fait qu'il laisse même dans la théorie des ondulations quelque chose qui rappelle la théorie de l'émission, a souvent donné le change sur sa pensée véritable. A certains commentateurs peu soucieux de l'évolution historique et qui ont voulu trouver dans les allusions de Newton le développement déjà achevé de la théorie ondulatoire, il a été répondu que nulle part Newton n'accepte nettement l'hypothèse de l'éther, qu'il est parti des théories moléculaires et qu'il revient en dernière analyse aux conceptions moléculaires. Tel est l'avis de *F. Rosenberger*, l'éminent historien de la physique newtonienne [1]. Tel était déjà, semble-t-il, l'avis de *Young*, un des fondateurs de l'optique mathématique. Nous avons insisté sur les raisons qui ont empêché Newton d'admettre, sans restriction, la théorie de l'éther, et nous allons montrer dans un instant qu'à tous les motifs déjà

1. Cf. *F. Rosenberger, Isaac Newton, u. s. phys. Prizipion*, Ch. 3, p. 309, sqq.

énumérés s'ajoute un motif philosophique, plus puissant que tous les autres. Il nous semble difficile pourtant de soutenir que la théorie des ondulations n'a pas pris dans la physique de Newton une place de plus en plus prépondérante et que les *Quæstiones opticæ*, par exemple, qui datent de 1717, ne sont pas plus voisines de l'hypothèse de l'éther que la *Théorie de la Lumière et des Couleurs*.

Le désir de *Rosenberger* est de justifier Newton contre la critique, en effet très superficielle, d'avoir démenti dans l'appendice de l'*Optique* les principes directeurs de toute sa physique, le principe de non-action à distance et le principe de l'égalité de l'action et de la réaction. Il est certain qu'un pareil reproche ne porte pas contre la théorie de Newton, mais ce n'est pas comme le croit *Rosenberger*, parce que Newton répudie finalement l'éther, c'est parce que l'éther, tel qu'il le conçoit, est justement créé pour servir d'intermédiaire aux forces corporelles, et pour permettre le libre jeu des actions et des réactions. Nous ne pouvons attacher la même importance que *Rosenberger* [1] à la distinction d'un éther continu et d'un éther composé de particules disjointes. Newton aurait, dit-on, rejeté le premier et admis, au moins sous réserves, le second. C'est là une distinction qui peut avoir son importance dans un système comme celui de Descartes ou de Gassendi. Mais dans la physique mathématique de Newton les milieux continus et les milieux discontinus se ressemblent étrangement : il n'y a entre eux que la différence des images aux modèles, des sommes aux intégrales [2]. Il suffit pour s'en persuader de se reporter au livre des *Principes*, où la dynamique des fluides continus est constituée sur une base solide en partant d'une définition où les fluides sont envisagés comme formés de molécules distinctes. Lorsque Newton parle d'ondes qui se propagent dans l'éther, il est difficile de concevoir de pareilles ondes sans attribuer une

1. Cf. *Isaac Newton u. s. physik. Prinzipien*. p. 309 en note. « Es ist nöthig immer in Auge zu behalten dass Newton den Æther, *den er absolut verwirft*, sich stets in Descartes'scher Weise als den Raum continuirlich erfüllend denkt, während er einem atomistisch zusammengesetzten Æther, dessen Atome verhältnissmässig weit von aneinder entfernt sind, überall günstiger gesinnt ist. »

2. Cette idée est à rapprocher d'une idée toute semblable énoncée par M. H. Poincaré au début de sa *Théorie de l'Élasticité*.

continuité au moins apparente au milieu qu'elles traversent.

La véritable raison qui fait que Newton, tout en s'approchant notablement des théories ondulatoires, ne les accepte jamais entièrement, nous semble devoir être cherchée dans des considérations historiques d'un caractère plus modeste. Il est hautement probable que Newton se fût prononcé d'une manière beaucoup plus catégorique en faveur de la théorie de l'éther, s'il n'avait pas vu *Hooke* prétendre accaparer cette théorie comme une invention personnelle, et la développer d'une façon dogmatique sans souci du contrôle expérimental. Le premier point choquait Newton dans ce que son caractère avait de susceptible et de nerveux, le second ne pouvait se concilier avec l'esprit positif auquel Newton tenait avant tout. Il faut remarquer que la communication lue par Newton au début de l'année 1675 devant la Société Royale de Londres, loin de paraître à *Hooke* ce qu'elle était, c'est-à-dire un pas décisif fait dans le sens de ses propres doctrines, éveilla chez lui cet instinct de polémique qui semble un trait de son caractère. De 1675 à 1677 la querelle entre *Hooke* et Newton s'envenima au point qu'ils sortirent l'un et l'autre définitivement aigris d'une discussion qui n'apportait rien de nouveau. Le caractère de *Hooke*, d'après l'aveu de son biographe *Walter*, alla en s'assombrissant à partir de ce moment, et Newton, si irritable par tempérament, renonça désormais à toute conciliation. En voyant *Hooke* tenter d'expliquer par l'éther, et par l'éther seulement, toutes les expériences, y compris celles de Newton lui-même, ce dernier ne pût s'empêcher d'imposer des limites à une théorie aussi ambitieuse. Ceci explique les efforts tentés par Newton jusqu'à la fin de sa vie pour réintégrer dans la théorie de l'éther cet élément matériel que *Hooke* avait nié.

On comprend ainsi des développements comme ceux des *Quæstiones opticæ* [1], où Newton va jusqu'à se demander s'il n'y a pas au fond identité entre les corps matériels et la substance de l'éther, si les corps compacts ne peuvent pas se transformer en lumière et si la lumière, en se condensant, ne peut pas devenir matière [2], Ce sont là des vues qui démontrent clairement

1. V. *Quæst. opt.* XXX.

2. Cf. *Quæst. opt.* XXX. « Annon corpora crassa et Lumen in se mutuo converti possunt?... ut corpora transmutantur in lumen et lumen in cor-

que dans la dernière exposition de sa doctrine Newton ne « *rejette* » pas la théorie de l'éther. Au contraire, il la considère comme utile, comme féconde, comme véritable. Seulement cette théorie ne doit pas se transformer, comme chez *Hooke*, en un système de dogmes physiques. Il convient de lui laisser l'ampleur et l'élasticité d'une hypothèse, et pour cela de lui associer en partie l'hypothèse que *Hooke* prétendait bannir, celle d'une émission mécanique du flux lumineux.

On arrive de la sorte à se demander si l'attitude de Newton vis-à-vis des théories de l'éther n'est pas en relation étroite avec l'ensemble de sa philosophie scientifique. Soit que Newton adoptât une théorie moléculaire, soit qu'il se rangeât à une théorie ondulatoire de la lumière, pouvait-il le faire d'une manière dogmatique, sans aller contre les règles de méthode exprimées dans les *Principes*? Lui était-il possible d'accepter pleinement, définitivement, une *hypothèse*, sans contredire la notion même d'hypothèse telle qu'il la comprend ?

C'est dans cet ordre d'idées qu'il faut chercher la réponse aux difficultés de principe qu'a soulevées de tout temps l'optique newtonienne. Newton ne pouvait trouver ni dans l'hypothèse de l'émission, ni dans l'hypothèse des ondulations une explication complète des phénomènes, et cela pour la raison qu'une hypothèse n'a jamais pour but de fournir l'explication, mais seulement la représentation des phénomènes. A maintes reprises nous avons vu que Newton refusait de mettre à la base de son optique rien qui ressemblât à une hypothèse au sens où l'entendaient *Hooke* et *Pardies*. Il y avait là une mesure de tactique une précaution destinée à éviter que les discussions s'éternisent. Mais il y avait là aussi une conviction profonde, celle que le choix des hypothèses peut souvent être indifférent. Le savant positif, pour qui la méthode expérimentale se suffit à elle-même, se jugera satisfait sitôt qu'il possède la loi mathématique des phénomènes. C'est ainsi que dans l'étude des lames minces, il ne recherchera rien au-delà de la formule précise, découverte par Newton, qui donne le diamètre des anneaux en fonction de leur rang et de l'épaisseur de la la lame.

pora valde admodum congruens est naturae ordini et rationi, quae in istius modi conversionibus quasi delectari videtur.

Mais la plupart des théoriciens ne se contentent pas de cette vue mathématique. Il leur faut, pour qu'une explication leur paraisse scientifique, qu'elle fasse connaître la *cause* du phénomène. Remarquons que cette cause leur échappe fatalement. Une théorie de l'éther, pas plus qu'une théorie moléculaire, ne peut nous apprendre qu'elle est la *cause* de la lumière, car toutes deux se heurtent à l'obstacle inévitable : si la lumière vient des ondes éthérées, quelle est la cause de l'agitation de ces ondes ? Si elle provient du choc des particules, quelle cause donne aux particules leur mouvement ? A la recherche des *causes*, Newton prétend partout substituer celle des *origines*. S'il est impossible de savoir ce qui produit réellement la lumière, il est très possible de rechercher quelles sont les propriétés fondamentales des rayons lumineux, et d'examiner si ces propriétés existent déjà dans la source lumineuse, prennent naissance à la traversée du milieu, ou ne se forment qu'à la rencontre du rayon avec les surfaces réfringentes. C'est à la suite de recherches de ce genre que Newton a été amené à trouver l'origine des couleurs dans certaines propriétés « innées et immuables » (insitæ atque immutabiles) qui accompagnent le rayon dès qu'il existe. Ces propriétés sont d'abord sa réfrangibilité, qui varie d'un rayon à l'autre et est caractéristique de la couleur; ensuite la propriété périodique qui existe tout le long du rayon et qui est mise en évidence par le phénomène des interférences. L'existence physique de ces propriétés est certaine, leur définition mathématique peut se faire d'une façon de plus en plus précise. Cela suffit pour qu'une optique positive soit possible.

Maintenant que certains esprits plus soucieux d'une rigueur factice que de la certitude expérimentale, veuillent remonter au delà de ce que fournit l'expérience et substituer l'hypothèse aux faits, on n'en peut conclure qu'une chose, c'est leur incapacité de se représenter les faits d'une manière abstraite et mathématique, et l'importance personnelle qu'ils attachent aux figurations sensibles[1]. En mettant à la place du rayon lumi-

1. Cf. par exemple *Lect. Opt.* L. II, P. III. Prop. XII. « Qui hoc in animum suum inducere non possunt, ut quicquam novi aut recens inventi accipiant, quod nequeant continuo hypothesi aliqua explicare; his in praesentia illud quidem sibi fingere licebit (suit la comparaison de la

neux, tel que le bon sens le perçoit, une émission de particules solides ou un jeu d'ondes qui se propagent, ils soulagent simplement leur entendement en lui apportant le secours de l'imagination. Newton admet que le procédé puisse être employé par les savants, pourvu qu'on ne fasse pas de ces considérations le but principal de la science. Voilà pourquoi Newton est partisan de l'éther, dans la mesure où la conception de l'éther peut suggérer et coordonner des expériences. Voilà pourquoi il n'en est pas partisan absolu, persuadé que l'hypothèse de l'éther n'est ni parfaite ni définitive.

Il est facile de trouver une confirmation de ce qui précède dans le ton même des « Quæstiones opticæ » et dans la manière dont y sont présentées la théorie de l'émission et celle des ondulations. Il est à remarquer que cette dernière se trouve exposée par Newton bien avant l'autre [1], mais qu'elles sont revêtues toutes deux de la même forme dubitative. Lorsqu'une pierre est jetée dans une eau calme, les ondes excitées par le choc sont d'abord localisées à l'endroit où la pierre est tombée, puis elles se propagent à la surface de l'eau par cercles concentriques jusqu'à des intervalles très éloignés. De même les vibrations ou les tremblements excités dans l'air par un choc quelconque peuvent se transporter par ondes sphériques du centre d'ébranlement jusqu'aux plus lointaines distances. Ne serait-il pas possible qu'un rayon lumineux frappant une surface réfringente excite dans l'éther des vibrations du même genre ? Ces vibrations ne pourraient-elles se propager du point d'incidence jusqu'à des points très éloignés ? Ne peut-il se faire que les rayons lumineux modifient l'éther qui se trouve sur leur chemin et y créent ces alternances de réflexion et de réfraction dont l'observation des anneaux nous montre l'effet ? Ne peut-on admettre que le milieu éthéré augmente de densité lorsqu'on passe de l'eau, du verre, ou du cristal au vide, et que ces variations de densité soient l'origine des déviations et

lumière avec les ondes à la surface de l'eau)..... Verum, utrum hæc hypothesis vera sit necne, in id, inquam, ego hic non inquiro. Satis habebo, illud ipsum jam invenisse, utique luminis radios ita esse comparatos, ut aliqua ex causa alternatim reflectantur facilius et facilius refringantur per multas vices. »

1. V. *Quæst.* XVII. La théorie de l'émission est résumée seulement dans le *Quæst.* XXIX.

réfractions ? — Et Newton continue à exposer les propriétés hypothétiques de l'éther sans rien dire qui permette de conclure à la vérité objective de cette hypothèse.

Lorsqu'il arrive à l'idée de l'émission, il observe exactement le même ton interrogatif. Les rayons de lumière ne sont-ils pas de petits corpuscules émis par les corps incandescents ? N'est-il pas possible que les corps grossiers se transforment en lumière et la lumière en corps ? Les particules matérielles ne possèdent-elles pas des forces, puissances ou vertus, qui leur permettent d'agir sur les rayons de lumière en produisant la réflexion, la réfraction, la diffraction ? Et Newton poursuit les conséquences de cette seconde hypothèse jusque dans le détail, mais sans rien affirmer de plus qu'avant sur l'essence véritable des phénomènes. Si l'on réfléchit que les *Quæstiones opticæ* sont le dernier ouvrage d'optique écrit par Newton, si l'on se rappelle que la forme dubitative y est observée volontairement et par méthode, on arrive nécessairement à cette conclusion. que Newton, dans la dernière exposition de sa doctrine, a pensé qu'il était possible de construire l'optique en se passant de toute hypothèse. De fait, il proteste constamment contre ceux qui veulent rendre son système solidaire, soit de l'hypothèse de *Hooke*, soit des hypothèses contraires. La vérité est que le choix à intervenir entre l'hypothèse de l'éther et les autres n'était pas ce qui le préoccupait surtout. Un tel choix ne peut se faire que lorsque la recherche expérimentale est parvenue à point. Newton pensait que l'optique de son temps avait encore trop à faire dans la voie empirique pour se hasarder dès l'abord aux hypothèses. Les hypothèses pourront venir plus tard, au moment où des formules rigoureuses leur serviront d'appui. Mais à ce moment il est probable que la théorie de l'éther, comme celle de l'émission, auront fait leur temps, et que l'avantage scientifique reviendra à des idées aujourd'hui méconnues.

Si Newton, par fidélité à ses principes, refuse en fin de compte d'envisager l'éther autrement que comme une hypothèse provisoire, on peut se demander si cette attitude a servi aux progrès ultérieurs de la science, ou s'il n'eut pas mieux valu que Newton, fût-ce au prix d'une inconséquence, se décidât fermement pour ou contre l'éther. La question ainsi posée

est entièrement indépendante de celle de savoir si l'éther newtonien est tout à fait identique à l'éther des modernes. Nous nous demandons simplement si l'esprit positif n'a pas été poussé trop loin par Newton, et si un peu plus de dogmatisme n'eût pas favorisé l'extension de ses idées.

A cette question nous pouvons répondre hardiment que les scrupules excessifs de Newton ont véritablement nui aux progrès de l'optique. Nous admirons aujourd'hui, et à juste titre, l'optique newtonienne comme l'application parfaite d'une méthode scientifique positive. La part du certain et celle de l'incertain y sont faites rigoureusement, jamais l'hypothèse ou même la théorie n'empiète sur le fait. Mais les qualités de méthode ne sont pas celles dont a le plus besoin la science à ses débuts. Comme Newton l'a nettement compris en maintes parties de ses ouvrages, les scrupules de méthode dénotent déjà un état avancé de la science et il est bon qu'à ses débuts celle-ci soit libre de tout lien. Or on peut dire qu'à l'époque des premières recherches de Newton l'optique physique n'était pas née encore. Les travaux de *Grimaldi*, de *Descartes*, de *Hooke* n'étaient que des approximations grossières fondées sur des faits souvent inexacts. Il était donc bon que toutes les hypothèses fussent admises provisoirement dans la science. Au lieu de les traiter toutes, comme le fait Newton, sur un ton uniformément dédaigneux, il eût été utile d'en choisir une, l'hypothèse de l'éther par exemple, et de la développer dogmatiquement sans souci des objections de principe. C'est ce qu'avait fait *Hooke*, et malgré les critiques de Newton, il faut reconnaître que le dogmatisme de *Hooke* avait eu sa force et sa fécondité. Le positivisme rigoureux de Newton ne pouvait convenir qu'à un physicien de génie, capable de se passer de représentations concrètes. Mais les progrès de la science ne sont pas le fait exclusif du génie. A mesure que les connaissances positives progressent, il devient plus important que les chercheurs ordinaires soient mis en état d'achever l'œuvre commencée. Pour ceux-là les hypothèses sont nécessaires, et il faut que ces hypothèses soient dogmatiques, étroites, exclusives.

On le vit bien après la mort de Newton, lorsque les physiciens qui se réclamaient de son nom se partagèrent en deux

groupes opposés, les uns, les moins nombreux, développant surtout les aperçus du maître dans le sens de la théorie de l'éther, les autres revenant de préférence aux conceptions de l'émission. Or il est certain que la théorie de l'éther devait au cours du XVIIIe et du XIXe siècle devenir de plus en plus importante en optique, alors que l'émission allait jouer un rôle moins grand de jour en jour. Il fut même un temps où à la suite des découvertes de *Young*, de *Fresnel*, de *Malus*, on considéra la théorie de l'émission comme une erreur désormais bannie de la science et remplacée définitivement par la théorie des ondulations. Si cette dernière eut tant de difficulté à s'établir, c'est précisément à cause de la résistance des derniers disciples de Newton qui, abusant des réserves qu'il avait faites touchant la théorie de l'éther et du penchant qu'il a toujours montré pour l'idée de l'émission, opposèrent dogmatiquement l'autorité de son nom aux prétentions de l'optique moderne. On peut rattacher à ce faux newtonisme, aussi contraire que possible aux idées du maître, la répugnance opiniâtre que des physiciens comme *Biot* opposèrent jusqu'en 1820 au système des ondulations. Sans s'en rendre compte, ces physiciens se faisaient les interprètes d'une théorie qui n'était pas la théorie newtonienne. Ils croyaient être seuls fidèles aux doctrines de Newton parce qu'ils recherchaient désespérément une conciliation entre les deux hypothèses contraires de l'émission et des ondulations[1]. En réalité cette conciliation n'avait nullement été le but de Newton. Celui-ci n'avait combiné les deux hypothèses que par crainte d'un dogmatisme hâtif excluant l'une au profit de l'autre. Mais il est hautement vraisemblable que, vivant au XIXe siècle et contemporain de *Fresnel*, Newton se fût décidé à regarder l'hypothèse de l'éther comme celle qui, dans l'état actuel de la science, peut avec le moins de dangers rendre le plus de services.

Jusqu'ici nous nous sommes tenus sur le seul terrain de l'optique pour chercher comment Newton avait pu être conduit à une théorie de l'éther et quelle signification cette théorie doit

1. V. par exemple Biot, *Précis élémentaire de Physique Expérimentale*, 1818. L'auteur explique que ce serait une belle et importante découverte si l'on pouvait arriver à mettre d'accord les apparences de l'optique physique avec la matérialité de la lumière.

recevoir. En effet les travaux optiques de Newton ont été, tant chronologiquement, que logiquement, le point de départ de sa conception de l'éther. Il est temps de signaler maintenant les autres origines de cette idée, de montrer sa mise en valeur dans des domaines nouveaux, et de rechercher si ces applications n'en ont pas modifié le caractère.

Dès son mémoire de 1675 [1], Newton parlait de *plusieurs éthers*. L'éther, disait-il, n'est pas homogène. Il se compose d'une matière relativement grossière et de différents fluides éthérés. C'est là une conséquence du fait des attractions électriques et magnétiques, comme aussi de l'existence de la gravité. De même que l'air atmosphérique est composé premièrement d'air proprement dit, puis d'un mélange de vapeurs et d'émanations diverses, il se peut que tout le système du monde ne soit qu'un mélange d'esprits éthérés, qui peuvent se condenser tout comme les vapeurs bien qu'avec moins de facilité. Cette condensation a été opérée directement à l'origine par la volonté du créateur. Ensuite elle s'est continuée sous l'influence des forces naturelles.

Prenons l'exemple des émanations électriques. Elles semblent prouver que les corps matériels renferment un fluide électrique à l'état de condensation. J'ai pris, dit Newton, dans différents essais une lame de verre enchâssée au milieu d'une plaque de métal et je l'ai frottée avec une étoffe rugueuse jusqu'à ce qu'elle attirât de petits fragments de papier placés sur la table. Selon la position que je donnais à mon doigt sur la partie supérieure de la plaque, je voyais les fragments de papier sauter irrégulièrement et se détourner de leur chemin. C'est là un phénomène qu'il m'est impossible de concevoir autrement qu'en supposant l'existence d'une matière éthérée, condensée dans le verre. Cette matière est volatilisée par le frottement, et dans l'espace clos où j'opérais, elle donne lieu à des tourbillons qui entraînent le papier, jusqu'au moment où elle se condense à nouveau et rentre dans la lame.

Quelle que soit l'étrangeté de cette explication, elle équivaut à l'affirmation d'un *fluide électrique*. Ce fluide n'est évidemment pas matériel, puisque la lame de verre ne perd ni ne

1. V. Birch, *History of the Royal Society*, T. III, p. 247 sqq.

gagne de poids pendant le cours d'une expérience [1]. C'est donc un fluide immatériel, c'est-à-dire un éther. Les phénomènes magnétiques peuvent donner lieu à des inductions du même genre, et il doit exister un fluide magnétique distinct du fluide électrique. Nous voilà revenus, par une voix différente de l'optique, à l'hypothèse de l'éther, et nous découvrons en même temps que cet éther n'est pas homogène, mais est un assemblage d'éthers différents.

A côté de l'éther électrique et de l'éther magnétique, Newton est amené à admettre l'existence d'un éther physiologique. La genèse des sensations est une des questions qui l'ont toujours préoccupé. Bien qu'il n'y fasse que des allusions un peu vagues dans le corps de l'*Optique*, il était naturel que l'étude de la lumière le conduisît à l'étude des sensations lumineuses et que de celles-ci il s'élevât aux sensations en général [2]. C'est ce qu'il a fait dans les *Quæstiones Opticæ* dont plusieurs sont spécialement consacrées à l'optique physiologique [3].

Le fait que les rayons lumineux, arrivant au fond de l'œil excitent en nous la sensation de lumière, vient de ce qu'ils produisent certaines vibrations sur la tunique de la rétine. Ces vibrations, se propageant jusqu'au cerveau par l'intermédiaire des fibres nerveuses, y font naître la sensation lumineuse. Car de même que les corps denses conservent leur chaleur très longtemps [4], de même les vibrations lumineuses peuvent se conserver longtemps intactes en traversant les fibres nerveuses, qui sont solides et composées d'une matière uniforme. Si les fibres n'étaient pas homogènes, le mouvement qui les traverse pourrait se réfléchir, se réfracter, s'arrêter ou se troubler. L'audition s'opère par les vibrations du même milieu ou d'un

1. Cf. *Quæst. Opt.* XXII. « Corpus electricum, quum fricetur, exhalationem emittere potest tam raram tamque subtilem, et tamen eodem tempore tanta vi praeditam, ut quamvis emissione ipsius nihil quicquam de corporis electrici pondere (quod quidem sensu percipi queat) diminuatur, valeat tamen auri cuprive bracteas agitare et sursum ferre. »

2. C'est l'évolution qu'a suivie un autre grand physicien, comparable à Newton sous bien des rapports, Helmohltz.

3. V. *Quæst.* XII et *Quæst.* XXIII.

4. Newton ne connaît pas la distinction du poids spécifique et de la capacité calorifique.

milieu différent[1], vibrations excitées dans les nerfs auditifs par les tremblements de l'air et qui se propagent ensuite par les filaments solides, transparents et homogènes de ces nerfs jusqu'au lieu de la sensation. Il en est de même pour tous les autres sens. Les fibrilles qui constituent les nerfs sont toutes solides et homogènes[2]. De cette façon le mouvement vibratoire du milieu éthéré peut se propager uniformément d'un bout à l'autre des nerfs. Lorsque les nerfs sont obstrués de parties hétérogènes, la propagation n'a plus lieu et l'on se trouve en présence de la paralysie. De l'homogénéité des nerfs résulte qu'ils sont transparents. Bien qu'ils semblent opaques lorsqu'on les regarde par réflexion, les nerfs se composent de fibres parfaitement diaphanes, et la couleur blanche prend naissance dans les réflexions que la lumière subit dans le faisceau de ces fibres.

La contractilité des muscles, comme la sensibilité des nerfs, vient d'un éther qui pénètre les humeurs animales de la même façon que l'éther magnétique pénètre le verre[3]. Pour expliquer les changements de tension des muscles, il suffit de faire appel à une variation de consistance de l'éther inclus. Quant à cette variation, elle peut avoir sa source dans l'action directe et immédiate que l'âme exerce sur l'éther à l'intérieur de tout le corps, mais alors on ne comprend pas la dépendance où les muscles sont du système nerveux ; on peut admettre aussi qu'un éther se trouve enfermé dans la dure-mère, et que l'âme, en comprimant et dilatant cette dernière, mette l'éther en mouvement, mais alors il est surprenant que l'éther ne diffuse pas au travers de la dure-mère ; on peut supposer enfin que l'âme a son siège dans le cerveau et que de là, par l'intermédiaire des nerfs, elle puisse fournir d'éther les différents muscles, mais c'est attribuer au cerveau une force difficilement compréhensible. Newton préfère admettre que le fluide éthéré qui met les muscles en mouvement ne peut pénétrer que la substance nerveuse et non la substance musculaire, comme il arrive souvent en hydrodynamique, où l'on voit que

1. V. *Quest.* XXIII. « Auditus annon efficitur vel liquore vel alius cujusdam medii vibrationibus ? »

2. V. *Quest.* XXIV.

3. Cf. Birch, *History of the Royal Society*, T. III. p. 253.

certains fluides traversent et d'autres ne traversent pas une paroi déterminée. Quoi qu'il soit de ces différentes hypothèses, et du degré de vraisemblance que Newton leur attribue, une chose ressort clairement des allusions physiologiques de Newton : c'est que l'éther n'était pas pour lui une conception spéciale, créée uniquement pour répondre aux besoins de l'optique. La physiologie elle aussi a besoin d'éthers, et il n'est pas certain qu'elle puisse se contenter de ceux qu'on utilise en physique.

Mais quel que soit l'intérêt des phénomènes électriques, magnétiques, physiologiques, en ce qui concerne l'origine de la notion d'éther, il est un ordre de phénomènes beaucoup plus simple, puisqu'il rentre dans la mécanique rationnelle, et qui pourtant a contribué davantage à la formation de cette notion. Nous voulons parler des phénomènes astronomiques et de la loi de la gravitation universelle.

Nous avons fait voir plus haut que l'optique d'une part, l'astronomie de l'autre, étaient la double source où les précurseurs de Newton ont puisé leur conception de l'éther. Newton a suivi sur ce point l'exemple de la tradition. Il a éprouvé lui aussi le besoin de chercher un point de contact entre l'optique et l'astronomie. Ce point de contact, c'est l'hypothèse de l'éther. Disons tout de suite que sans l'intérêt puissant attaché à cette hypothèse par l'astronomie newtonienne, il est probable que Newton n'eût pas orienté son optique dans le sens que nous avons indiqué. Les théories de l'émission, les théories corpusculaires, seraient sans doute demeurées prépondérantes chez lui, comme elles l'avaient été d'abord, s'il n'avait pas pressenti dans les théories de l'éther un moyen de passer des problèmes mécaniques aux problèmes optiques. Newton, qui avait commencé ses recherches optiques bien avant que le système de la gravitation ne fût mûr dans son esprit, ne pouvait se douter à l'avance qu'entre ces disciplines apparemment distinctes il dût exister des points communs. C'est peu à peu, par le développement mathématique de l'astronomie et le développement expérimental de l'optique, qu'il fut amené à admettre un milieu hypothétique, siège à la fois des forces cosmiques et des ondes lumineuses. Une fois ce rapprochement fait, il devait réagir sur les conceptions optiques de Newton. Du

moment que l'éther joue en mécanique céleste un rôle indispensable, c'est une indication qu'il doit avoir sa place dans l'optique.

Ce sont des raisons de polémique qui ont poussé Newton à approfondir en optique la théorie de l'éther. Des raisons du même genre l'amèneront peu à peu à faire de cette théorie une partie intégrante de la mécanique céleste.

La loi de la gravitation universelle avait été assez mal accueillie dès l'origine, à la fois par ceux qui rejetaient les principes de la philosophie newtonienne et par ceux qui les admettaient. Les disciples de Descartes reprochaient à Newton de ne rien expliquer par sa loi de la gravitation. En quoi sommes-nous renseignés sur le mécanisme du monde lorsque nous savons que tous les corps matériels s'attirent en raison directe des masses et en raison inverse du carré de la distance ! Cette loi, en admettant qu'elle soit vraie, traduit les faits d'une façon terre à terre, mais ne permet nullement de s'élever à leur cause. Combien Descartes avait mieux compris l'essence de la philosophie naturelle, lorsque dans ses *Principes* et ses *Météores* il donne la théorie des mouvements planétaires. C'est en partant des tourbillons et des pressions que ces tourbillons suscitent, que Descartes s'élève à l'explication de la pesanteur, du mouvement des astres, de l'aplatissement de la terre, de la révolution des satellites, etc. Partout il fait appel à la pénétration de la matière subtile, qui en s'insinuant d'une force plus ou moins grande dans les pores des corps matériels y détermine une tendance à tel mouvement où à tel autre. Il est possible qu'il ait négligé la recherche mathématique des lois. Mais au moins ses explications font connaître la cause efficace des phénomènes. Il permet de suivre, à travers le milieu matériel, le transport des actions et des mouvements. Il ramène tous les effets physiques à des effets de pression ou de contact, c'est-à-dire aux effets mécaniques les plus simples et les plus aisés à connaître.

Même si l'on reste placé au point de vue strict de Newton, il semblait difficile à beaucoup de ses contemporains de mettre d'accord sa théorie de la gravitation avec la négation des actions à distance. Dire que les planètes s'attirent mutuellement en raison directe des masses et en raison inverse du

carré des distances, n'est-ce pas affirmer que l'état d'une planète peut immédiatement être affecté par l'état d'une autre planète, malgré l'intervalle immense qui les sépare ? Or c'est là une chose impossible, aussi bien lorsqu'il s'agit de corps énormes comme sont les masses planétaires que lorsqu'il s'agit des corps terrestres, pour lesquels tout le monde est d'accord. C'est justement une des originalités de l'astronomie newtonienne d'avoir montré qu'on peut assimiler les forces cosmiques aux forces terrestres, et Newton va contre ses propres principes lorsqu'il admet ensuite une attraction universelle s'exerçant directement d'un astre à l'autre.

C'est sur cette objection que se fonde l'hostilité de savants comme *Leibniz* et *Huyghens* à la mécanique céleste de Newton. *Leibniz* publia ses idées sur la gravitation peu de temps après l'apparition des *Principes*, sous le titre : *Tentamen de Motuum Cœlestium Causis*[1]. Bien qu'il ne fasse aucune allusion à Newton, il est certain que *Leibniz* connaissait dès ce moment les travaux faits en Angleterre sur la question de la gravitation, et l'on peut remarquer que six ans plus tard, dans un mémoire inséré au *Journal des Savants*, Leibniz conserve le même silence à l'égard des découvertes newtoniennes[2].

Ce qui empêche *Leibniz* d'adhérer aux théories de Newton, c'est qu'elles ne pénètrent pas au fond de la question. Newton s'est contenté d'une physique descriptive, où les lois jouent le rôle d'explications. *Leibniz*, plus métaphysicien et plus dogmatique, prétend donner des mouvements planétaires une explication fondée sur la Monadologie. La matière céleste est le siège d'une « circulation harmonique ». Cette circulation ressemble aux tourbillonnements de Descartes, avec cette différence que *Leibniz* en déduit, par l'application des théorèmes sur la force centrifuge, la deuxième et la troisième lois de Kepler, comme aussi la loi de la gravitation newtonienne. Si les planètes s'attirent en raison inverse du carré des distances, cela ne tient pas à une qualité innée appartenant à la matière

1. V. *Journal des Savants*. Fév. 1689, p. 82.

2. V. *Journal des Savants*, avril 1695, p. 145-157 : *Specimen Dynamicum pro admirandis Naturæ Legibus circa Corporum vires et mutuas actiones detegendis et ad suas causas revocandis, Auctore G. G. L.*

comme telle et pouvant s'exercer à distance, c'est le résultat du jeu naturel des forces centrifuges.

Huyghens oppose aux découvertes de Newton des arguments du même ordre. Dans son *Discours sur la cause de la Pesanteur*, lu en 1689 devant la Société de Londres [1], tout en reconnaissant que la loi de Newton avait permis à ce dernier des développements mathématiques de haute valeur, il craint qu'elle n'avance en rien la question de savoir en quoi consiste la cause de la gravité. Cette cause ne peut se tirer d'une règle de mouvement ou d'un principe mécanique. Il faut la chercher dans la constitution physique de la matière qui remplit l'univers. Il faut tenter de corriger la doctrine de Descartes de façon à rendre à la matière subtile le véritable rôle d'agent de la pesanteur. *Huyghens* pense qu'il est possible d'aller plus loin que n'allait Newton dans la déduction des lois astronomiques. Au lieu de supposer des actions à distance, il doit être possible, en combinant la théorie des tourbillons avec celle de la force centrifuge, d'arriver à faire voir que la gravitation se propage de proche en proche et n'échappe pas aux lois de la mécanique générale. Ainsi *Leibniz* et *Huyghens* sont d'accord pour reprocher à la doctrine de Newton une faute de méthode : Newton a commenté avec succès les conséquences mathématiques de l'hypothèse de la gravitation, mais il a négligé de faire voir comment cette gravitation agit réellement.

Aux critiques de *Leibniz* et de *Huyghens* vinrent s'ajouter bientôt celles de *Flamsteed*, qui portaient sur des questions de priorité, les plus pénibles de toutes pour Newton. Parmi ses propres élèves, Newton rencontra des astronomes et des physiciens hostiles à sa conception de la gravitation, parce qu'ils la trouvaient superficielle et prétendaient y substituer une théorie moléculaire. Déjà aigri par les luttes qu'il avait menées pour la défense de son optique, Newton se décida à adopter une attitude qui coupait court à toute polémique et lui permît de développer les conséquences de la gravitation sans rechercher les causes intimes de cette dernière. Deux voies s'offraient ici à Newton. Il pouvait d'abord, restant fidèle à l'esprit positif de

1. Écrit en partie depuis 1669 et lu à cette époque devant l'Ac. des Sciences de Paris.

sa doctrine, se contenter d'affirmer la gravitation comme un fait au delà duquel il est inutile de remonter, et exclure toute recherche des causes de l'investigation scientifique. Il pouvait aussi, faisant une concession au goût des explications mécaniques, rechercher la cause de la gravitation dans l'existence hypothétique d'un éther, véhicule de toutes les attractions, et montrer que cet éther est du même genre que l'éther optique. La faute de Newton est d'avoir adopté successivement les deux attitudes. De là la confusion qui n'a pas cessé d'être faite entre la partie positive et la partie hypothétique de son œuvre. De là aussi le retour qu'on trouve sans cesse dans ses derniers ouvrages de l'optique à l'astronomie et de l'éther lumineux à l'éther cosmique.

Dans le Scholie Général qui termine le second livre des *Principes*[1], Newton semble indiquer que l'essence de la gravitation est une question dont on peut se désintéresser[2]. Que doivent rechercher les sciences physiques en général et l'astronomie en particulier ? Elles doivent nous fournir des formules précises, aisées à manier par le calcul, permettant de condenser et de prévoir des séries d'observations. Avec la loi de l'attraction newtonienne, nous possédons une formule de ce genre. Cette loi sert de lien entre les trois lois de Kepler, et chaque confirmation expérimentale du mouvement elliptique est une confirmation indirecte de l'attraction. Mais alors, si la loi de Newton est vérifiée expérimentalement chaque jour, ne peut-on dire qu'elle exprime une propriété de la matière ? En disant que toute matière possède naturellement la faculté d'attirer les autres matières, nous énonçons sous forme abstraite et d'une manière qui n'engage à rien, un fait d'expérience. L'étendue, la mobilité, l'inertie, n'ont pas plus de titres à être regardés comme des propriétés irréductibles de la matière que la faculté

1. Ed. Castillon, T. II, p. 179.

2. Il semble probable que cette manière d'éviter en physique les objections métaphysiques a été suggérée à Newton par l'ouvrage de *Wallis : Mechanica sive de Motu tractatus mechanicus* (Londres 1669). Dès cette époque *Wallis* écrivait que la cause de la gravité est indifférente au savant : « Gravitas est vis motrix deorsum, sive ad centrum terrae. Quodnam sit, in consideratione physica, gravitatis principium, non hic inquirimus. Neque etiam an qualitas dici debeat, aut corporis affectio, aut quo alio nomine censeri par sit. Sufficit ut gravitatis nomine illam intelligamus quam sensu deprehendimus. »

d'agir par attraction [1]. Nous pouvons donc dire que la qualité attractive est innée et inhérente à toute matière, en exprimant par là simplement l'ensemble des constatations journalières. Lorsque nous attribuons aux rayons lumineux des qualités « innées » comme la réfrangibilité, la réflexibilité, etc., ces mots abstraits cachent des faits positifs et ont seulement pour but de faciliter le langage. Il en est de même dans l'astronomie. La gravité est une qualité innée à tous les corps que nous connaissons. Cela ne signifie rien de plus que tout à l'heure. Il faut comprendre qu'il est inutile de rechercher à tout prix des explications métaphysiques en physique. Tout l'effort doit porter sur un choix de définitions positives. En définissant la gravité une « propriété universelle », nous résumons aussi brièvement que possible l'ensemble des faits connus, nous écartons toute hypothèse, et nous nous mettons à l'abri des objections fondées sur la recherche des causes.

Newton aurait pu s'en tenir à cette fin de non-recevoir opposée à toute question sur l'essence de la gravité. C'était là une position inattaquable et parfaitement consolidée par l'ensemble de sa méthode. Parmi les interprètes les plus fidèles du newtonisme, il en est qui se rallièrent toujours à cette manière de voir, et se refusèrent à chercher dans des hypothèses le supplément d'information que sollicitaient leurs adversaires. C'est ainsi que *Cotes* considérait les attractions (et celles-ci sont des forces fonction de la distance mais non nécessairement en raison sous-doublée de cette distance) comme des *facultés d'actions* qui appartiennent par nature à toute matière. Les forces attractives s'exercent à toute distance, immédiatement d'une matière sur l'autre. Elles n'ont point de substance physique ou mécanique qu'on puisse se proposer de découvrir. Elles proviennent directement de la volonté de Dieu, qui les a créées et qui les conserve.

Peut-être Newton lui-même fût-il demeuré sur ce terrain

1. V. *Principes*, T. II, p. 179. « Dans cette philosophie (expérimentale) on tire les propositions des phénomènes, et on les rend ensuite générales par induction. C'est ainsi que l'impénétrabilité, la mobilité, la force des corps, les lois du mouvement et celles de la gravité ont été connues. Et il suffit que la gravité existe, qu'elle agisse selon les lois que nous avons exposées, et qu'elle puisse expliquer tous les mouvements des corps célestes et ceux de la terre. »

étroit, mais solide, sans les accusations passionnées qui furent portées contre les *Principes*. On lui fit grief de faire revivre, avec ses attractions et ses répulsions, les entités du moyen âge. Désigner la gravité, la dureté, la réfrangibilité, etc. comme des propriétés primitives de la matière, c'était, disait-on, revenir à la physique des qualités occultes. Ces objections injustifiées firent malgré tout grande impression sur l'esprit de Newton. Il s'efforce de s'en dégager aussi bien dans l'*Optique* que dans la seconde édition des *Principes*. Au cours d'une lettre à *Bentley*, Newton s'exprime ainsi : « Que la gravitation puisse être essentielle, innée et inhérente à la matière, qu'un corps puisse agir sur l'autre à toute distance à travers l'espace vide sans nul intermédiaire, de sorte que l'attraction ne soit pas conduite de proche en proche d'un corps à l'autre, c'est, à mon sens, une telle absurdité qu'elle n'a pu venir à l'esprit d'aucun homme, tant soit peu versé dans les choses philosophiques ». Et dans sa préface de l'*Optique* on retrouve la même idée : « Afin qu'il ne vienne à l'esprit de personne de croire que je range la gravité parmi les propriétés essentielles des corps, j'ai posé une question touchant l'essence de sa cause véritable ». Ainsi Newton a cessé de croire qu'on puisse se contenter d'éluder, par un stratagème de méthode, la difficulté que soulève l'essence de la force attractive. Il accorde qu'il faut se demander comment la gravitation peut se transmettre, et pour rendre compte de cette transmission il va faire appel à l'hypothèse de l'éther.

Déjà dans son mémoire de 1675, Newton donnait l'esquisse d'une théorie de l'éther, telle qu'on peut la concevoir pour expliquer la gravité. Comme la lumière, comme l'électricité, comme les forces vitales elles-mêmes, la force d'attraction de la terre, que nous nommons gravité, est causée par la condensation continuelle d'un fluide éthéré. Si les corps combustibles ou fermentescibles ont la puissance de garder en eux une grande masse de fluide éthéré, on peut admettre aussi que le corps très considérable qui constitue la terre peut condenser sans cesse des masses d'éther considérables. Mais alors il faut qu'à chaque instant et de tous côtés le fluide éthéré afflue avec une grande vitesse pour remplacer celui qui disparaît, et les courants d'éther entraînent avec eux les corps matériels

vers le centre de la terre. Leur force sera inversement proportionnelle à la surface totale sur lesquels agissent les courants [1]. De même que la terre, le soleil peut aussi absorber de cette matière éthérée, et conserver de la sorte non seulement sa lumière, mais son action sur les planètes.

Dans les *Quæstiones Opticæ*, Newton revient sur l'idée d'un éther servant de véhicule aux attractions astronomiques [2]. Le milieu éthéré est représenté comme moins dense à l'intérieur du soleil, des étoiles, des planètes et des comètes que dans les espaces libres qui les séparent. En partant du centre des masses planétaires, on voit l'éther devenir continuellement plus solide et plus dense. C'est grâce à lui que ces grands corps pèsent mutuellement les uns sur les autres, et que les parties de chacun d'eux pèsent sur le tout [3]. N'est-ce pas en effet une règle générale, vérifiée dans toutes les observations hydrodynamiques, que les corps font effort pour se retirer des endroits où le milieu est plus dense pour se diriger vers ceux où il est plus rare ? Admettons alors que l'éther soit plus rare à l'intérieur du soleil qu'à sa superficie, plus rare à sa superficie qu'à une distance d'un centième de pouce, plus rare ici encore qu'à la distance d'un cinquantième de pouce, où il est plus rare que dans l'orbe de Saturne. Il n'y aura pas de raison pour que cet accroissement de densité ait une limite, lorsqu'on s'éloigne indéfiniment du soleil. La densité de l'éther, quand même elle n'augmenterait à de très grandes distances qu'avec une extrême lenteur, pourra néanmoins, si l'élasticité du milieu est assez grande, pousser tous les corps, avec la force que nous appelons *gravité*, des parties où le milieu est le plus compact vers celles où il est le plus rare.

Or la force élastique de l'éther est très grande, nous le savons par la vitesse des vibrations qu'il propage. Le son se transporte d'environ 1140 pieds anglais à la seconde, ce qui fait cent milles en sept à huit minutes. La lumière qui nous vient du soleil emploie à peu près le même temps pour fran-

1. C'est-à-dire inversement proportionnelle au carré de la distance, en vertu de la formule $S = 4 \pi R^2$.

2. V. *Quæst. Opt.* XXI, p. 281.

3. *Ibid.* « Eo pacto efficit (hoc medium) ut et magna ista corpora erga se invicem gravia sint, et ipsorum partes singulae erga ipsa corpora. »

chir un espace 700000 fois plus grand. Il faut donc que la force élastique de l'éther soit à celle de l'air comme le carré de 700000 est à l'unité [1]. On peut alors admettre que l'éther se compose (comme l'air atmosphérique) de particules se repoussant mutuellement, car, dit Newton, « nous ne sommes liés par aucune définition de l'éther [2]». Ces particules sont plus ténues que celles de l'air et même que celles de la lumière. Avec une pareille finesse de constitution, l'éther pourra posséder à la fois une force élastique très grande et une viscosité très petite. Les planètes, les comètes, les corps grossiers de toute nature pourront se mouvoir beaucoup plus librement et en rencontrant beaucoup moins de résistance dans ce milieu éthéré que dans n'importe quel fluide remplissant totalement et sans lacune l'espace tout entier. La résistance d'un pareil milieu sera si petite qu'on pourra la réputer pour rien. Si par exemple l'éther est 700000 fois plus élastique que notre air et 700000 fois moins dense, sa résistance sera plus de 600000000 fois moindre que celle de l'eau. Une pareille résistance n'entraînerait en 10000 ans qu'une variation imperceptible dans le cours des planètes. Et il n'y a rien d'étrange à admettre un milieu dont la densité soit si petite, puisqu'on accorde que l'air, à la partie supérieure de l'atmosphère, est certainement plusieurs centaines de millions de fois plus léger que l'eau. De tout ceci il résulte, pour Newton, que l'hypothèse d'un fluide universellement répandu permet de résoudre le problème de l'essence de la gravitation. Un mécanisme de pressions et de condensations, s'opérant au sein de l'éther, est la cause véritable des forces astronomiques, et rien n'empêche de combiner cette hypothèse avec celle d'un éther lumineux.

Est-il possible d'admettre un éther unique, ou faut-il se résoudre à reconnaître une multitude d'éthers ? C'est une question que Newton ne pouvait pas éluder dans les parties de son *Optique* où il se montre favorable à la recherche des causes de la gravitation. Admettons en effet, comme Newton le suppose, que la cause de la pesanteur des corps réside dans une atmosphère éthérée qui entoure chacun de ces corps et se

1. En vertu de la formule de Newton $V = \sqrt{\frac{E}{D}}$.

2. V. *Quæst. Opt.* XXI, p. 283. « Iste enim Æther quid sit non definio ».

répand en augmentant de densité jusqu'aux corps avoisinants. Il y a lieu de se demander si l'éther qui a son centre au soleil est le même que celui qui a son centre dans la terre, et s'ils coïncident l'un et l'autre avec les différents éthers situés dans la sphère d'attraction de chaque planète.

Il est d'abord certain, d'après Newton, que « la gravité entre la terre et ses parties étant mutuelle » de même que la gravité entre la terre et le soleil, si l'on admet un éther « attirant » autour de l'une ou l'autre des masses en présence, il faudra admettre un éther « attiré » autour des autres masses. Il n'y a en effet entre les corps pesants et le centre vers lequel ils pèsent qu'une différence de point de vue. La terre tombe aussi bien vers la pierre que la pierre tombe vers la terre. Il semblerait donc qu'il faille multiplier les éthers à l'infini, puisque tout corps pesant transporte autour de lui une atmosphère de fluide éthéré. Mais il est inconcevable, dit Newton, que différents fluides élastiques puissent se diffuser par tout l'univers sans que les actions dont ils sont le siège subissent de retard, de diffraction ou de dispersion [1]. L'exemple de l'optique en fournit la preuve, puisque la réfraction se produit justement à la surface de séparation de deux parties de l'éther affectant des structures différentes. Donc il faut convenir, si l'on veut rester d'accord avec les faits, que l'éther cosmique est unique et que c'est le même fluide qui, par des condensations et des dilatations successives, crée les champs de forces du soleil, de la terre, de toutes les planètes.

Mais l'éther « gravifique » est-il le même que l'éther « luminifère », l'éther « électrique », l'éther « magnétique » l'éther « calorifique » [2] ? C'est ce que Newton semble admettre en vertu du principe d'économie. Du moment qu'un fluide unique, répandu partout, peut grâce à des propriétés uniformes, élas-

1. V. *Opt. Quæst.* XXVIII. « Verum qui fieri queat ut per spatium universum diffusa sint duo Ætherum genera, quorum hoc in illud et illud consequenter in hoc vicissim agat, nec tamen suos mutuos motus retardent, diffringant, dispergant et perturbent, concipi utique non potest. »

2. V. *Opt. Quæst.* XVIII. « Annon jam calor ille exterior per vacuum defertur, vibrationibus medii cujusdam, longe, quam est aër, subtilioris, quod quidem medium, exhausto aëre, tamen adhuc in vacuo supersit ? Mediumque hoc annon id ipsum est quo lumen reflectitur et refringitur ? Et annon corpora omnia facillime permeat, perque cœlos universos vi sua elastica est diffusum ? »

ticité, densité, perméabilité, etc., servir de véhicule à des actions différentes, il y a intérêt, puisqu'on s'est engagé dans la voie des hypothèses, à ne pas multiplier ces hypothèses en vain et à réduire au minimum le nombre des *causes* reçues en physique.

On voit que Newton, après s'être refusé, au nom des principes de sa méthode, à chercher la cause de la gravitation, est allé assez loin dans la voie des hypothèses capables de nous fournir une représentation de cette cause. L'éther, malgré la forme dubitative sous laquelle il est présenté dans l'*Optique* semble être l'hypothèse naturelle que Newton admet de préférence. Faut-il donc croire que sur ce point Newton ait délibérément démenti ses principes, qu'il se soit hasardé à mélanger l'incertain au certain, qu'il ait cru vraie une *hypothèse*? Faut-il au contraire rejeter l'hypothèse de l'astronomie newtonienne, croire que Newton n'a adopté la théorie de l'éther que comme une image provisoire, affirmer qu'il est resté toujours et partout strictement positif? C'est cette dernière thèse qui nous semble la plus conforme à la vérité historique ; c'est elle qui s'accorde le mieux avec la tournure d'esprit de Newton, c'est elle aussi qu'il est le plus facile de concilier avec les textes.

Si l'on veut comprendre le rôle exact que l'hypothèse de l'éther joue dans l'astronomie newtonienne, il faut nous référer à ce que nous savons de la signification physique de l'hypothèse. Newton n'est pas systématiquement hostile à toute hypothèse, mais il importe, pour qu'une hypothèse soit admissible, qu'elle soit en rapport avec l'état actuel de la science. Le but de la science est assurément de supprimer les hypothèses, si l'on entend par là qu'elle doit substituer le certain au douteux. Une science positivement constituée ne comporterait plus qu'un groupement de lois, s'éclairant et se complétant les unes les autres. Mais avant d'arriver à cet état idéal, c'est-à-dire à tout moment de son évolution, la science est obligée de se scinder en deux parts : l'une où les connaissances précises sont assez nombreuses, les lois assez simples et assez systématiques, pour que l'enchaînement des faits puisse avoir lieu sans le secours d'une hypothèse, l'autre qui est la partie vraiment vivante, précisément parce qu'elle est imparfaite, où les expériences sont mal débrouillées, les mesures incohérentes et grossières.

Dans cette dernière partie de la science, l'hypothèse est nécessaire comme guide et comme soutien. Il suffit, pour qu'on puisse l'employer sans danger, qu'on ait conscience de sa « relativité ».

En applicant ces considérations à l'astronomie, telle qu'elle est constituée par les travaux de Newton, on arrive facilement à la conclusion suivante. La loi de la gravitation, comme les lois de la mécanique, est une première approximation du réel. Dans un domaine auparavant presque inexploré, Newton a découvert une loi qui permet de coordonner tous les phénomènes connus. Cette loi a la même importance et la même portée que le principe d'Archimède en hydrostatique, le principe de Galilée en dynamique, le principe d'Huyghens en optique physique. Ceci veut dire qu'elle est une formule mathématique donnant à la fois une mesure exacte et une prévision possible des phénomènes. Mais il est de la nature des formules mathématiques d'être toujours perfectibles. Leur vérité, leur utilité, résident dans l'ordre d'approximation qu'elles fournissent, et quel que soit cet ordre, il peut être dépassé.

La loi de la gravitation n'échappe pas à la règle commune. Du fait qu'elle fournit un premier aperçu de la dynamique cosmique, il ne s'ensuit pas qu'elle soit une théorie absolue, une explication définitive. Dans la mesure où elle est certaine, elle rentre dans cette partie de la science qui se compose des lois et des faits acquis. Mais au delà de ce qu'elle nous fait connaître, il reste des questions ouvertes, des problèmes secondaires. Ces problèmes rentrent dans la seconde partie de la science, celle qui n'est pas faite mais qui se fait, et se fait toujours au moyen d'hypothèses.

Ainsi la « gravitation » conçue comme qualité de la matière, de même que l'inertie, la dureté, l'impénétrabilité, peut être envisagée en première approximation comme se suffisant à elle-même. On ne peut rien demander de plus précis comme schéma du mécanisme universel. Mais sous ce mécanisme d'actions à distances, d'attraction idéales, le bon sens pressent un mécanisme plus intime, dont les rouages lui échappent encore. Ce mécanisme doit pouvoir lui aussi se formuler à l'aide de lois, et un temps viendra où il fera à son tour partie de la physique positive. Pour le moment nous en sommes

réduits à le supposer sans le connaître. Les idées d'éther, de fluide attirant, de matière subtile, sont des images qu'il nous est commode d'employer à la place des lois certaines qui nous manquent. Ces images sont grossières et forcément inexactes, mais peu importe, puisqu'elles sont provisoires. Lorsqu'on a des lois solides derrière soi, il n'y a nul inconvénient à se servir d'hypothèses, pourvu qu'on se rappelle que ces hypothèses n'ont pas leur fin en elles-mêmes, mais sont des instruments de recherche destinés à nous faire retrouver des lois.

On comprend alors ce que Newton veut dire à la fin de son *Optique*[1], lorsque revenant sur la question de la gravitation, il se demande si les mouvements de l'éther astronomique, identique à l'éther lumineux, sont la cause dernière de la gravité. Ce que j'appelle attraction, dit-il, peut assurément être l'effet d'un mécanisme caché. On peut supposer que l'attraction provienne d'un choc de particules, d'impulsions éthérées ou matérielles. Mais j'entends ici qu'on prenne le mot d'attraction dans un sens absolument indéterminé. « Attraction » signifie simplement la force, quelle qu'elle soit, par laquelle les corps tendent les uns vers les autres. Il est certain que cette force doit avoir une cause, si l'on entend par là que les lois de l'attraction se résoudront un jour en lois plus simples et plus générales. Mais cette cause nous est actuellement tout à fait inconnue. Nous n'avons que deux voies pour nous élever jusqu'à elle, la voie des hypothèses et celle des expériences. La première semble d'abord la plus indiquée. Elle permet de trouver des analogies et de pressentir des faits nouveaux. Mais elle est, dans l'état actuel de la science, beaucoup plus dangereuse que l'autre. Soit qu'on mette à la base de l'astronomie une hypothèse moléculaire, soit qu'on fonde la gravitation universelle sur l'hypothèse de l'éther, on risque de fausser les faits par esprit de système. Cela tient à ce qu'une hypothèse, pour être féconde, doit venir à son heure. Il faut qu'elle s'harmonise avec le progrès des recherches expérimentales et ne cherche pas à les devancer.

Voilà pourquoi nous devons pour le moment nous en tenir à la formule modeste que Newton donne de sa propre loi : les

1. V. *Quæst. Opt.* XXXI.

corps célestes se comportent comme s'ils gravitaient. Derrière cette gravitation existent certainement des causes plus profondes, mais ni les observations, ni le calcul ne sont assez avancés pour nous les faire connaître. « J'ai expliqué jusqu'ici les phénomènes célestes et ceux de la mer par la force de la gravitation, mais je n'ai assigné nulle part la cause de cette gravitation. Je n'ai pu encore parvenir à déduire des phénomènes la raison de ces propriétés de la gravité, et je n'imagine point d'hypothèses[1]. » Il faut d'abord « que nous prenions connaissance par les phénomènes de la nature des attractions comme telles, que nous en recherchions les lois et les propriétés, avant qu'il y ait lieu de nous demander par quelle cause s'effectuent ces attractions[2] ».

On le voit, l'idée profonde de Newton n'est pas que la théorie de l'éther doive être admise dès à présent dans la science, elle n'est pas non plus qu'il faille rejeter de parti pris toute recherche des causes intimes. Tout se ramène à une question d'opportunité. « Ce qui ne se déduit point des phénomènes est une hypothèse, et les hypothèses, soit métaphysiques, soit physiques, soit mécaniques, soit celles des qualités occultes, ne doivent pas être reçues dans la philosophie expérimentale[3]. » Mais les lois que la philosophie expérimentale admet ont toutes commencé par être des hypothèses. Elles n'ont perdu ce caractère qu'en prenant la précision mathématique et en se vérifiant par l'expérience. L'hypothèse de l'éther, à l'époque où écrit Newton, est dans l'état où se trouvait l'hypothèse de la gravitation chez les prédécesseurs de Newton. Il lui manque l'appui du calcul et la confirmation des faits. Rien ne prouve qu'à un autre moment de l'évolution scientifique cette hypothèse ne puisse devenir positive. Elle prendra alors le nom de loi, et nous pourrons dire qu'elle nous fait connaître la cause de la gravitation.

Parmi les physiciens successeurs de Newton, il en est qui

1. V. *Principes*, L. III, Scholie général.

2. Cf. *Opt. Quæst.* XXXI. « Nam ex phænomenis naturæ illud nos prius esse doctos oportet, quænam corpora se invicem attrahant, et quænam sint leges et proprietates istius attractionis, quam in id inquirere par sit, quanam efficiente causa peragatur attractio. »

3. V. *Principes*, L. III, Scholie général, sub. fin.

ont cru pouvoir franchir le pas où Newton s'était arrêté. D'une manière conforme à l'esprit de la physique newtonienne, ils ont tâché d'aller dans la voie expérimentale plus loin que n'avait fait Newton et d'appliquer aux données nouvelles de l'observation les modes de calcul inaugurés par les *Principes*.

Déjà *Hawksbee*, du vivant de Newton, avait cherché à vérifier par l'expérience l'idée que la capillarité, comme l'électricité, a sa cause dans des attractions atomiques. *Jurin* montra que ces forces étaient nécessaires pour rendre compte de l'ascension des liquides dans les tubes très étroits; et *Clairaut*, mettant le problème en équations, fit voir que les phénomènes trouvés par *Jurin* rentraient comme cas particuliers dans l'hydrostatique newtonienne. *Keill* et *Freind*, reprenant d'une manière précise l'idée que les transformations physico-chimiques sont dues à des attractions mutuelles, montrèrent que l'éther newtonien pouvait se remplacer par des forces moléculaires. D'une manière générale, l'effort du XVIII[e] siècle, celui au moins des représentants de la physique mathématique, fut d'achever l'œuvre commencée par Newton en découvrant sous l'hypothèse de l'éther des hypothèses plus simples, capables de fournir des explications plus complètes.

Le représentant le plus typique de cette tendance, celui qui a cru pouvoir sortir le plus nettement de la réserve où s'était tenu Newton, est le jésuite *Boscovich*[1]. *Boscovich* admet intégralement la physique newtonienne, mais il croit pouvoir, par cette physique même, démontrer la matérialité de l'éther. Il lui semble possible d'envisager la matière comme soumise à des forces d'attraction qui s'exercent depuis les plus grandes distances jusqu'aux plus petites. Dans l'espace vide se trouvent, d'après *Boscovich*, des êtres réduits à des points, mais affectés d'une masse invariable[2]. Chacun de ces points, dépourvu d'étendue, n'en est pas moins le sujet de forces, et ces forces, conformément à la mécanique newtonienne,

1. Né à Raguse en 1711, mort à Milan en 1787. Auteur de plus de 70 ouvrages, dont le plus connu porte pour titre : *Theoria Philosophiæ Naturalis reductæ ad unam legem virium in natura existentium*. Vienne 1758, Paris 1763.

2. V. P. Duhem, l'*Évolution de la Mécanique*, Rev. Gén. des Sciences, 30 janvier 1903.

peuvent se composer et se décomposer suivant la règle du parallélogramme. Chacune des forces qui sont appliquées à un « point mathématique » a son origine dans un autre « point mathématique », et, conformément au principe de l'égalité de l'action et de la réaction, les forces mutuelles qui émanent de ces points sont rigoureusement égales. Leur grandeur dépend de la distance qui sépare les deux points et de cette distance seulement. Lorsque les points sont extrêmement voisins, la loi de leur action mutuelle peut prendre une forme compliquée, que l'expérience seule fera connaître. Mais sitôt que les distances deviennent notables par rapport au rayon des « sphères d'activité », toute matière, quelles que soient ses propriétés chimiques spécifiques, n'agit plus qu'en raison directe des masses et en raison inverse du carré des distances. L'ensemble des points mathématiques agissant suivant ces lois n'est autre chose que ce que Newton appelait *matière*. On voit en même temps qu'il devient inutile de faire appel à un *éther* spécial, servant d'intermédiaire entre les corps matériels, puisque la matière n'est définie que par ses propriétés géométriques et ne peut se distinguer de l'éther. La gravité astronomique, la cohésion physique, l'affinité chimique ne sont que des expressions différentes d'un seul et même fait, l'action mécanique de points matériels les uns sur les autres.

Tels sont les gros traits de cette théorie des « centres de forces » qui a joué un rôle considérable jusqu'au début du XIXe siècle. Elle fournit l'exemple d'une physique prétendue newtonienne, parce qu'elle étend les théorèmes de Newton à la totalité des phénomènes naturels. En réalité la physique de *Boscovich* était aussi contraire que possible à l'esprit du newtonisme. En prétendant faire d'une manière prématurée la synthèse complète de l'univers, *Boscovich* est arrivé à admettre dans la philosophie naturelle une part d'hypothèse beaucoup plus grande que n'avait fait l'auteur des *Principes*. Sa physique prend une allure métaphysique qui rappelle plus *Wolff* que Newton.

Partisans ou adversaires de *Boscovich*, tous les savants du commencement du XIXe siècle se réclament des principes de la philosophie newtonienne. *Lagrange*, *Laplace*, *Young*, *Fresnel*, *Poisson*, sont tous, même lorsqu'ils critiquent Newton,

sous l'influence de sa manière de penser. La lutte acharnée entre la théorie de l'émission et la théorie des ondulations, le triomphe final de cette dernière, et le développement mathématique des théories de l'éther, ne sont pas le phénomène le plus important que présente la science de cette époque. La vérité ou la fausseté de la physique de Newton pouvait d'autant moins se décider sur ce point qu'on trouve chez Newton, nous l'avons fait voir, les germes de l'une et l'autre thèse. L'essentiel de ce qu'avait apporté Newton demeure à travers toutes les oscillations de doctrine, savoir sa méthode même et sa notion de l'hypothèse.

L'idée de l'éther, telle que l'avait définie Newton, a eu son heure de succès. Les immortels travaux de *Fresnel* sont venus au moment où cette idée était mûre pour le développement mathématique, et où les scrupules qui avaient retenu Newton n'avaient plus de raison d'être. Mais la réserve méthodique de Newton ne se justifie-t-elle pas de nos jours, maintenant que l'hypothèse de Fresnel, malgré son éclat, semble épuisée, et qu'on a tiré de cette image la part de vérité qu'elle contenait? Ne semble-t-il pas qu'on revienne de toutes parts à des hypothèses d'espèces différente, où l'éther change de nom et même de nature pour laisser place à des explications cinétiques, fort voisines des anciennes hypothèses moléculaires? Sans prétendre juger d'un seul mot les théories modernes des *ions* et des *électrons,* il est certain qu'on peut voir dans ces théories un retour conscient aux théories de l'émission.

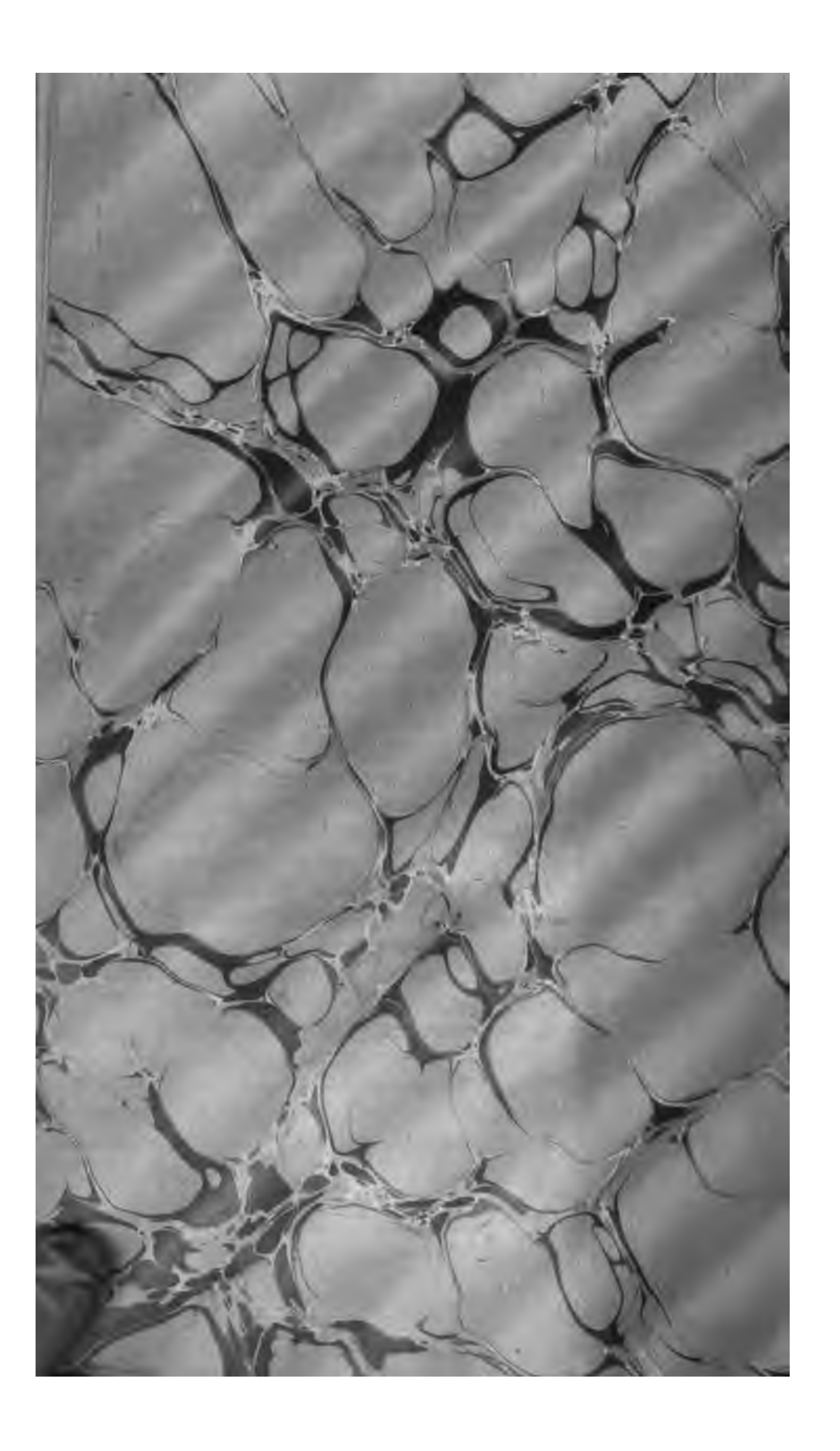
Est-ce à dire qu'il y ait là un recul, un abandon de l'hypothèse de l'éther, considérée comme absolument fausse, pour une hypothèse quasi-atomistique considérée comme absolument vraie? Non, et la physique moderne s'est entièrement conformée sur ce point aux tendances de la doctrine de Newton. Elle a fini par comprendre que les hypothèses quelles qu'elles soient, représentations mécaniques, élastiques, hydrodynamiques, etc., n'ont qu'un rôle momentané dans la science. Elles ont pour fonction de répondre, à un instant donné, à l'ensemble des faits acquis, et de permettre la systématisation d'autres faits. Leur valeur se juge non à leur durée, mais à leur faculté d'adaptation aux découvertes. En ce sens il est presque vrai de dire que l'utilité d'une hypothèse est en rai-

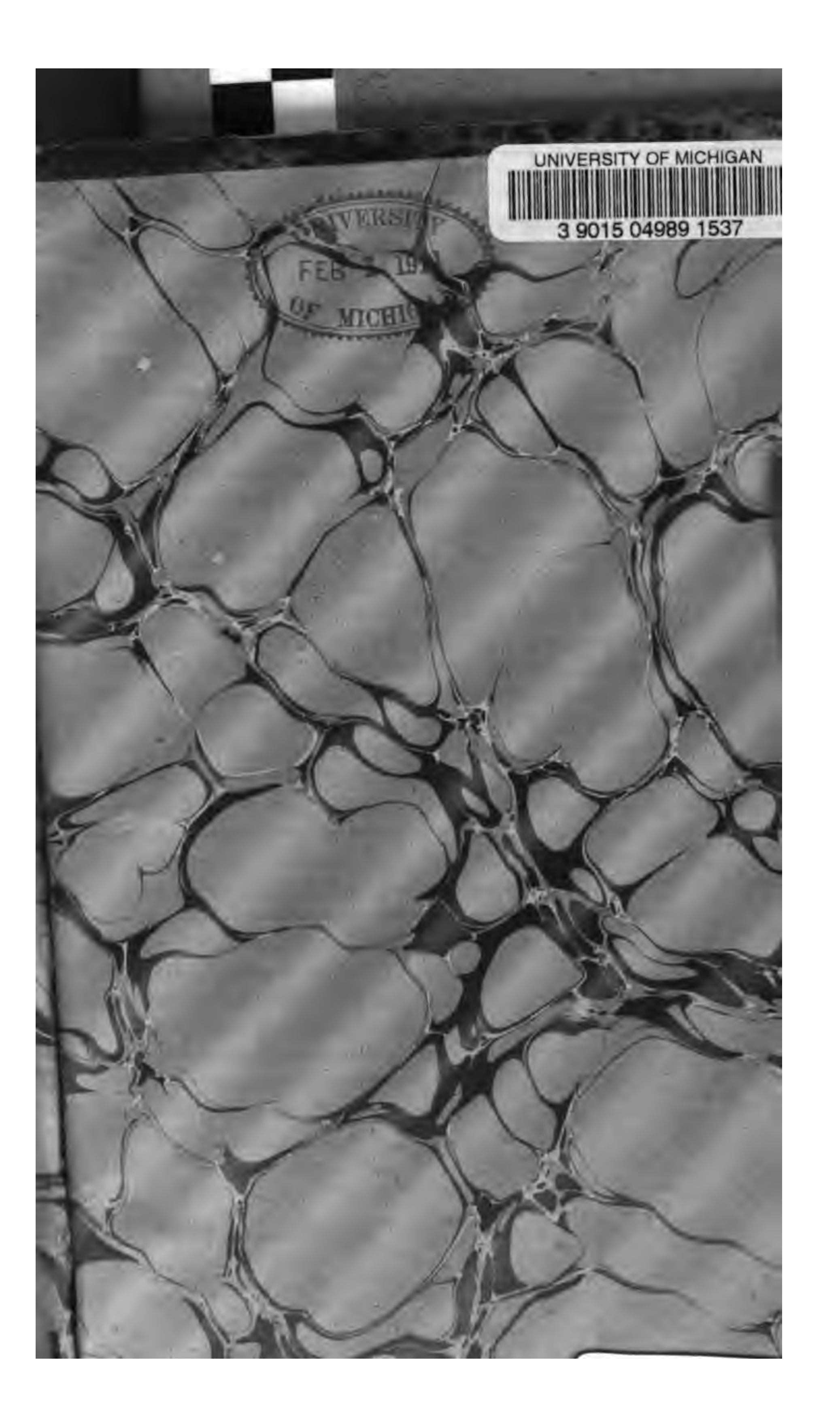
son inverse de sa durée, puisque plus importants sont les services qu'elle rend, plus vite elle s'use et se désagrège. Mais rien ne prouve qu'une hypothèse vieillie ne puisse pas tôt ou tard, sous une autre forme, reprendre sa place dans la science. L'histoire de la physique n'est que l'histoire du rajeunissement de vieilles hypothèses. Toutes ces idées avaient été comprises par Newton, et appliquées par lui avec une rigueur inflexible. C'est sa méthode, plus encore que les résultats matériels attachés à ses découvertes, qui a pris une importance décisive dans la science moderne. La théorie de l'éther nous a fait voir comment Newton a su observer ses principes jusque dans la partie la plus hypothétique de son œuvre. L'esprit positif, dont il ne s'est jamais départi, est vraiment ce que sa physique a légué de plus original à la physique du XIX[e] siècle. Newton est peut-être dans l'histoire des sciences le seul exemple d'un théoricien dont les adversaires ont dû se faire, malgré eux, les disciples et les imitateurs.

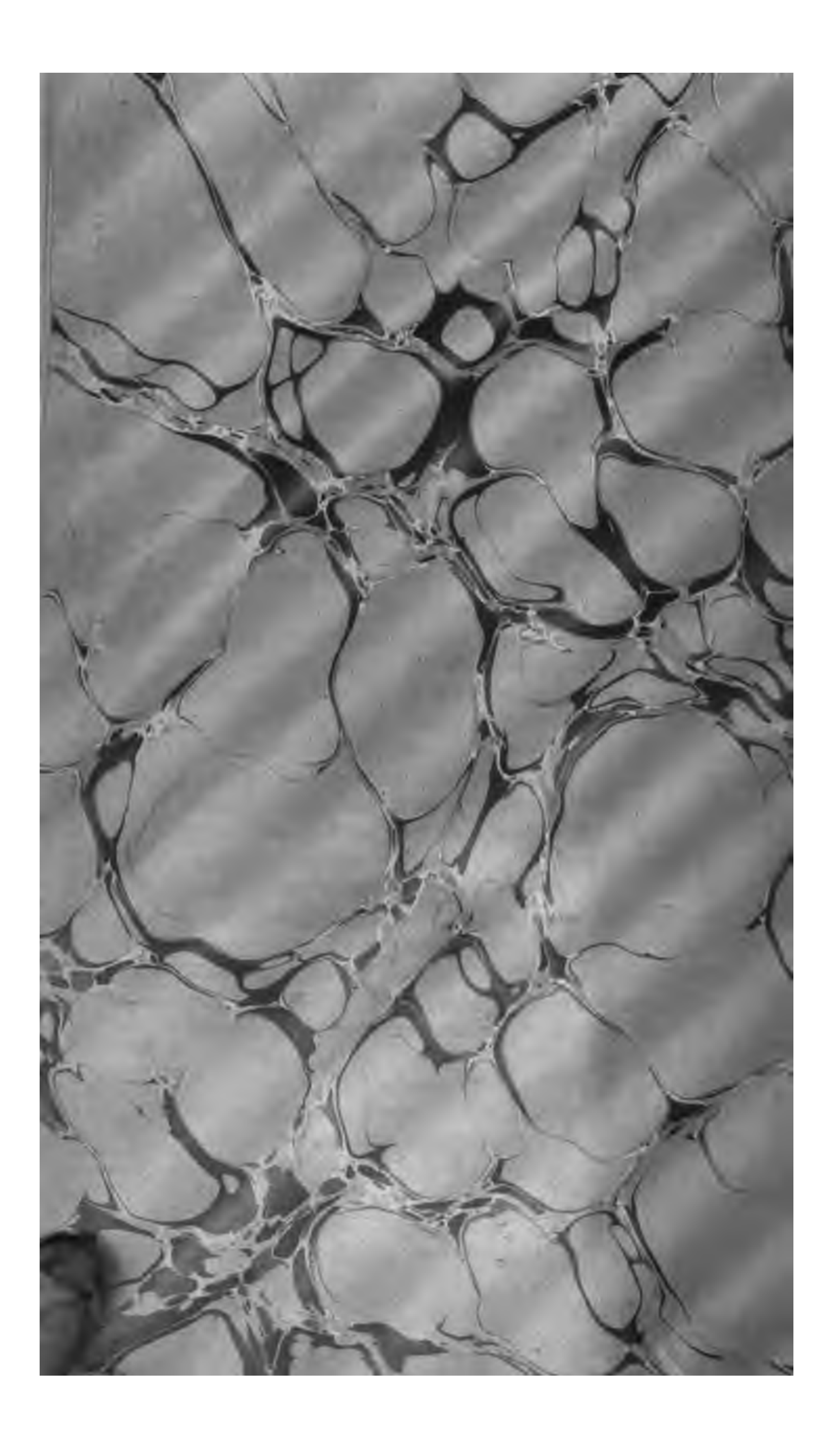
TABLE DES MATIÈRES

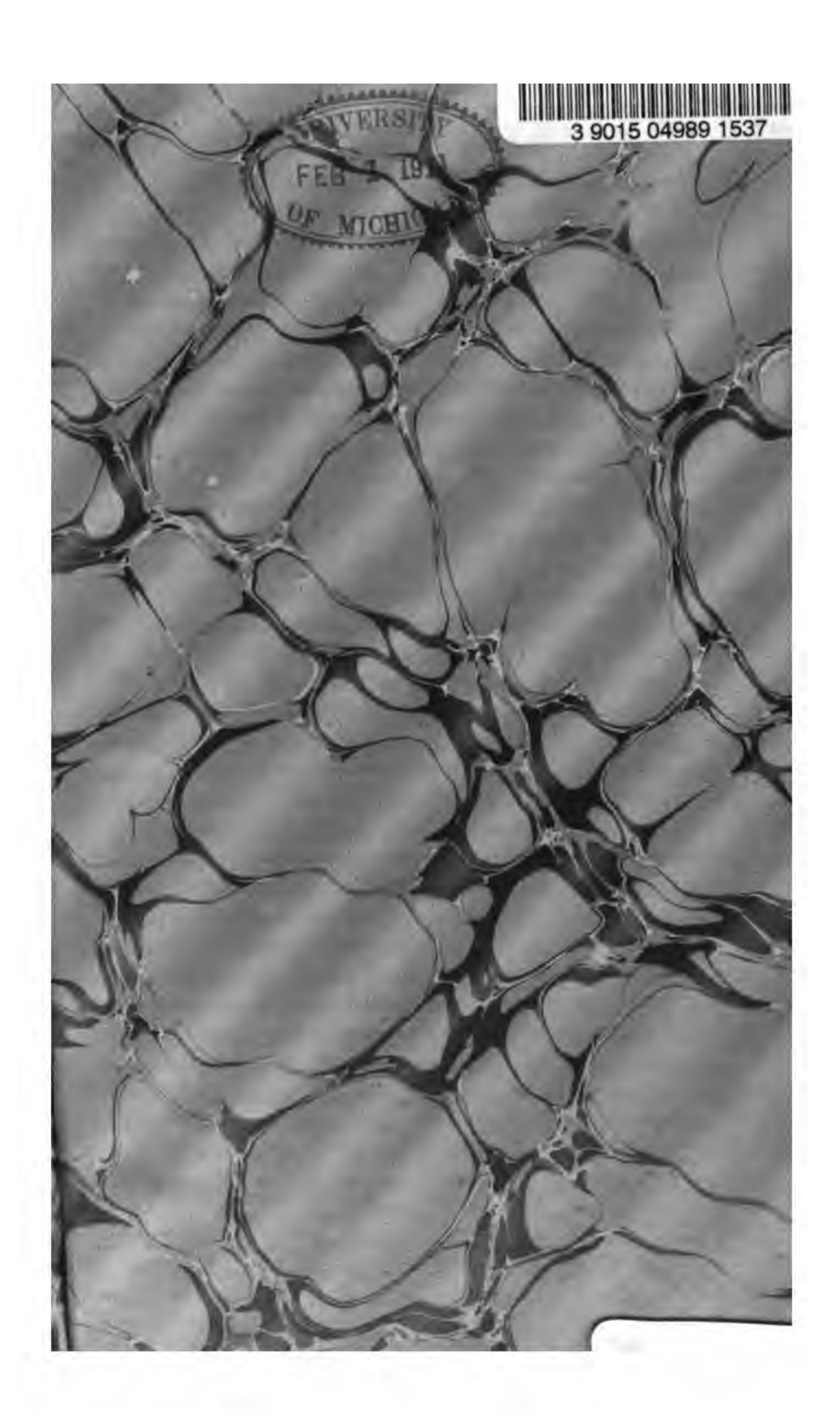
EVREUX, IMPRIMERIE CH. HÉRISSEY ET FILS






UNIVERSITY OF MICHIGAN
3 9015 04989 1537
FEB




3 9015 04989 1537

